

І. М. Кібець
А. І. Рибалка
В. О. Стороженко

ЗАГАЛЬНА
ФІЗИКА
з прикладами
і задачами

Оптика

Частина III
Том 1



Харків
Компанія СМІТ
2014

ББК 22.33
УДК 537
К38

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(Лист № 1/11-1165 від 29.01.14)*

Р е ц е н з е н т и:

О. Г. Нерух, д-р фіз.-мат. наук, професор, зав. каф. математики
Харківського національного університету радіоелектроніки;
О. П. Сук, канд. фіз.-мат. наук,
проф. каф. загальної та експериментальної фізики НТУ «ХПІ»

Кібець І. М.

К38 Загальна фізика з прикладами і задачами [Текст]. Ч. III,
т. 1. Оптика : навч. посібник / І. М. Кібець, А. І. Рибалка,
В. О. Стороженко. — Х. : Компанія СМІТ, 2014. — 232 с.

ISBN 978-617-621-009-2

ISBN 978-617-621-010-8 (Т.1)

У навчальному посібнику викладено основні положення геометричної, хвильової та квантової оптики. Значну увагу приділено фізичному сенсу оптичних явищ, що дозволяє повніше зрозуміти зміст законів та формул оптики.

Для студентів і викладачів вищих технічних навчальних закладів.

ББК 22.33
УДК 537

ISBN 978-617-621-009-2
ISBN 978-617-621-010-8 (Т.1)

© І. М. Кібець, А. І. Рибалка,
В. О. Стороженко, 2014
© ТОВ «Компанія СМІТ», 2014

ЗМІСТ

Передмова	5
I Оптика	6
1. Геометрична оптика	6
1.1. Стисла історія розвитку уяви про природу світла	6
1.2. Основні закони геометричної оптики	9
1.3. Закони відбивання та заломлення світла як наслідок принципу Ферма	13
1.4. Природні явища як наслідок принципу Ферма	14
1.5. Явище повного внутрішнього відбивання	16
1.6. Волоконна оптика	17
1.7. Проходження світла крізь плоскопаралельну пластинку	19
1.8. Вимірювання показника заломлення речовини за допомогою призми	20
1.9. Оптичні системи	21
1.10. Дзеркала	22
1.11. Лінзи	25
1.12. Аберації (похибки) оптичних систем	28
Контрольні запитання та завдання для самоперевірки	32
Приклади розв'язання задач	34
Задачі для самостійного розв'язання	38
2. Інтерференція світла	43
2.1. Світло як електромагнітні хвилі. Принцип суперпозиції світлових хвиль	43
2.2. Додавання коливань і хвиль. Явище інтерференції світла	44
2.3. Часова і просторова когерентність. Час і довжина когерентності	47
2.3.1. Часова когерентність	47
2.3.2. Просторова когерентність	50
2.4. Одержання когерентних пучків світла поділом хвильового фронтів	52
2.5. Одержання когерентних пучків світла методом поділу амплітуди	57
2.5.1. Смуги однакового нахилу	57
2.5.2. Смуги рівної товщини	61
2.6. Багатопроменева інтерференція	65
2.7. Застосування інтерференції	68
2.8. Інтерферометри	70
Контрольні запитання та завдання для самоперевірки	71
Приклади розв'язання задач	72
Задачі для самостійного розв'язання	78
3. Дифракція світла	83
3.1. Принцип Гюйгенса — Френеля	83
3.2. Метод зон Френеля	85
3.3. Метод графічного додавання амплітуд	89
3.4. Дифракція Френеля на простих перешкодах	90

3.5. Дифракція Фраунгофера. Дифракція на щілині	97
3.6. Дифракційна решітка	103
3.7. Дифракція на просторових структурах	107
3.8. Дифракція рентгенівського випромінювання на просторовій решітці	108
3.9. Голографія і її застосування	110
Контрольні запитання та завдання для самоперевірки.	112
Приклади розв'язання задач.	114
Задачі для самостійного розв'язання	120
4. Поляризація світла. Розповсюдження світла в речовині.	125
4.1. Природне та поляризоване світло	125
4.2. Методи поляризації світла.	126
4.3. Поляризатори і аналізатори	130
4.4. Штучна оптична анізотропія	132
4.5. Обертання площини поляризації	134
4.6. Дисперсія світла	136
4.7. Класична електронна теорія дисперсії світла	138
4.8. Поглинання світла	140
4.9. Розсіяння світла	141
4.10. Ефект Вавилова — Черенкова	143
Контрольні запитання та завдання для самоперевірки.	143
Приклади розв'язання задач.	145
Задачі для самостійного розв'язання	151
5. Квантова оптика	156
5.1. Природа і основні характеристики теплового випромінювання	156
5.2. Абсолютно чорне тіло. Закон Кірхгофа	161
5.3. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла	164
5.4. Формула Релея — Джинса. «Ультрафіолетова катастрофа»	166
5.5. Квантова гіпотеза. Формула Планка	168
5.6. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей світла. Фотон та його характеристики	172
5.7. Фотоелектричний ефект. Закони фотоефекту.	178
5.8. Квантова теорія фотоефекту	181
5.9. Гальмівне рентгенівське випромінювання та його спектр	184
5.10. Ефект Комптона	187
Контрольні запитання та завдання для самоперевірки.	189
Приклади розв'язання задач.	190
Задачі для самостійного розв'язання	199
Тести	208
Література.	225
Додаток	226

ПЕРЕДМОВА

Навчальний посібник «Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина III. Оптика. Квантова та атомна фізика. Фізика твердого тіла. Ядерна фізика» є третьою, заключною, частиною курсу фізики, який входить до освітньо-професійних програм бакалаврських напрямів технічного профілю.

Оскільки обсяг фундаментальної підготовки з фізики на цих напрямках різниться, посібник орієнтовано на повний перелік розділів третьої частини традиційного курсу фізики — від «Геометричної оптики» до «Ядерної фізики», що забезпечує його певну універсальність (на напрямках зі скороченим обсягом фізики окремі розділи можуть не вивчатися).

Мета та структура посібника залишилися тими ж, що і в попередніх двох частинах [1, 2].

Зокрема, крім викладення теоретичного матеріалу (у стислій модульній формі), книга містить контрольні запитання та завдання для самостійної роботи студентів, а також набір задач (середньої складності) з прикладами їх розв'язання. Завдяки достатній кількості задач з кожної теми (20—30) посібник може одночасно використовуватися і як задачник. Для полегшення контролю рівня засвоєння матеріалу студентами викладач може використовувати наведені у кінці кожного розділу книги завдання для експрес-контролю (наприклад, для опитування студентів на практичних або лабораторних заняттях).

Зміст і форма викладання матеріалу у посібнику побудовані на багаторічному досвіді авторів (та їх колег), накопиченому при викладанні курсу загальної фізики на відповідній кафедрі Харківського національного університету радіоелектроніки для студентів 20-ти напрямів бакалаврату технічного профілю.

Автори сподіваються, що підготований ними трьохтомник буде корисним майбутнім бакалаврам різних технічних напрямів на важливому етапі фундаментальної підготовки до засвоєння фахових знань та оволодіння майбутньою професією.



ОПТИКА

1 Геометрична оптика

1.1. Стисла історія розвитку уяви про природу світла

Оптика — розділ фізики, в якому вивчається природа світла, його властивості, закони розповсюдження та взаємодія світла з речовиною. З сучасної точки зору світло — електромагнітне випромінювання в інтервалі довжин хвиль від $\sim 0,1 \text{ \AA}$ (10^{-11} м) до 10^6 \AA ($10^{-4} \text{ м} = 10^2 \text{ мкм}$). Діапазон видимого світла охоплює довжини хвиль від 0,38 до 0,76 мкм і відповідні частоти $= (7,89 \div 3,94) \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ (у вакуумі).

Природа світла та закони його поширення цікавили ще стародавніх філософів, які знали про прямолінійне розповсюдження світла, про відбивання та заломлення (~ 400 — 300 років до н. е., роботи Платона, Евкліда, Аристотеля, Птолемея та інші). Засновником нової філософії вважається Рене Декарт (1596—1650), який вважав світло стисненням, що поширюється в ідеально пружному середовищі (ефірі), яке заповнює весь простір, а різницю кольорів він пояснював обертальним рухом частинок цього середовища з різними швидкостями. Закон відбивання світла був відомий ще стародавнім грекам, а закон заломлення експериментально довів Веллброд Снелліус (1591—1626) в 1621 р.

У 1657 р. П'єр Ферма (1601—1665) сформулював знаменитий *принцип найменшого часу*: «природа завжди прямує найкоротшим шляхом», тобто світло поширюється шляхом, що вимагає

найменшого часу. Вперше явище інтерференції (поява різнокольорових тонких плівок) спостерігалось, незалежно від Ньютона, Робертом Бойлем (1627—1691) і Робертом Гуком (1635—1703). Гук виявив світло в області геометричної тіні (дифракцію світла), що ще раніше було помічено Франциском Марія Гримальді (1618—1663).

Першим з дослідників Гук вважав, що світло має хвильову природу, тобто це швидкі коливання, які поширюються миттєво або з дуже великою швидкістю на будь-яку відстань, і кожне коливання в однорідному середовищі породжує сферу, радіус якої постійно зростає з часом. Але хвильова теорія зіткнулась з великими труднощами при намаганні пояснити прямолінійне поширення світла і явище поляризації. Це змусило Ньютона висунути еманатійну гіпотезу (кінець XVII ст.), згідно з якою світло — це частинки (корпускули), що в однорідному середовищі рухаються рівномірно і прямолінійно. Явище дисперсії світла, яке вперше спостерігалось Ньютоном в дослідах з призмою, також нашло пояснення за допомогою корпускулярної теорії. Кольори визначалися розміром корпускул: червоному кольору відповідали корпускули найбільшого, а фіолетовому — найменшого розмірів. За цією теорією відбивання світла подібно абсолютно пружному удару кульки об нерухому поверхню, тобто кути падіння і відбиття однакові. За теорією Ньютона заломлення спостерігається внаслідок притягання світлових частинок заломлюючим середовищем, а швидкість світла в більш густому середовищі більша, ніж у менш густому.

Через декілька років після створення Ньютоном корпускулярної теорії його сучасник, відомий вчений Х. Гюйгенс, поліпшив і розвинув хвильову теорію світла, висунуту Гуком, спираючись на аналогію оптичних і акустичних явищ. Згідно з Гюйгенсом світло — це пружні імпульси, які поширюються в особливому середовищі — ефірі, що заповнює весь простір як всередині матеріальних тіл, так і між ними, а велика швидкість розповсюдження світла обумовлена особливостями ефіру. Найбільшою цінністю в хвильовій теорії Гюйгенса є принцип, що носить його ім'я.

За цим принципом кожна точка, до якої доходить світлова хвиля, є, в свою чергу, центром вторинних хвиль; поверхня, яка огинає в будь-який момент часу ці вторинні хвилі, визначає на цей час положення фронту хвилі, що поширюється. Принцип Гюйгенса дозволяє знайти напрямок поширення світлових імпульсів, пояснити не тільки звичайні закони відбивання і заломлення, а навіть явище подвійного заломлення променів в ісландському шпаті, відкрите

в 1670 р. Бартоліні. Гюйгенс довів, що швидкість світла, на відмінність від результатів теорії Ньютона, в більш густому середовищі менше, ніж в менш густому, що було підтверджено в 1862 р. дослідями Фуко, який показав, що швидкість світла в повітрі в 1,33 рази більша за швидкість світла в воді. Цей факт підтверджував хвильову теорію Гюйгенса і протирічив корпускулярній теорії Ньютона. Але враховуючи беззаперечний авторитет Ньютона в фізиці, його неприйняття хвильової теорії світла привело до домінування корпускулярної теорії, незважаючи на серйозні зауваження таких вчених як Ломоносов і Ейлер. Можна сказати, що XVIII ст. було «століттям Ньютона».

Однак гостра боротьба між корпускулярною і хвильовою теорією світла не припинялась. На початку XIX ст. дослідження Т. Юнга, О. Френеля і Араго таких явищ як інтерференція, дифракція і поляризація дозволили зробити висновок, що світло — це поперечні хвилі. Але тут з'явилися труднощі, пов'язані з гіпотезою ефіру. З одного боку, світло, як поперечна хвиля, повинно поширюватись у твердому тілі (тобто ефір повинен бути твердим), та зважаючи на велике значення швидкості, треба зробити висновок, що густина ефіру мала ($v = \sqrt{G/\rho}$, де G — модуль зсуву, ρ — густина твердого тіла). Тобто ефір повинен мати взаємовиключаючі властивості: малу густину і великий модуль зсуву. Крім того, якщо ефір — тверде тіло, то повинні існувати як поперечні, так і поздовжні хвилі, в той час як світлова хвиля — поперечна. До того ж швидкість світла в різних середовищах різна, що було доведено дослідями Фуко і Фізо, а це означало, що ефір характеризується різними властивостями в різних середовищах.

Велика кількість наведених проблем була вирішена при появі в другій половині XIX ст. електромагнітної теорії світла Максвелла, згідно з якою, спираючись на роботи Кулона, Ампера, Фарадея, Вебера та ін., Максвелл сформулював висновок, що світло — це електромагнітні хвилі великої частоти, і запропонував систему диференціальних рівнянь, які описували ці хвилі. Згідно з цією теорією, $c/v = \sqrt{\epsilon\mu} = n$, c і v відповідно швидкості світла в вакуумі і в середовищі з діелектричною проникністю ϵ , магнітною проникністю μ і показником заломлення n . Але незалежність і від довжини хвилі світла не давала можливості пояснити явище дисперсії. Ця суперечливість була подолана після появи електронної теорії дисперсії Лорентца, згідно з якою діелектрична проникність середовища залежить від довжини хвилі падаючого світла. Таким чином були поєднані електромагнетизм і оптика. І теорія

Максвелла, і теорія Лорентца спиралась на уявлення про ефір, який, проникаючи в усі тіла, залишається нерухомим середовищем. У такому випадку це середовище може бути вибрано як система відліку, що давало можливість виділити абсолютний рух, але суперечило досліді Майкельсона — Морлі, поставленому для визначення швидкості світла. Як результат — уявлення про ефір було спростоване, а електродинаміка Лорентца була замінена електродинамікою теорії відносності.

Додаткові труднощі з'явилися при намаганні пояснити особливості явищ, пов'язаних з взаємодією світла і речовини. Зокрема не було задовільно розв'язане питання розподілу енергії за частотами при тепловому випромінюванні розжареного абсолютно чорного тіла. Задача марно розглядалась багатьма видатними вченими (Він, Релей, Джинс), доки в 1900 році М. Планк не висунув революційну квантову теорію. Згідно з нею, випромінювання електромагнітних хвиль відбувається не безперервно, а дискретно, квантами (фотонами), енергія яких E визначається частотою випромінювання : $E = h \nu$, де $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — стала Планка. Теорія Планка не тільки вирішила задачу випромінювання абсолютно чорних тіл, але й дала можливість пояснити цілий ряд оптичних явищ, таких як фотоелектричний ефект, ефект Комптона та інші.

Таким чином на початку ХХ ст. на новому рівні відродилась корпускулярна теорія світла, звичайно, відмінна від теорії Ньютона. Можна сказати, що відкриття кванта зробило революційний переворот в уявленнях про природу світла, але не відкинуло старі теорії, а дозволило виявити їхню обмеженість і установити границі їхнього застосування. З сучасної точки зору світло має подвійну природу — хвильову і корпускулярну, тобто характеризується корпускулярно-хвильовим дуалізмом.

1.2. Основні закони геометричної оптики

Як відомо, довжина світлових хвиль дуже мала, тобто можна відволіктись від хвильової природи світла і при $\lambda \rightarrow 0$ закони оптики сформулювати з точки зору геометрії — геометричної (променевої) оптики.

В геометричній оптиці розглядається поширення світла у визначеному напрямку по прямій в однорідному середовищі. Зміна напрямку спостерігається у середовищі, оптичні властивості якого

змінюються або у просторі, або у часі, або на межі двох середовищ з різними оптичними властивостями.

Треба зауважити, що у випадку променевого наближення промені — це уявні прямі лінії, перпендикулярні до хвильового фронту, а хвилі поширюються в середовищі за прямими лініями в напрямку променя.

Якщо на шляху променів зустрічається перепона з отвором (рис. 1.1), то в залежності від розміру отвору порівняно з довжиною хвилі ми можемо застосувати променеве наближення (якщо розмір отвору набагато більше довжини хвилі $d \gg \lambda$ (рис. 1.1, а), або не можемо його використовувати (якщо розмір отвору порівняльний $d \approx \lambda$ (рис. 1.1, б) або менший ніж довжина хвилі $d \ll \lambda$ (рис. 1.1, в).

Принцип Ферма

В основі геометричної оптики лежить *принцип Ферма* (близько 1660 р.). *Світло поширюється шляхом, для проходження якого йому потрібний мінімальний час.*

Нехай промінь проходить в неоднорідному середовищі. Тоді шлях променя треба поділити на ділянки dS , в межах яких показник заломлення може вважатись сталим (рис. 1.2).

Для проходження світлом ділянки dS необхідний час dt : $dt = dS/v$, де $v = c/n$ — фазова швидкість світла, n — показник заломлення середовища, c — швидкість світла у вакуумі.

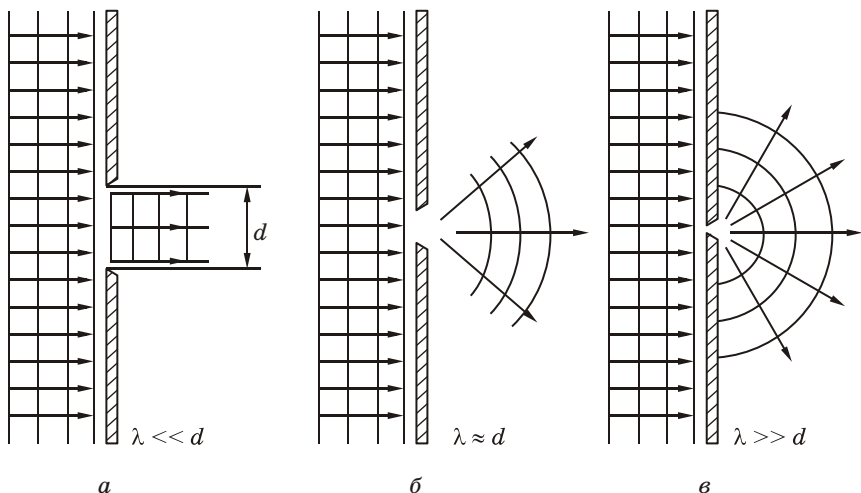


Рис. 1.1

Тоді $dt = ndS/c$, а час, необхідний для поширення світла з т. 1 в т. 2, дорівнюватиме інтегралу

$$t = \int_1^2 dt = \int_1^2 \frac{ndS}{c}. \quad (1.1)$$

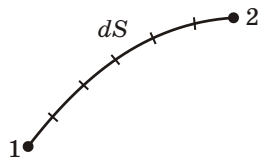


Рис. 1.2

Час повинен бути мінімальним, тому варіація інтеграла має перетворюватись на нуль, тобто

$$t = \int_1^2 \frac{ndS}{c} = 0. \quad (1.2)$$

Це і є математичним виразом принципу Ферма.

Але в дійсності вираз (1.2) має більш загальний характер, тому що умова $t = 0$ є умовою екстремума: мінімуму, максимуму, або стаціонарності, тобто світло між двома точками може поширюватись як шляхом з мінімальним часом проходження так і шляхом з максимальним часом, або шляхами з однаковим часом.

Оптична
довжина шляху

Введемо поняття *оптичної довжини шляху*

$$L = \int_1^2 ndS. \quad (1.3)$$

Тоді з (1.1) маємо $t = L/c$, тобто інше формулювання принципу Ферма звучить так: *світло поширюється таким шляхом, оптична довжина якого мінімальна.*

Для однорідного середовища $L = nS$ (S — геометричний шлях). Якщо оптична довжина шляху між двома точками однакова для всіх можливих шляхів, то ці шляхи називаються *тавтохронними*, тобто вимагаючими однакового часу для їх проходження.

Закон
оборотності
світлового шляху

Закон оборотності світлового шляху випливає з принципу Ферма. Дійсно, зміна границь у виразі (1.2), тобто зміна напрямку променя, не порушує його справедливості, так якщо

варіація інтеграла дорівнює нулю при інтегруванні від першої точки до другої, то вона буде дорівнювати нулю і при інтегруванні від другої точки до першої.

Закон
прямолінійного
поширення світла

Світло в оптично однорідному середовищі поширюється прямолінійно.

Зважаючи на те, що мінімальна відстань між двома точками — пряма лінія, з'єднуюча ці точки, цей закон є безпосереднім наслідком принципу Ферма.

Закон незалежності світлових пучків

Промені при пересіченні не збурюють один одного, тобто ефект, спричинений окремим пучком світла, не залежить від того, діють одночасно інші пучки, або вони усунуті (для не дуже великих інтенсивностей).

Природним наслідком принципу Ферма є закони відбивання і заломлення світла на межі двох прозорих середовищ. Як відомо, при падінні пучка монохроматичних променів на межу поділу прозорих середовищ пучок поділяється на два: *відбитий і заломлений*. Характерно, що відбита і заломлена хвилі є монохроматичними хвилями тієї ж частоти, що й падаюча.

Закон відбивання світла

Падаючий та відбитий промені лежать в площині падіння, і кут падіння дорівнює куту відбивання $\theta_i = \theta_r$ (рис. 1.3).

Кут падіння — це кут між променем, падаючим на границю двох середовищ, і нормаллю до цієї поверхні в точці падіння.

Закон заломлення світла

Падаючий та заломлений промені лежать в площині падіння, а кут

заломлення пов'язаний з кутом падіння (рис. 1.3) *співвідношенням Снелліуса:*

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.4)$$

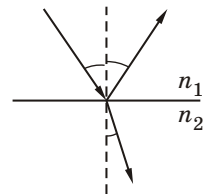


Рис. 1.3

де n_1 і n_2 — показники заломлення середовищ, а величина n_{21} — відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

Показник заломлення речовини

Показник заломлення речовини відносно вакууму називається абсолютним показником заломлення (показником заломлення) речовини. Він показує, наскільки швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі більша за фазову швидкість у середовищі

$$n = \frac{c}{v}; \quad (n = \sqrt{\epsilon}). \quad (1.5)$$

Чим більший показник заломлення, тим більшу оптичну густину і меншу швидкість поширення світла має речовина. Відносний показник заломлення однієї речовини відносно іншої n_{21} дорівнює відношенню їх абсолютних показників заломлення:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.6)$$

1.3. Закони відбивання та заломлення світла як наслідок принципу Ферма

Виведення закону відбивання

Нехай з точки A (рис. 1.4) промінь падає на дзеркальну поверхню A_1B_1 (границю двох середовищ) під кутом і після відбивання в точці O досягає точки B . Розрахуємо шлях, при якому час поширення світла з точки A в точку B буде мінімальним.

Згідно з рис. 1.4, час, необхідний для проходження світла від A до B , дорівнює

$$t = \frac{AO}{v} + \frac{OB}{v} = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}{v},$$

де v — швидкість світла в середовищі. Очевидно, що час залежить від положення точки O , тобто від змінної x . Тоді, згідно з принципом Ферма (1.2), маємо:

$$\begin{aligned} dt &= \frac{1}{v} \cdot \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{1}{v} \cdot \frac{a-x}{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}} = \\ &= \frac{1}{v} \cdot \frac{x}{AO} - \frac{1}{v} \cdot \frac{a-x}{OB} = \frac{1}{v} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = 0. \end{aligned}$$

Звідси $\sin \theta_1 - \sin \theta_2 = 0$ і $\theta_1 = \theta_2$. Зауважимо, що кути θ_1 і θ_2 розташовані по різні сторони від нормалі до поверхні. Тобто, згідно з принципом Ферма, мінімальним є шлях, при якому кути падіння і відбивання однакові — $\theta_1 = \theta_2$.

Виведення закону заломлення

Нехай промінь, що вийшов з точки A , попадає в точку O на границі поділу двох прозорих середовищ з показниками заломлення n_1 і n_2 (рис. 1.5).

Після заломлення на границі промінь піде вздовж прямої OB . Позначимо $A_1O = x$, $A_1B_1 = a = \text{const}$, $AA_1 = h_1$, $BB_1 = h_2$.

Тоді час, необхідний для проходження світла від A до B , дорівнює

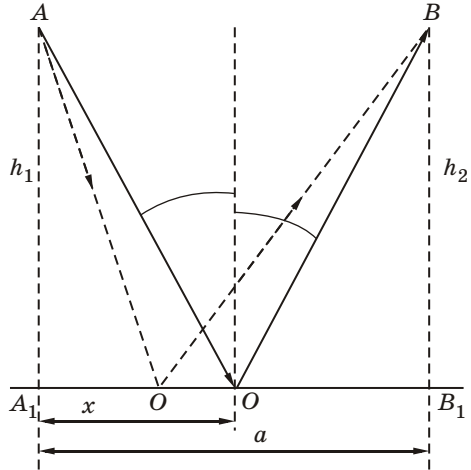


Рис. 1.4

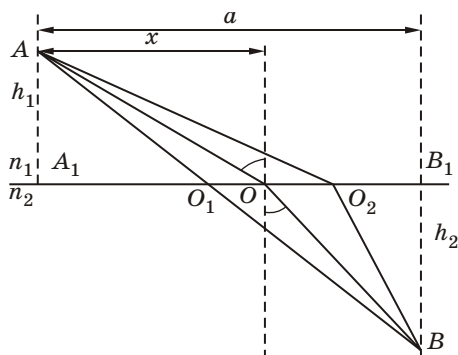


Рис. 1.5

$$t = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}{v_2},$$

де v_1 і v_2 — швидкості поширення світла в першому і другому середовищах відповідно. Час поширення світла залежить від положення точки O .

За принципом Ферма з усіх можливих шляхів (AO_1B , AOB , AO_2B) промінь піде так, щоб час його про-

ходження був мінімальним, тобто $dt = 0$. Тоді

$$\begin{aligned} dt &= \frac{1}{v_1} \cdot \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2} \cdot \frac{a-x}{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}} = \\ &= \frac{1}{v_1} \cdot \frac{x}{AO} - \frac{1}{v_2} \cdot \frac{a-x}{OB} = \frac{\sin}{v_1} - \frac{\sin}{v_2} = 0, \\ \frac{\sin}{v_2} &= \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \end{aligned}$$

тобто ми одержали закон заломлення світла Снелліуса, виходячи з принципу Ферма.

1.4. Природні явища як наслідок принципу Ферма

**Астрономічна
(атмосферна)
рефракція**

Астрономічна (атмосферна) рефракція — це явище, яке полягає в позірному зміщенні положення позаземних об'єктів, спостереження яких ведеться з Землі через товщу повітря. Воно

зумовлене заломленням світлових променів в атмосфері і пояснюється принципом Ферма.

Відомо, що з висотою густина атмосфери зменшується (за так званою барометричною формулою) $(h) = \rho_0 e^{-mgh/kT}$, де (h) — густина повітря на висоті h , ρ_0 — густина повітря на поверхні Землі, k — стала Больцмана, T — абсолютна температура, g — прискорення вільного падіння (зважаємо, що T і g — сталі величини), m — середня маса молекул повітря. Таким же чином зменшується з висотою і показник заломлення повітря. Це приводить до того, що світловий промінь від будь-якого об'єкта викривляється (рис. 1.6).

Внаслідок цього небесне тіло спостерігається зміщеним догори на деякий кут, який називається *кутом рефракції*.

Це приводить до того, що сонячні промені до сходу і на заході Сонця поширюються не за прямою, а з більш крутим нахилом в шарах повітря з більшою густиною, скорочуючи при цьому свій оптичний шлях. Тому внаслідок атмосферної рефракції всяке небесне світило з'являється над горизонтом раніше істинного сходу і залишається видимим над горизонтом після його істинного заходу. За рахунок цього явища спостерігається «подовження» дня на 7—8 хвилин.

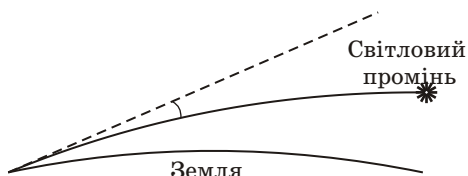


Рис. 1.6

Мерехтіння зірок

З астрономічною рефракцією пов'язане ще одне явище: *мерехтіння зірок*. Повітряні турбулентні потоки в атмосфері приводять до зміни з часом кута рефракції для зірок, які спостерігаються з поверхні Землі, що сприймається оком як мерехтіння зірок. Це явище особливо помітно для зірок поблизу обр'ю. Космонавти, природно, мерехтіння зірок не помічають.

Мерехтіння зірок завдає великої шкоди при астрономічних спостереженнях: зображення зірок в телескопах тремтить і перетворюється на розмиті плями. Тому астрономічні обсерваторії намагаються розміщувати якнайвище у горах.

Міражі

Не менше ніж астрономічна рефракція цікава і *земна рефракція світла*, коли відбувається викривлення променів, що йдуть до спостерігача від об'єктів, розташованих на Землі. При цьому спостерігаються дуже специфічні і вражаючі явища, які називаються *міражами*.

Якщо розглянути поширення променя світла в оптично неоднорідному середовищі, то, з урахуванням принципу Ферма, можна зробити висновок, що *світловий промінь завжди вигинається так, що його траєкторія напрямлена опуклістю в бік зменшення показника заломлення середовища*.

З урахуванням цього правила можна пояснити походження деяких видів міражів.

Нижні або озерні міражі (рис. 1.7). Спостерігаються при сильному прогріванні нижніх шарів повітря. Вони можуть виникати над дуже нагрітою поверхнею, наприклад, у пустелі, а також над асфальтовою дорогою в жаркий день. Серед них

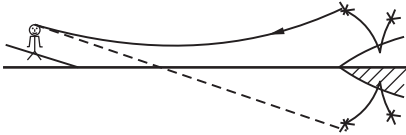


Рис. 1.7

хідно, щоб показник заломлення шару повітря біля Землі досить швидко зменшувався з висотою, що можливо, наприклад, коли верхні шари атмосфери тепліші, ніж нижні.

- *Міражі наддалекого бачення.* При цьому досить чітко спостерігаються об'єкти, що знаходяться на дуже великій відстані (~1000 км і більше). Для їх пояснення недостатньо розглядати тільки рефракцію світла в атмосфері, фізичний механізм таких міражів значно складніший. Можливо, що за певних умов в атмосфері виникають гігантські повітряні лінзи, своєрідні світлопроводи, вторинні міражі, тобто міражі від міражів. Не треба нехтувати також і впливом іоносфери (шар іонізованих газів на висоті біля 100 км), яка, нарівні з відбиттям радіохвиль, може відбивати і світлові хвилі.

треба виділити озерні міражі — марево озер, що з'являється в пустелі. Вода в цих «озерах» — відбиття небосхилу.

- *Верхні міражі далекого бачення* (рис. 1.8). Для їх появи необ-

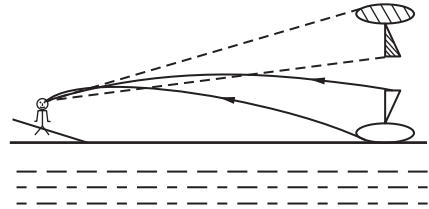


Рис. 1.8

1.5. Явище повного внутрішнього відбивання

При поширенні світла з оптичного густішого (показник заломлення n_2) в оптично рідше середовище ($n_1 < n_2$) згідно (1.4)

$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2} < 1$, заломлений промінь віддаляється від нормалі

(рис. 1.9, а) і кут заломлення β більший ніж кут падіння α . При подальшому збільшенні кута падіння збільшується кут заломлення аж до тих пір, поки, при деякому куті падіння ($\alpha_{\text{гр}}$), кут заломлення β не стане дорівнювати $\frac{\pi}{2}$ (рис. 1.9, б). При кутах падіння $\alpha > \alpha_{\text{гр}}$

все падаюче світло повністю відбивається від межі поділу середовищ (рис. 1.9, в). Це явище має назву повного внутрішнього відбивання, а кут $\alpha_{\text{гр}}$ називається граничним кутом повного

внутрішнього відбивання. $\sin \alpha_{\text{гр}} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}$.

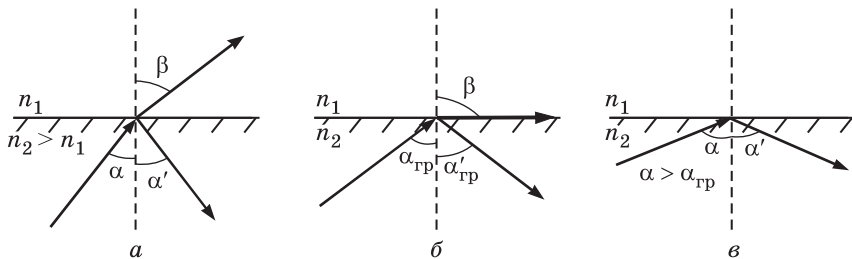


Рис. 1.9

Повне внутрішнє відбивання застосовується при виготовленні поворотних та оборотних призм для оптичних приладів, у волоконній оптиці та ін.

Поворотні призми

У багатьох оптичних пристроях, наприклад у біноклях, перископах та ін., повне внутрішнє відбивання використовується при відбитті світла в призмі. Перевага в тому, що в цьому випадку відбивається майже 100 %, тобто зображення буде більш яскравим. Для скла з $n = 1,5$ критичний кут дорівнює $41,8^\circ$. Природно, що в 45-градусних призмах буде спостерігатись повне внутрішнє відбивання (рис. 1.10).

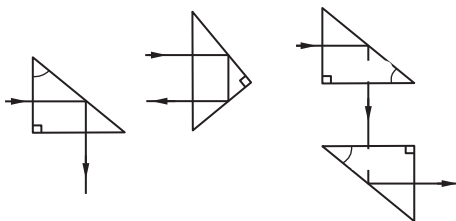


Рис. 1.10

1.6. Волоконна оптика

На основі повного внутрішнього відбивання працюють світлопроводи, що застосовуються в волоконній оптиці.

Світлопровід — це тонке скляне волокно, на торець якого падає промінь під кутом α , який забезпечить повне внутрішнє відбивання від внутрішньої поверхні стінки волокна (рис. 1.11). Промені, що попадуть на торець під надто великим кутом, не утримаються всередині волокна, а вийдуть через бокову поверхню. Щоб світло проходило по волокну з показником заломлення n , кут θ не повинен бути меншим граничного кута повного внутрішнього відбиття.

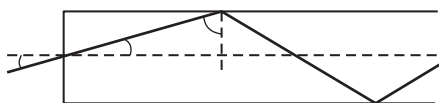


Рис. 1.11

Вважатимемо, що $\sin \theta = \frac{1}{n}; (\theta \approx 50^\circ).$ (1.7)

За законом заломлення маємо:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n, \text{ або } \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_2} = n, \quad (1.8)$$

з урахуванням, що $\theta_2 = 90^\circ - \theta_1$.

Тоді з (1.7) і (1.8) одержимо

$$\frac{\sin \theta_1}{\sqrt{1 - (1/n)^2}} = n, \text{ звідки } \theta_1 = \arcsin \sqrt{n^2 - 1}.$$

Наприклад, якщо $n = 1,3$, то $\theta_1 = 56^\circ$.

У такому випадку світло, що входить в один торець світловоду, виходить через його другий торець. Тому торець світловоду можна застосовувати для освітлення важкодоступних об'єктів, наприклад, в медицині при дослідженні внутрішніх органів людини.

Треба зауважити, що на практиці світлові волокна зазвичай мають не пряму форму, а вигинаються, що призводить до їх стикування з внутрішнього боку вигину і розтягування з зовнішнього боку. В результаті показник заломлення волокна з внутрішнього боку вигину виявляється більшим, ніж із зовнішнього. Наслідком

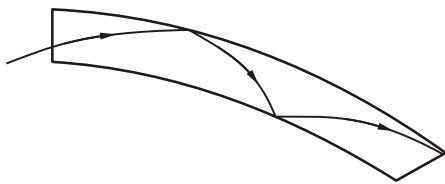


Рис. 1.12

цього є викривлення світлового променя в волокні, тобто траєкторія променя буде складатися не з прямих, а з кривих ділянок (рис. 1.12).

З метою більш ефективного утримання світла всередині волокна його виготовляють із змінним показником залом-

лення, який буде максимальним по осі волокна і поступово зменшується до країв. Такі волокна називають градієнтними.

Крім так званих «товстих» волокон, діаметр яких набагато більше довжини хвилі світла (~ 200 мкм і т. п.), застосовуються також «тонкі» волокна діаметром $0,1 \div 1$ мкм, який можна порівняти з довжиною хвилі світла. В цьому випадку не можна застосовувати уяву про промені, а слід використовувати тільки хвильові поняття.

Світловоди можуть виконувати дві функції:

1) передавати світлову енергію; 2) передавати оптичне зображення.

Для передачі світлової енергії взаємне розташування окремих волокон у джгуті не має значення. Це відіграє суттєву роль при

передачі зображення. В цьому випадку необхідно, щоб зберігалась відповідність у взаємному розташуванні окремих волокон у світловоді на вхідному і вихідному торцях. Для цього волокна компонують в джгут, де кількість волокон може доходити до мільйона. Кожне волокно в джгуті має оболонку, що перешкоджає проходженню світлової енергії з даного волокна у сусідні.

Недоліки волоконної оптики пов'язані з втратами енергії на поглинання всередині волокна і при відбитті світла від торців волокна; втратами енергії при повному внутрішньому відбитті світла, враховуючи його хвильову природу, а також додатковому розсіянні світла від неоднорідностей на границі розділу скло — повітря, пов'язаному з наявністю дефектів (подряпин, забруднень).

Для виключення останніх двох недоліків волокно покривається скляною оболонкою з меншим показником заломлення, ніж у волокна.

Волоконна оптика інтенсивно розвивається в наш час, що пов'язано з її широким застосуванням в різних областях. Вона використовується в оптичних лініях зв'язку, оптико-електронних системах обробки інформації, медичній апаратурі, у високошвидкісній фотографії, для розширення лазерних пучків і т. ін.

1.7. Проходження світла крізь плоскопаралельну пластинку

Нехай прозора плоскопаралельна пластинка з показником заломлення n і товщиною d знаходиться в повітрі, показник заломлення якого $n_0 = 1$.

Промінь світла падає на пластинку під кутом (рис. 1.13), заломлюється під кутом і виходить з пластинки під кутом , що збігається з кутом падіння. Це легко показати з співвідношень

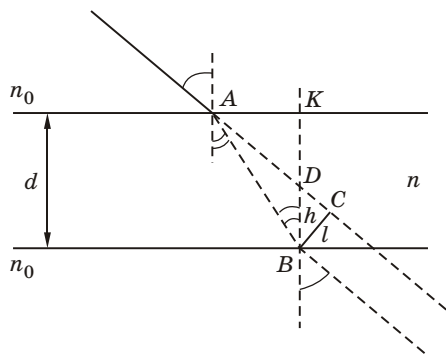


Рис. 1.13

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n}{n_0}; \quad \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n_0}{n},$$

тобто $i = i'$ і промінь поширюється в тому самому напрямі, але зміститься на величину l у поперечному напрямку.

Величину зміщення (BD) променя можна визначити як

$$BD = d - DK = d - AK \operatorname{ctg} \theta = d - d \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \theta'} = d \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \theta'} \right).$$

При $\theta \rightarrow 0$, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \theta'} \right) = \frac{1}{n}$

$$BD = h = \frac{n-1}{n} d.$$

Поперечне зміщення $l = BC = AB \sin(\theta - \theta')$, $AB = d / \cos \theta$.

Розрахунки дають величину поперечного зміщення

$$l = d \sin \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \theta}{n^2 - \sin^2 \theta}} \right). \quad (1.9)$$

1.8. Вимірювання показника заломлення речовини за допомогою призми

Розглянемо хід променів монохроматичного світла через призму з показником заломлення n . Всі позначення показано на рис. 1.14. Заломлюючий кут призми α .

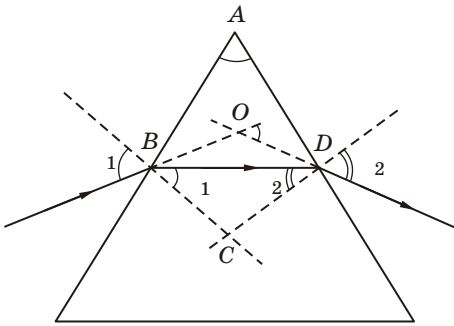


Рис. 1.14

Після дворазового заломлення промінь відхиляється від поперечного напрямку на кут δ . Для визначення умови найменшого відхилення з рис. 1.14 маємо:

$$\delta = (i_1 - r_1) + (e_2 - r_2) = (i_1 + e_2) - (r_1 + r_2).$$

Зауважимо, що $i_1 + e_2 = \alpha$, звідки

$$\delta = \alpha - (r_1 + r_2).$$

Можна довести, що умова мінімуму відхилення променя виконується тоді, коли промінь проходить призму симетрично, тобто поширюється паралельно її основі. В цьому випадку $i_1 = e_2$; $r_1 = r_2 = r$,

$$\delta = \frac{\alpha}{2} - 2r, \text{ а } r = \frac{\alpha - \delta}{2}.$$

Згідно із законом заломлення коефіцієнт заломлення n дорівнює

$$n = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\sin \left[\left(\theta_1 + \frac{\theta_1}{2} \right) / 2 \right]}{\sin \theta_1 / 2}. \quad (1.10)$$

Призми широко застосовуються в рефрактометрах — приладах для вимірювання показників заломлення світла, спектральних приладах для розкладання світла в спектр тощо.

1.9. Оптичні системи

Основні поняття

У геометричній оптиці поняття *точкового джерела світла* і *світної точки* різні. *Точкове джерело світла* — це таке, розмірами якого можна знехтувати порівняно з відстанню, на якій воно розглядається.

Світня точка — це джерело випромінювання, що не має розмірів.

Зображення в геометричній оптиці дістають за допомогою *оптичних систем*, що являють собою сукупність оптичних дзеркал, призм, лінз та інших елементів, які формують пучок світлових променів.

Пучок називається *гомоцентричним*, якщо промені при своєму продовженні перетинаються в одній точці. Йому відповідає *сферична хвильова поверхня*. Зображення, утворене гомоцентричним пучком, називається *точковим* або *стигматичним*.

Зображення, утворені перетином самих променів, називаються *дійсними*, а при перетині їх геометричних продовжень з'являються *уявні* зображення.

Зауважимо, що в реальних оптичних системах зображення точкового предмета в дійсності не буде точковим і однією з найважливіших задач геометричної оптики є з'ясування умов збереження гомоцентричності пучків.

Оптичні прилади, звичайно, належать до *центрованих оптичних систем*, які складаються з лінз або дзеркал, що мають плоску або сферичну поверхню. Якщо *центри усіх поверхонь лежать на одній прямій лінії, то така оптична система називається центрованою, а сама пряма лінія є головною оптичною віссю системи*. Промінь, спрямований вздовж оптичної осі, проходить усі елементи системи без заломлення. Для одержання зображення за допомогою оптичних систем часто користуються так званими *нульовими* або *параксіальними променями*. Це промені, що проходять вздовж оптичної осі або під дуже малим кутом до неї. Для параксіальних

променів виконується співвідношення $\sin \approx \text{tg} \approx$, де — кут між променем і оптичною віссю, виражений у радіанах. Якщо параксіальний паралельний пучок променів падає на сферичну поверхню, то всі відбиті або промені, що прийшли, зійдуться в одній точці, що має назву фокальної точки.

**Умови
Максвелла**

Максвелл сформулював три умови, яким повинна задовольняти оптична система, «ідеальна» з точки зору променевої оптики. Ця система утворює «правильне» зображення об'єкта, яке у найпростішому випадку є плоскою картиною, розташованою перпендикулярно до оптичної осі системи.

1. Усі промені, що виходять з однієї точки об'єкта і попадають в оптичну систему, повинні проходити (дійсно або уявно) через одну точку зображення, тобто кожна точка площини повинна зображатись стигматично.

2. Якщо об'єкт знаходиться в площині, перпендикулярній осі системи, то зображення повинно бути в паралельній площині, тобто теж перпендикулярно оптичній осі.

3. Зображення повинно бути геометрично подібно об'єкту, тобто збільшення повинно бути сталим.

Розглянемо, як можна одержати зображення для дзеркал і лінз, які є основними складовими оптичних систем.

1.10. Дзеркала

Плоске дзеркало

Якщо при падінні паралельного пучка світла на нерівну поверхню після відбиття промені йдуть у різних напрямках (рис. 1.15, а), то таке відбиття має назву *дифузного або розсіяного*. Це світло, що йде від поверхні різних тіл, дозволяє нам їх бачити.

Ідеально гладка поверхня, у якій розміри нерівностей не більше довжини хвилі падаючого світла, називається *дзеркальною*.

Плоска дзеркальна поверхня (плоске дзеркало) дозволяє одержати після відбиття паралельного пучка світла також паралельний пучок, але у іншому напрямку, що визначається законом відбивання світла (рис. 1.15, б).

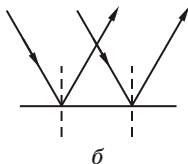
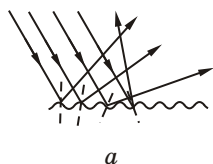


Рис. 1.15

Якщо деякий предмет знаходиться перед дзеркалом, то в дзеркалі можна побачити його зображення (рис. 1.16).

Тут Π — предмет, Π' — його

зображення, яке, як здається, знаходиться за дзеркалом. Таке зображення має назву *уявного*. Його треба відрізнити від *дійсного* зображення, через яке проходить світло і яке можна одержати, якщо помістити лист паперу або фотоплівку в місці, де воно перебуває.

З рисунка 1.16 очевидно, що в плоскому дзеркалі ми одержимо уявне пряме зображення предмета, симетричне відносно дзеркала, тобто $d = d$, $a h = h$.

Уявним може бути не тільки зображення предмета, а і джерело світла (рис. 1.17). Легко побачити, що зображення дійсного джерела світла S буде уявним і за дзеркалом S' , а зображення уявного джерела світла буде дійсним і перед дзеркалом.

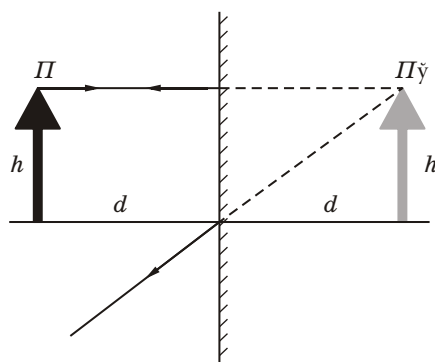


Рис. 1.16

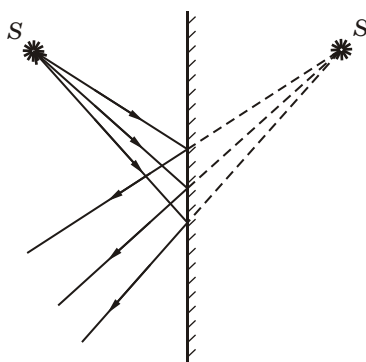


Рис. 1.17

Сферичні дзеркала

Дзеркала, поверхня яких є частиною поверхні сфери, називають *сферичними*. Вони можуть бути ввігнутими (рис. 1.18, а) і опуклими (рис. 1.18, б).

R — радіус кривизни дзеркала, O — центр кривизни. Діаметр кола, що обмежує дзеркало — отвір дзеркала, а т. C — його вершина, полюс дзеркала. Пряма CO — головна оптична вісь дзеркала, інші прямі, що проходять через т. O і поверхню дзеркала — побічні осі.

Усі промені, паралельні головній оптичній осі, що падають на ввігнуте дзеркало, після відбиття проходять

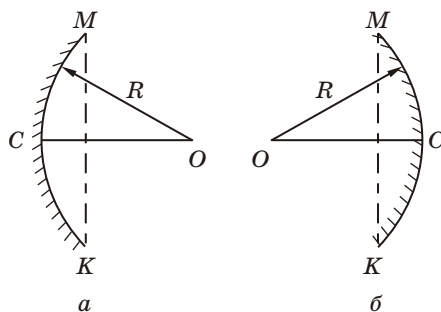


Рис. 1.18

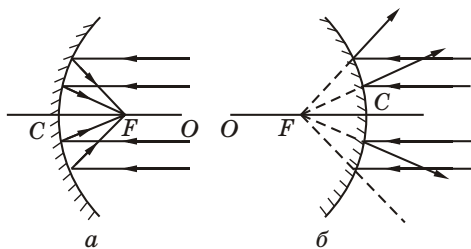


Рис. 1.19

через точку F , що лежить на головній оптичній осі і називається *головним фокусом дзеркала* (рис. 1.19, а). В цьому випадку фокус дійсний. Після відбиття від опуклого дзеркала такі промені йдуть розбіжним пучком (рис. 1.19, б), але їх продовження також сходяться в головному фокусі F (за дзеркалом, тобто фокус опуклого дзеркала уявний). Відстань між полюсом і головним фокусом — це головна фокусна відстань F . Тобто ввігнуті дзеркала — збираючі, а опуклі — розсіюючі.

**Формула
сферичного
дзеркала**

Якщо діаметр сферичного дзеркала значно менше його радіуса кривизни, то фокусна відстань

$$F = \frac{R}{2}. \quad (1.11)$$

Коли предмет знаходиться на відстані a від дзеркала, а його зображення спостерігається на відстані b від нього, то легко одержати рівняння дзеркала

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} = \frac{2}{R}. \quad (1.12)$$

В цьому рівнянні усі відстані від дзеркала до уявних точок беруться зі знаком «мінус», а до дійсних — зі знаком «плюс». Фокусна відстань ввігнутого дзеркала завжди додатна, а опуклого — від'ємна.

Для побудови зображення застосовуються три промені:

- 1) промінь, що йде через оптичний центр дзеркала, назад йде тим же шляхом;
- 2) промінь, що проходить через фокус, після відбиття йде паралельно оптичній осі;
- 3) промінь, що йде паралельно оптичній осі, після відбиття проходить через фокус на цій осі.

На рис. 1.20, а, б показано побудову зображення для ввігнутого (а) і опуклого (б) дзеркал.

Для ввігнутого дзеркала формула дзеркала має вигляд (1.12), а для опуклого дзеркала формула така

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{F} = -\frac{2}{R}. \quad (1.13)$$

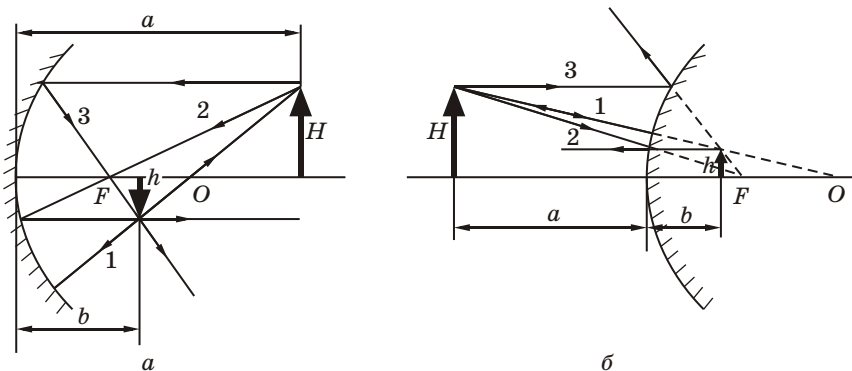


Рис. 1.20

Лінійне збільшення (зменшення) предмета

$$= \frac{h}{H} = -\frac{b}{a}, \quad (1.14)$$

де H — висота предмета, h — висота зображення.

**Правило знаків
для дзеркал**

Знак «-» введений для узгодження з прийнятими правилами, які при застосуванні рівнянь (1.12) і (1.14) у випадку ввігнутих і опуклих

дзеркал формулюються так:

Якщо об'єкт, зображення, або фокальна точка знаходяться з відбиваючого боку дзеркала, то відстань до об'єкта, відстань до зображення і фокусна відстань будуть додатними. Якщо ж об'єкт, зображення або фокальна точка опиняються за дзеркалом, то відповідні відстані треба вважати від'ємними. Висота об'єкта H і зображення h — додатні або від'ємні в залежності від знаходження об'єкта і зображення вище або нижче головної осі відповідно. Таким чином, збільшення (1.14) додатне для прямого зображення і від'ємне для перевернутого.

1.11. Лінзи

Зазвичай лінзи бувають круглі і кожна з поверхонь є сегментом сфери. Залежно від призначення лінзи можуть мати різну форму поверхонь (рис. 1.21). Лінзи першого типу (рис. 1.21, а) двоопуклі, опукловвігнуті, плоско-опуклі, мають додатну фокусну відстань і більшу товщину посередині. Це — збираючі лінзи. Лінзи другого типу (рис. 1.21, б) — розсіювальні. Можуть бути двоввігнутими, опукловвігнутими, плосковвігнутими. Вони мають більшу товщину по краях і їх фокусна відстань від'ємна. Лінзу вважають

тонкою, якщо її товщиною можна знехтувати порівняно з радіусами кривизни поверхонь. Відстань від фокальної точки до центра лінзи називається *фокусною відстанню* або *фокусом* F .

Формула лінзи

Можна одержати співвідношення, що пов'язує відстань до об'єкта a з відстанню до зображення b (рис. 1.22) і з параметрами лінзи — радіусами кривизни R_1 і R_2 відповідно передньої і задньої поверхонь лінзи та її абсолютним показником

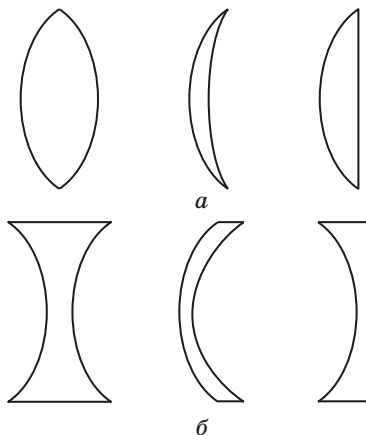


Рис. 1.21

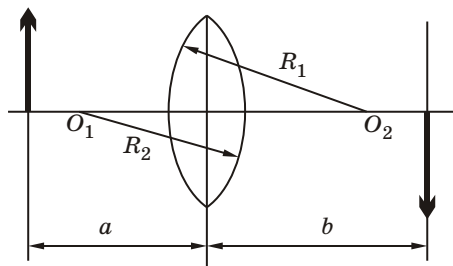


Рис. 1.22

заломлення n і абсолютним показником заломлення оточуючого середовища n_0 , однакового з обох боків лінзи:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.15)$$

Зазвичай співвідношення (1.15) виконується тільки для параксiальних променів і тонких лінз.

Правила знаків для тонкої лінзи

Величина a — додатна, якщо об'єкт знаходиться перед лінзою (дійсний об'єкт).

Величина a — від'ємна, якщо об'єкт знаходиться за лінзою (уявний об'єкт).

Величина b — додатна, якщо зображення знаходиться за лінзою (дійсне зображення).

Величина b — від'ємна, якщо зображення буде перед лінзою (уявне зображення).

R_1 і R_2 — додатні, якщо центр кривизни знаходиться за лінзою.

R_1 і R_2 — від'ємні, коли центр кривизни знаходиться перед лінзою.

F — додатна величина, якщо лінза збираюча і від'ємна величина, коли лінза розсіювальна.

Якщо об'єкт знаходиться в повітрі ($n_0 = 1$) на нескінченності ($a = \infty$), то відстань до зображення збігається з фокусною відстанню: $b = F$. Тоді рівняння (1.15) має вигляд

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.16)$$

і називається «*рівнянням шліфувальника лінз*», тому що пов'язує фокусну відстань будь-якої лінзи з її показником заломлення і радіусами кривизни її поверхонь.

Радіус кривизни лінзи вважається додатним, якщо світло падає на опуклу поверхню, і від'ємним, якщо світло падає на ввігнуту поверхню. Треба звернути увагу на те, що якщо лінзу перевернути так, щоб світло падало з протилежного боку, то радіуси R_1 і R_2 в рівнянні (1.16) міняються місцями, але фокусна відстань F залишиться незмінною.

З рівнянь (1.15) і (1.16) маємо *рівняння лінзи*:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (1.17)$$

Якщо відома фокусна відстань лінзи, то можна розрахувати відстань до зображення за умови заданої відстані до об'єкта. Рівняння лінзи — найбільш вживане рівняння геометричної оптики. Величина, зворотна фокусній відстані лінзи — оптична сила тонкої лінзи $D = 1/F$ вимірюється в діоптріях ($1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$). Оптична сила системи лінз, складених впритул (D), дорівнює сумі оптичних сил лінз, що входять до системи (D_i).

$$D = \sum_i D_i.$$

Побудова зображення в тонкій лінзі

Для побудови зображення в тонкій лінзі достатньо простежити хід трьох променів:

а) для збираючої лінзи (рис. 1.23, а, б):

1) промінь, що проходить паралельно оптичній осі лінзи, після заломлення перетинає цю вісь по другий бік лінзи в точці, розташованій на відстані F від неї (проходить через задній фокус);

2) промінь, що проходить через центр лінзи, не змінює свого напрямку;

3) промінь, що проходить через фокус перед лінзою (передній фокус лінзи) після заломлення йде паралельно оптичній осі;

б) для розсіювальної лінзи (рис. 1.23, в):

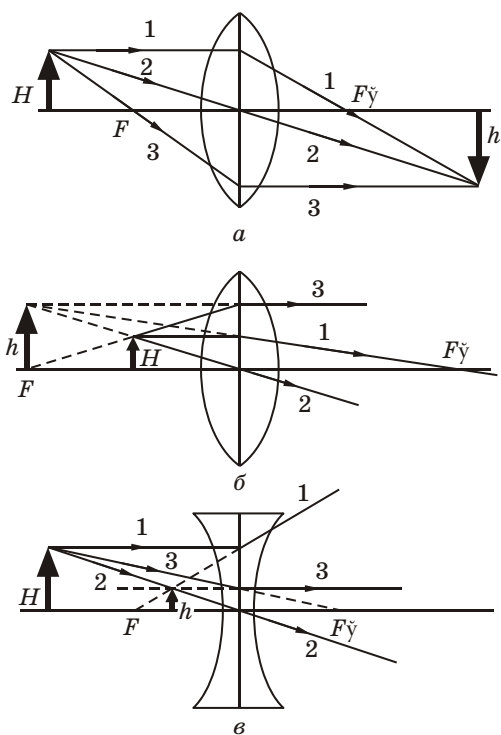


Рис. 1.23

ное добутку збільшень, що дає кожна з лінз окремо

$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \quad (1.19)$$

1.12. Аберції (похибки) оптичних систем

У розділі 1.9 були сформульовані так звані умови Максвелла для одержання реального зображення. Як випливає з цих умов, ідеальна оптична система може існувати тільки в параксіальній області, тобто в області, що має невеликі апертурні кути і мале поле зору.

Оптична система, яку можна практично застосувати, повинна давати правильне зображення досить великого об'єкта, тобто мати велике поле зору. В реальних умовах цього досягти досить складно. Похибка зображення в оптичній системі, зумовлена відхиленням променя від напрямку, за яким він би йшов у ідеальній оптичній системі, називається *аберацією*.

Аберації оптичних систем поділяються на *монохроматичні* та *хроматичні*.

1) промінь, що проходить паралельно оптичній осі, після заломлення йде так, щоб його продовження проходило через передній фокус лінзи;

2) промінь, що проходить через центр лінзи, йде прямо;

3) промінь, що проходить через задній фокус лінзи, після заломлення йде паралельно оптичній осі, а його продовження перед лінзою паралельне оптичній осі.

Лінійне або поперечне збільшення лінзи дорівнює

$$= \frac{h}{H} = -\frac{b}{a}, \quad (1.18)$$

де H і h — розміри об'єкта і його зображення. При наявності системи лінз їх повне збільшення дорівнює

Монохроматичні аберації характеризують відхилення реальних систем від ідеальних для променів окремої, визначеної довжини хвилі. До цих аберацій відносяться: *сферична аберация, аберация кома, астигматизм, викривлення площини зображення, дисторсія.*

Хроматична аберация (хроматизм), яка обумовлена дисперсією (залежністю показника заломлення від довжини хвилі), проявляється в забарвленні зображення і пов'язана з тим, що оптична система, яка заломлює промені світла і одночасно розкладає біле світло у спектр, зміщує зображення для променів у різних частинах спектра одне відносно іншого. Треба зауважити, що всі ці види аберацій можуть існувати як окремо, так і одночасно. Розглянемо різні види монохроматичної аберації.

Сферична аберация

Для тонкої лінзи параксіальний пучок, що йде від джерела S (рис. 1.24), після заломлення в лінзі перетинає оптичну вісь в точці S_1 . Але якщо пучок світла від S йде під великим кутом до оптичної осі, то промені, які падають на лінзу під різними кутами, по різному заломлюються різними частинами лінзи, і, як наслідок, перетинають оптичну вісь у різних точках (S_1, S_2, S_3).

Промені, більш віддалені від центра лінзи (промені 2, 3, рис. 1.24), сильніше заломлюються і потрапляють на оптичну вісь на досить близьких відстанях від центра лінзи. Якщо екран (e) пересувати від точки S ліворуч, то замість стигматичного точкового зображення буде спостерігатись розпливчата пляма. Ця похибка, пов'язана зі сферичністю заломлюючих поверхонь, називається *сферичною аберацией*. Кількісна характеристика сферичної аберації — це *продольна аберация*, що дорівнює лінійній відстані точки перетину крайніх (промені 3, рис. 1.24) і центральних (промені 1) променів пучка з головною оптичною віссю, тобто відстані $S_3 S_1$.

Лінійна аберация залежить від матеріалу лінзи та кривизни її поверхонь. Продольні аберації збираючих і розсіювальних лінз протилежні за знаком. Їхня комбінація дозволяє зменшити сферичну аберацию.

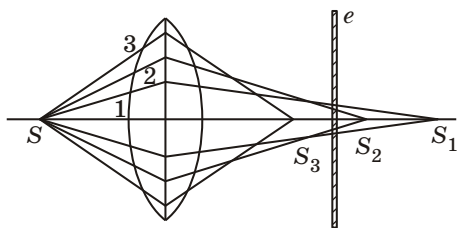


Рис. 1.24

Аберация кома

З кривизною поверхні оптичних систем, крім сферичної аберації, пов'язана ще похибка — *кома* (рис. 1.25). Промені, що йдуть від точкового об'єкта, який розташований далеко від головної оптичної осі системи, створюють в площині зображення несиметричну пляму, що нагадує комету з хвостом. Тому така аберация у позаосьових пучках одержала назву *коми*. Кома є найбільш суттєвою аберацией, яку необхідно звести до мінімуму шляхом підбору відповідних елементів оптичної системи.

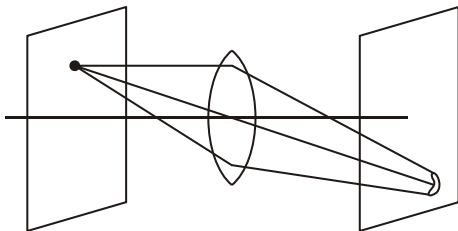


Рис. 1.25

Астигматизм

Астигматизм похилих пучків проявляється в тому, що зображення точки, що не лежить на головній осі системи, перетворюється на дві взаємоперпендикулярні лінії, розташовані в різних площинах ($M M$ і $S S$, рис. 1.26) (точку не зображено). Відстань між точками M і S має назву астигматичної різниці. Таким чином оптична система з астигматизмом перетворює гомоцентричні пучки променів в астигматичні. В поперечному

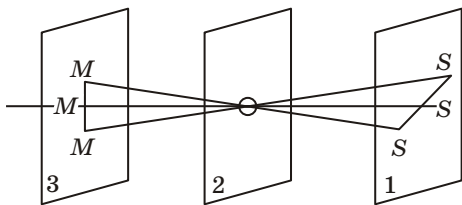


Рис. 1.26

перерізі пучка в площині 1 зображення точки витягується в горизонтальний відрізок $S S$, а в площині 3 — в вертикальний відрізок $M M$. В площині 2, посередині між 1 і 3, переріз пучка має вигляд кола, а в проміжних площинах — це еліпс. Для виправлення цього дефекту треба створювати складні оптичні системи, які мають назву *анастигмати*.

Кривизна поля зображення

Кривизна поля зображення особливо помітна при конструюванні фотокамер та інших пристроїв, у яких плівка розташована на плоскій поверхні. В цьому випадку точки зображення для об'єктів, розташованих на однаковій відстані від лінзи, але не на її осі, збираються не на площині, а на викривленій поверхні, тобто фокальна поверхня буде неплоскою. Це зрозуміло, тому що точки на плоскій поверхні, наприклад на плівці в фотокамері, не еквідистантні

відносно лінзи. В очах людини кривизна поля компенсується кривизною сітчатки.

Дисторсія

Коли промені від предмета утворюють великі кути з оптичною віссю системи, зображення може бути спотворене. Цей ефект зумовлений тим, що збільшення такої системи при великих кутах залежить від величини цього кута і, отже, змінюється від центра зображення до його краю. Цей вид аберації називається *дисторсією* і веде до того, що утворюються зображення, не подібні до предмета.

На рис. 1.27 зображено *а*) квадратичну сітку (предмет); *б*) подушкоподібну дисторсію; *в*) бочкоподібну дисторсію. Дисторсія не дуже шкодить зображенню, не порушує його різкості, але може бути особливо небезпечною, коли оптичні системи застосовуються для зйомки, наприклад, в геодезії при аерофотозйомці, в мікроскопі і т. д.

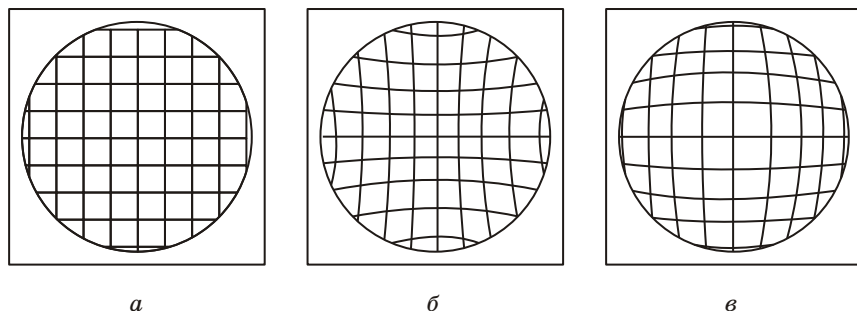


Рис. 1.27

Хроматична аберация

При проходженні білого світла крізь лінзу спостерігається явище *дисперсії* (залежність показника заломлення від довжини хвилі), що призводить до зміщення фокусів різних кольорів один відносно одного.

На рис. 1.28 показаний фокус $F_{\text{ф}}$ для фіолетових і $F_{\text{ч}}$ фокус для червоних променів. У результаті на екрані одержуємо не білу, а кольорову пляму. Чергування кольорів залежить від положення екрана спостереження, а відповідне спотворення має назву *хроматичної аберації*.

Хроматична аберация, як і сферична, кількісно характеризується *поздовжньою хроматичною аберациєю* ($F_{\text{ф}} F_{\text{ч}}$).

Хроматичну аберацию можна виключити для будь-яких двох кольорів і зменшити для всіх інших кольорів, якщо використати

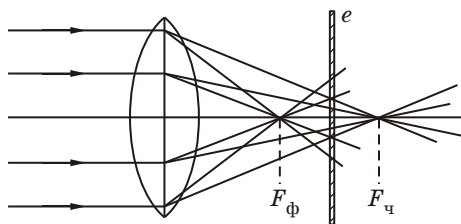


Рис. 1.28

дві лінзи, виготовлені із матеріалів з різними показниками заломлення і різною дисперсією. Звичайно склеюють збиральну і розсіювальну лінзи. Така комбінація лінз називається *ахроматичним дублетом*.

Повністю компенсувати всі аберації одночасно неможливо. В кожному конкретному випадку усувається той або інший недолік в залежності від призначення даного приладу.

Контрольні запитання та завдання для самоперевірки

1. За яких умов закони оптики можна сформулювати з точки зору геометричної оптики?
2. Сформулюйте принцип Ферма.
3. Що таке геометрична й оптична довжина шляху?
4. Сформулюйте закон оборотності світлового шляху.
5. У чому полягає закон прямолінійного поширення світла?
6. Сформулюйте закон незалежності світлових пучків.
7. Що таке абсолютний і відносний показник заломлення речовини?
8. Сформулюйте закони відбивання й заломлення світла.
9. Одержіть закони заломлення й відбивання світла, виходячи з принципу Ферма.
10. Які природні явища можна пояснити як наслідок принципу Ферма?
11. У чому полягає явище повного внутрішнього відбивання? За яких умов воно спостерігається?
12. У чому полягає принцип роботи світловодів?
13. Чому дорівнює поперечне зміщення променя при проходженні світла крізь плоскопаралельну пластинку? Від чого воно залежить?
14. Як виміряти показник заломлення речовини за допомогою призми?
15. Що таке точкове джерело світла й світня точка? Чим вони відрізняються?
16. Що таке гомоцентричний пучок?
17. Яке зображення називається стигматичним?

18. Що таке дійсні й уявні зображення?
19. Які оптичні системи називаються центрованими?
20. Що таке головна оптична вісь системи?
21. Які промені називаються параксіальними?
22. Які умови Максвелла для «ідеальної» оптичної системи?
23. Яке зображення дають плоскі дзеркала?
24. Які можуть бути сферичні дзеркала?
25. Що таке головний оптичний фокус дзеркала?
26. Як фокусна відстань дзеркала пов'язана з його радіусом кривизни?
27. Запишіть формулу сферичного дзеркала. Яке правило знаків для дзеркала?
28. Побудуйте зображення предмета, створеного сферичним дзеркалом, якщо предмет знаходиться: перед фокусом; між фокусом та оптичним центром; далеко за оптичним центром.
29. Чому дорівнює лінійне збільшення об'єкта, створеного сферичним дзеркалом?
30. Які види лінз ви знаєте?
31. Як пов'язані відстані до об'єкта й до зображення з параметрами лінзи?
32. Запишіть рівняння лінзи.
33. Що таке оптична сила лінзи? Чому вона дорівнює для системи лінз?
34. Побудуйте зображення, створене збираючою й розсіювальною лінзою для різних випадків розташування об'єкта.
35. Чому дорівнює лінійне збільшення лінзи? Для системи лінз?
36. Які види аберацій ви знаєте?
37. Тонку збираючу лінзу наблизили до об'єкта. Чи зміниться при цьому положення та величина зображення? Якщо зміниться, то як?
38. Опишіть всі умови, за яких збираюча (розсіювальна) лінза створює а) збільшене зображення; б) уявне зображення; в) пряме зображення; г) збільшення $+1$ і -1 .
39. Побудуйте графіки залежності кута заломлення від кута падіння променя світла на границю поділу двох діелектриків. Розглянути випадки $n_1 < n_2$ і $n_1 > n_2$.

Приклади розв'язання задач

Задача 1

Взаємно перпендикулярні промені йдуть з повітря в рідину. Кут заломлення першого променя α_1 , другого — α_2 . Знайти показник заломлення рідини.

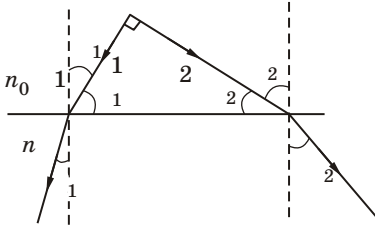


Рис. 1.29

Розв'язання

Закон заломлення для кожного з променів

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_1} = n; \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_2} = n. \quad (1)$$

З рисунка 1.29 маємо

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ; \quad \alpha_1 + \alpha_1 = 90^\circ; \\ \alpha_2 + \alpha_2 = 90^\circ,$$

тоді $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$ і $\sin \alpha_1 = \sin(90^\circ - \alpha_2) = \cos \alpha_2$. Таким чином закони заломлення (1) можна записати у вигляді

$$\frac{\cos \alpha_2}{\sin \alpha_1} = n; \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_2} = n. \quad (2)$$

Після розв'язання системи рівнянь (2) одержимо

$$\frac{\cos \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_2}; \quad \text{tg } \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}; \quad \alpha_2 = \arctg \left(\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \right);$$

звідки

$$n = \frac{\sin[\arctg(\sin \alpha_2 / \sin \alpha_1)]}{\sin \alpha_2} =$$

$$= \frac{1}{\sin \alpha_2} \sin \left[\arcsin \left(\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1 \sqrt{1 + \sin^2 \alpha_2 / \sin^2 \alpha_1}} \right) \right].$$

(Нагадаємо, що $\arctg x = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x^2}}$ і $\sin(\arcsin x) = x$.)

Тобто n — показник заломлення рідини дорівнює

$$n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2}}.$$

Задача 2

Опукле дзеркало заднього виду в автомашині має радіус кривизни 40 см. Визначити положення зображення і збільшення, якщо об'єкт знаходиться на відстані 10 м від дзеркала.

Розв'язання

Для опуклого дзеркала $R = -40$ см, тобто $F = -20$ см. Тоді з рівняння дзеркала (1.12) (або (1.13)) маємо

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}; \quad \frac{1}{b} = -\frac{1}{0,2} - \frac{1}{10,0} = -\frac{51,0}{10,0} = -\frac{1}{0,196} \text{ м.}$$

Таким чином, $b = -0,196$ м, тобто зображення знаходиться за дзеркалом на відстані 19,6 см. Збільшення дорівнює

$$= -\frac{b}{a}; \quad = -\left(-\frac{0,196}{10,0}\right) = 0,0196 = \frac{1}{51}.$$

Зображення пряме й зменшене в 51 раз.

Задача 3

Визначити фокусну відстань ввігнутого сферичного дзеркала, яке дає дійсне зменшене в три рази зображення предмета при відстані між предметом і зображенням $l = 20$ см.

Розв'язання

У ввігнутому дзеркалі зображення буде зменшеним і дійсним, якщо предмет знаходиться за оптичним центром дзеркала

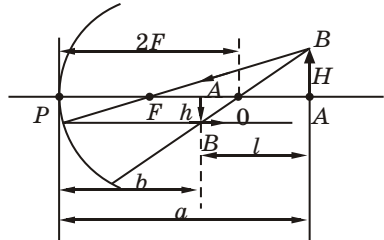


Рис. 1.30

(рис. 1.30). Із формули сферичного дзеркала $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ маємо

$$F = \frac{ab}{a+b}.$$

З рис. 1.30 видно, що $a = b + l$, звідки

$$F = \frac{(b+l)b}{2b+l}. \quad (1)$$

Трикутники A_1B_1O і ABO подібні, тоді

$$\frac{H}{h} = \frac{a-2F}{2F-b}. \quad (2)$$

Перетворимо це рівняння, додавши по одиниці до обох його частин

$$\frac{H}{h} + 1 = \frac{a - 2F}{2F - b} + 1$$

$$\frac{H}{h} + 1 = \frac{a - b}{2F - b} = \frac{l}{2F - b}. \quad (3)$$

З урахуванням (1) з (3) одержимо

$$b = \frac{l}{H/h - 1}; \quad b = 0,1 \text{ м.}$$

І нарешті з (1) маємо $F = 0,075 \text{ м.}$

Задача 4

Двоопукла лінза з показником заломлення $n = 1,6$ має однакові радіуси кривизни поверхонь $R_1 = R_2 = R = 12 \text{ см.}$ Зображення об'єкта за допомогою цієї лінзи в $\Gamma = 4$ рази більше за об'єкт. Визначити відстань від об'єкта до його зображення ($a + b$) (рис. 1.31).

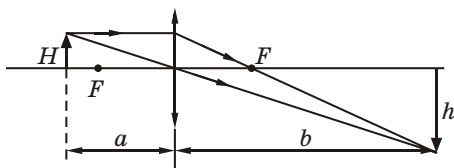


Рис. 1.31

Розв'язання

З формули лінзи маємо

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n - 1) \frac{2}{R}; \quad (1)$$

з урахуванням, що $\frac{b}{a} = \Gamma$; $b = a\Gamma$, з (1) одержимо:

$$a + b = ab(n - 1) \frac{2}{R}; \quad a(1 + \Gamma) = a^2 (n - 1) \frac{2}{R};$$

$$a = \frac{(1 + \Gamma)R}{2(n - 1)}; \quad a + b = 0,625 \text{ м.}$$

Задача 5

В отвір радіусом $R = 1 \text{ см}$ в тонкій непрозорій перегородці вставлена тонка розсіювальна лінза. З одного боку на головній оптичній осі лінзи розташоване точкове джерело світла. З другого боку лінзи, на відстані $L = 24 \text{ см}$ від неї, знаходиться екран. Радіус світлої плями на екрані $r_1 = 4 \text{ см.}$ Якщо лінзу прибрати, то радіус

плями на екрані буде r_2 2 см. Знайти відстань від джерела світла до лінзи та фокусну відстань лінзи.

Розв'язання

Лінза розсіювальна, тому зображення джерела світла S — завжди уявне (S') (рис. 1.32), а вихідний пучок світла — розбіжний.

Для побудови зображення проведемо побічну оптичну вісь DO , паралельну променю SA . Точка D перетину побічної осі DO з фокальною площиною лінзи є точкою, через яку проходить продовження заломленого променя AB . Точка S' — уявне зображення джерела S .

Трикутники SAO і SNO подібні, тоді

$$\frac{r_2}{R} = \frac{a+L}{a} \text{ звідки } a = \frac{RL}{r_2 - R} = 24 \text{ см.}$$

AED подібний ABN , тоді

$$\frac{R}{r_1 - r_2} = \frac{F}{L}, \text{ звідки } F = \frac{LR}{r_1 - r_2} = 12 \text{ см.}$$

Зважаючи на те, що лінза розсіювальна, її фокусна відстань $F = -12$ см.

Задача 6

Тонка скляна плосковігнута лінза, радіус кривизни якої $R = 0,30$ м, щільно закрита тонкою скляною пластинкою й занурена в воду (рис. 1.33). Визначити оптичну силу такої системи.

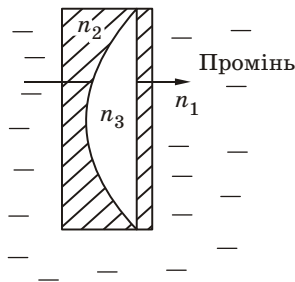


Рис. 1.33

Розв'язання

Наявність тонкої скляної пластинки не змінює хід променів у другому середовищі, а тільки децю їх зміщує. Зважаючи на те, що пластинка тонка, цим зміщенням можна знехтувати. Тому в даному випадку можна вважати, що вода й повітря мають спільну межу.

Систему розглядаємо як дві складені впритул тонкі лінзи: одна скляна плосковігнута, друга — повітряна плоско-опукла. Якщо оптичні сили цих лінз $D_{\text{скл}}$ і $D_{\text{пов}}$, тоді оптична сила системи дорівнює

$$D = D_{\text{скл}} + D_{\text{пов}}. \quad (1)$$

Знайдемо ці оптичні сили

$$D_{\text{скл}} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R} \right); \quad D_{\text{пов}} = \left(\frac{n_3}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right). \quad (2)$$

Тут $n_1 = 1,33$, $n_2 = 1,50$, $n_3 = 1$ — показники заломлення води, скла й повітря відповідно.

$$D = -\frac{1}{R} \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) + \frac{1}{R} \left(\frac{n_3}{n_1} - 1 \right) = \frac{n_3 - n_2}{n_1 R} = -1,25 \text{ дптр.}$$

Знак «-» означає, що така система — розсіювальна.

Задачі для самостійного розв'язання

1.1. Два плоских дзеркала створюють двогранний кут α . На який кут β відхилиться світловий промінь в результаті двократного послідовного відбиття від кожного з дзеркал? (Падаючий промінь лежить у площині, перпендикулярній ребру дзеркала).

Відповідь: $\beta = -2\alpha$.

1.2. Промінь падає на плоскопаралельну скляну пластинку під кутом $\alpha = 30^\circ$. Промінь, що виходить з пластинки, паралельний падаючому й відстоїть від нього на $l = 3,88$ см. Яка товщина пластинки d , якщо показник заломлення скла $n = 1,50$?

Відповідь: $d = 0,2$ м.

1.3. Світловий промінь падає під кутом α на середовище з показником заломлення n . Як повинні бути пов'язані величини α і n , щоб відбитий промінь був перпендикулярним до заломленого?

Відповідь: $\tan \alpha = n$.

1.4. Пучок паралельних променів шириною $a = 3$ см падає на товсту скляну пластинку з показником заломлення $n = 1,60$ під кутом $\alpha = 30^\circ$. Визначити ширину пучка a' після заломлення у пластинці.

Відповідь: $a' = 3,3$ см.

1.5. Визначити граничні кути повного внутрішнього відбивання для скляних пластинок з показниками заломлення $n_1 = 1,50$ і $n_2 = 1,60$. Пластинки занурені у воду.

Відповідь: $\alpha_{p1} = 62^\circ 50'$; $\alpha_{p2} = 51^\circ 43'$.

1.6. Людина на човні, що пливе по озеру, дивиться на камінь, що лежить на дні. Глибина озера H , показник заломлення води n . Як залежить уявна глибина каменя h від кута зору α ?

Відповідь: $h = \frac{H \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$.

1.7. На дні посудини, наповненої водою до висоти 15 см, розташоване точкове джерело світла. Який найменший діаметр d повинна мати непрозора пластинка на поверхні води, щоб не пропускати світло?

Відповідь: $d = 34$ см.

1.8. Промінь світла падає під кутом $\alpha = 45^\circ$ на бокову грань призми з заломлюючим кутом $\beta = 60^\circ$. Визначити показник заломлення призми, якщо після подвійного заломлення промінь, що вийшов, йде вздовж другої бокової грані призми.

Відповідь: $n = 1,7$.

1.9. На грань скляної призми ($n = 1,50$) нормально падає промінь світла. Визначити кут відхилення променя, якщо заломлюючий кут призми $\beta = 30^\circ$.

Відповідь: $\alpha = 19^\circ$.

1.10. Рівнобічна скляна призма з показником заломлення $n_1 = 1,6$ однією гранню прилягає до посудини з водою ($n_2 = 1,33$). Промінь світла падає з повітря на грань призми під кутом $\alpha_1 = 40^\circ$ і після двократного заломлення входить у воду. Чому дорівнює кут заломлення α_2 у воді?

Відповідь: $\alpha_2 = 46^\circ$.

1.11. Ввігнуте сферичне дзеркало дає на екрані зображення предмета збільшене в 5 разів. Відстань від предмета до дзеркала $a = 30$ см. Визначити радіус кривизни дзеркала.

Відповідь: $R = 0,5$ м.

1.12. Знайти положення й висоту зображення об'єкта висотою $H = 10$ см, який знаходиться на відстані $a = 20$ см від опуклого дзеркала з радіусом кривизни $R = 60$ см. Побудувати зображення.

Відповідь: $b = 12$ см; $h = 6$ см.

1.13. Радіус кривизни ввігнутого дзеркала $R = 90$ см. Знайти положення предмета, при якому його зображення буде дійсним і збільшеним в 3 рази. Де повинен знаходитись предмет, щоб його зображення було уявним і збільшеним також в 3 рази?

Відповідь: $a_1 = 60$ см; $a_2 = 30$ см.

1.14. Радіус ввігнутого сферичного дзеркала $R = 60$ см. На головній оптичній осі цього дзеркала розміщено точкове джерело світла S на відстані $a = 40$ см від дзеркала. На якій відстані x від ввігнутого дзеркала треба розташувати плоске дзеркало, щоб промені, відбиті ввігнутих, а потім плоским дзеркалом, повернулись в точку S ?

Відповідь: $x = 80$ см.

1.15. Чому дорівнює оптична сила тонкої скляної плоскоопуклої лінзи в повітрі? Радіус кривизни лінзи $R = 0,2$ м, показник заломлення $n = 1,50$.

Відповідь: $D = 2,5$ дптр.

1.16. Прозора порожнина обмежена з одного боку плоскістю, а з іншого — сферичною поверхнею з радіусом кривизни $R = 20$ см. Визначити оптичну силу лінзи, яку буде мати така порожнина, заповнена повітрям, при зануренні її у воду.

Відповідь: $D = -1,25$ дптр.

1.17. Побудувати зображення довільної точки, що лежить на головній оптичній осі: а) збиральної лінзи, б) розсіювальної лінзи.

1.18. В яких випадках при проходженні через лінзу з показником заломлення $n > 1$ паралельний пучок світла залишиться паралельним?

Відповідь: $n_1 = n_2$; $R_1 = -R_2$.

1.19. Радіуси кривизни поверхонь сферичної лінзи $R_1 = R_2 = 50$ см. Показник заломлення матеріалу лінзи 1,50. Знайти оптичну силу лінзи для двох випадків: 1) збиральна лінза; 2) розсіювальна лінза.

Відповідь: $D_1 = 2$ дптр; $D_2 = -2$ дптр.

1.20. Фокусна відстань лінзи $F = 30$ см. На якій відстані від лінзи треба розмістити об'єкт, щоб його уявне зображення було на відстані $b = 50$ см від лінзи?

Відповідь: $a = 18,75$ см.

1.21. Тонка скляна лінза ($n_1 = 1,52$) в повітрі має оптичну силу $D_1 = 5$ дптр, а в рідині $D_2 = -0,48$ дптр. Визначити показник заломлення рідини n_2 .

Відповідь: $n_2 = 1,6$.

1.22. Якщо відстань предмета від лінзи $a_1 = 36$ см, то висота зображення $h_1 = 10$ см. Якщо ж відстань предмета від лінзи $a_2 = 24$ см, то висота зображення $h_2 = 20$ см. Визначити фокусну відстань лінзи.

Відповідь: $F = 12$ см.

1.23. Яка головна фокусна відстань лінзи F , якщо для одержання зображення предмета в натуральну величину його треба розташувати на відстані $a = 25$ см від лінзи? Яка оптична сила лінзи?

Відповідь: $F = 12,5$ см; $D = 8$ дптр.

1.24. Предмет знаходиться на відстані $d_1 = 10$ см від переднього фокуса збиральної лінзи, а екран, на якому спостерігається чітке зображення предмета, розташований за заднім фокусом лінзи на відстані $d_2 = 40$ см від нього. Знайти оптичну силу лінзи й збільшення предмета.

Відповідь: $D = 2$ дптр; $\Gamma = 2$.

1.25. Лінза виготовлена з скла, показник заломлення якого для червоних променів $n_{\text{ч}} = 1,50$. Для фіолетових $n_{\text{ф}} = 1,70$. Радіуси кривизни для обох поверхонь лінзи однакові й дорівнюють $0,25$ м. Визначити продольну хроматичну аберацию такої лінзи.

Відповідь: $F = 7$ см.

1.26. Визначте відстань від двоопуклої лінзи до об'єкта, при якій відстань від об'єкта до дійсного зображення ($a + b$) буде мінімальною.

Відповідь: $a = 2F$.

1.27. На тонку розсіювальну лінзу з оптичною силою $D = -6$ дптр падає збіжний пучок променів, продовження яких перетинаються за лінзою в точці S , яка лежить на головній оптичній осі на відстані 9 см від лінзи. Де знаходиться точка перетину променів після їх заломлення у лінзі?

Відповідь: $b \approx 0,20$ м.

1.28. Тонка збиральна лінза розміщена у отворі непрозорої перегородки радіусом $R = 2$ см. Точкове джерело світла розташоване ліворуч від перегородки на відстані $a = 30$ см від лінзи на її головній оптичній осі. На екрані, праворуч від лінзи, спостерігається зображення джерела. Після переміщення екрана праворуч на відстань $L = 15$ см на ньому з'явилась світла пляма радіусом $r = 0,5$ см. На якій відстані b від лінзи знаходився екран спочатку? Чому дорівнює фокусна відстань лінзи?

Відповідь: $b = 60$ см; $F = 20$ см.

1.29. На плоскому дзеркалі лежить плоско-опукла лінза з фокусною відстанню 25 см. Яка оптична сила системи?

Відповідь: $D = 8$ дптр.

1.30. Точка S рухається з швидкістю $v = 4$ см/с. З якою швидкістю рухається її зображення, якщо відстань точки S до лінзи $a = 30$ см, а фокусна відстань лінзи $F = 20$ см?

Відповідь: $v_1 = 8$ см/с.



Рис. 1.34

2 Інтерференція світла

2.1. Світло як електромагнітні хвилі. Принцип суперпозиції світлових хвиль

В основі хвильової оптики лежить теорія електромагнітних хвиль Максвелла (див. т. II, розд. 12) і співвідношення для електромагнітних хвиль, що випливають з рівнянь Максвелла. Згідно цієї теорії в електромагнітній хвилі відбувається коливання векторів напруженості електричного \vec{E} та магнітного \vec{H} полів. Треба зауважити, що в оптиці фотохімічний, фотоелектричний і фізіологічний вплив визначається коливанням вектора \vec{E} , який називається *світловим вектором*.

Нагадаємо, що фазова швидкість хвиль в середовищі дорівнює $v = c/n$, де c — швидкість світла у вакуумі, n — показник заломлення середовища. Оскільки частота світла незмінна в будь-якому середовищі, то довжина світлових хвиль залежить від показника заломлення n

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

де λ_0 — довжина хвилі у вакуумі. ($\lambda_0 = c/\nu$, в середовищі $\lambda = v/\nu = c/(n\nu) = \lambda_0/n$).

Інтерференція світла — одне з істотних явищ, що допомогло з'ясувати природу світла, вперше спостерігалось Томасом Юнгом (1773—1829) в 1801 р. Завдяки цьому явищу Д. Араго і О. Френель не тільки підтвердили хвильову природу світла, а й довели, що світлові хвилі поперечні.

**Принцип
суперпозиції
світлових хвиль**

В просторі одночасно поширюється безмежна кількість світлових хвиль, взаємне перетинання яких не впливає на їх поширення.

Математично це означає, що виконується *принцип суперпозиції, тобто напруженість електричного поля \vec{E} , що створюється в даній точці простору декількома (N) джерелами світла, дорівнює векторній сумі напруженостей, які б вони створювали в цій точці кожне окремо.*

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$$

Принцип суперпозиції є результатом того, що світлові хвилі описуються однорідними лінійними рівняннями Максвелла і лінійними матеріальними рівняннями, а властивості середовища, в якому поширюється світло, не залежать від інтенсивності світла. Цей факт має місце тільки при слабких полях, отже принцип суперпозиції є принципом лінійної оптики.

2.2. Додавання коливань і хвиль. Явище інтерференції світла

Нехай дві монохроматичні світлові хвилі поширюються в одному напрямку і збуджують в деякій точці простору коливання однакової частоти з різними амплітудами і початковими фазами. Напруженості цих коливань

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1);$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Результат додавання одержимо, застосувавши метод векторних діаграм. Результуюче коливання має ту ж частоту і напрямок, що й додавані коливання

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \varphi) = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) + \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \varphi_2);$$

його амплітуда

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (2.1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_{01} \sin \varphi_1 + E_{02} \sin \varphi_2}{E_{01} \cos \varphi_1 + E_{02} \cos \varphi_2}. \quad (2.2)$$

**Інтенсивність
результуючого
коливання**

Згадаємо, що інтенсивність I — це модуль середнього за часом значення густини потоку енергії, що переноситься світловою хвилею. (Вектор густини потоку енергії — вектор Пойнтинга

$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$, тоді $I_1 = E_{01}^2, I_2 = E_{02}^2$.

З цього випливає, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди напруженості, тобто з (2.1) одержимо

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.3)$$

Візьмемо до уваги, що ми розглядаємо ідеалізований випадок монохроматичних хвиль однакової частоти.

Монохроматична хвиля — це синусоїдальна хвиля з сталими в часі частотою ω , амплітудою E_0 і початковою фазою коливань ϕ_0 . Монохроматичні коливання в будь-якій точці простору існують нескінченно довго.

Практично інтенсивність світла, що пов'язана з механізмом його випромінювання, завжди змінюється з часом. Ці зміни неможливо відстежити ні візуально, ні за допомогою оптичних приладів. Тому вираз (2.3) треба усереднити за час спостереження.

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\omega_2 - \omega_1) \rangle.$$

Амплітуди коливань незмінні, тому $\langle I_1 \rangle = I_1, \langle I_2 \rangle = I_2$, тобто

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\omega_2 - \omega_1) \rangle.$$

Середнє значення косинуса різниці фаз

$$\langle \cos(\omega_2 - \omega_1) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega_2 - \omega_1) dt, \quad (2.4)$$

де T — час спостереження.

<p>Когерентні і некогерентні коливання</p>

Тут можна розглянути два випадки:
 1. Різниця фаз $(\omega_2 - \omega_1) = \text{const}$. Тоді з (2.4) маємо

$$\langle \cos(\omega_2 - \omega_1) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega_2 - \omega_1) dt = \cos(\omega_2 - \omega_1) = \text{const},$$

тобто

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad \langle I \rangle \neq I_1 + I_2. \quad (2.5)$$

Це випадок *когерентних коливань і створюваних ними когерентних хвиль*. Коливання і хвилі називаються когерентними, якщо вони мають одну частоту і незмінну з часом амплітуду і початкову фазу (тобто хвилі, що поширюються в результаті цих коливань, мають постійну за часом різницю фаз).

В цьому випадку інтенсивність коливань (2.5) визначається третім доданком, який включає $\cos(\omega_2 - \omega_1)$ і має назву *інтерференційного члена*. Ця величина характеризує кореляцію (взаємозв'язок) доданих коливань.

Якщо коливання синфазні: $\omega_2 = \omega_1$, або $\omega_2 - \omega_1 = 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), то інтенсивність максимальна

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2, \text{ при } I_1 = I_2; I_{\max} = 4I_1.$$

Якщо коливання відбуваються в протифазі:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2m + 1)\pi,$$

то інтенсивність мінімальна

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2; \text{ при } I_1 = I_2, I_{\min} = 0.$$

Таким чином при додаванні когерентних коливань і когерентних світлових хвиль спостерігається *інтерференція світла — перерозподіл світлового потоку, в результаті чого в одних місцях виникають максимуми, а в інших — мінімуми інтенсивності*.

2. Для некогерентних хвиль різниця фаз змінюється хаотично, середнє значення $\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = 0$, тобто всюди інтенсивність дорівнює сумі інтенсивностей $I = I_1 + I_2$, при $I_1 = I_2; I = 2I_1$.

Треба зауважити, що реальні джерела світла не випромінюють строго монохроматичні хвилі, що пов'язано з хаотичним випромінюванням хвиль окремими атомами, втратами енергії на випромінювання, що спричиняє затухання хвиль, та ін.

Інтерференція когерентних світлових хвиль

Когерентні хвилі можна одержати, якщо світло від одного і того ж джерела O (рис. 2.1) поділити на два пучки, що проходять шляхами S_1 і S_2 в середовищах з показниками заломлення n_1 і n_2 і швидкостями поширення хвиль v_1 і v_2 , а далі пучки звести разом (в точці P).

Вважаємо для простоти, що хвилі мають однакову нульову початкову фазу. Напруженість поля першої хвилі в точці P

$$E_1 = E_{01} \cos \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right),$$

а для другої хвилі

$$E_2 = E_{02} \cos \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right),$$

де S_1 і S_2 — геометричні шляхи, що пройшли перша і друга

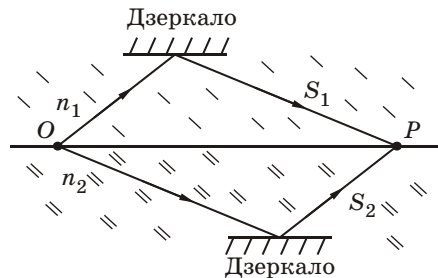


Рис. 2.1

хвилі в середовищах з показниками заломлення n_1 і n_2 ; $v_1 = c/n_1$ і $v_2 = c/n_2$ — їх фазові швидкості.

Різниця фаз цих хвиль в т. P

$$= \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{-(S_2 n_2 - S_1 n_1)}{c} = \frac{-(L_2 - L_1)}{c},$$

де $L_1 = S_1 n_1$; $L_2 = S_2 n_2$ — оптичні шляхи першої і другої хвилі;

$$\frac{L_2 - L_1}{c} = \frac{2}{c} = \frac{2}{\lambda_0},$$

де λ_0 — довжина хвилі в вакуумі.

$L_2 - L_1 = m \lambda_0$ — оптична різниця ходу, тоді

$$L_2 - L_1 = m \lambda_0 \quad (2.6)$$

Умова максимуму інтерференції

Якщо оптична різниця ходу дорівнює цілій кількості хвиль (рис. 2.2).

$$L_2 - L_1 = \pm m \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (2.7)$$

$L_2 - L_1 = \pm 2 m \lambda_0$ (однакова фаза), спостерігаємо максимум інтенсивності інтерференції.

Умова мінімуму інтерференції

При оптичній різниці ходу, що дорівнює напівцілій кількості хвиль (рис. 2.3).

$$L_2 - L_1 = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$L_2 - L_1 = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (2.8)$$

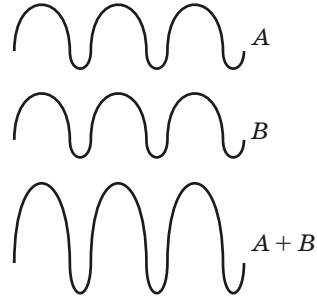


Рис. 2.2

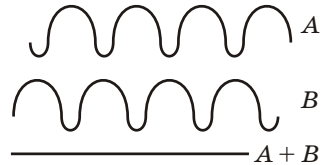


Рис. 2.3

(коливання в протифазі), спостерігається мінімум інтенсивності інтерференції.

2.3. Часова і просторова когерентність.

Час і довжина когерентності

2.3.1. Часова когерентність

Природні незалежні джерела світла некогерентні. Причина криється в механізмі випромінювання світла атомами. Атом

випромінює світло не безперервно, а окремими імпульсами — цугами, тривалість яких дорівнює 10^{-8} с.

Кожний цуг має обмежену протяжність у просторі x , пов'язану з тривалістю його випромінювання ($x = ct$; де c — швидкість світла). $x \approx 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-8} \approx 3$ м (взагалі $x \approx 1 \div 10$ м).

Теорема Фур'є

Оскільки цуг має скінченну довжину, атом випромінює не одну якусь частоту, а цілий спектр частот, ширина якого тим більше, чим менше довжина цугу. Тобто цуг — це хвильовий пакет з суцільним спектром частот, який за теоремою Фур'є можна, як і будь-яку скінченну та інтегровну функцію, представити у вигляді суми нескінченного числа гармонічних складових з частотами, які безперервно змінюються.

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) e^{i \omega t} d\omega$$

— інтеграл Фур'є.

Далі ми розглядаємо тільки вузькі спектри, для яких амплітуда монохроматичних складових $A(\omega)$ має помітне значення тільки в інтервалі частот $\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \div \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right)$ досить малому порівняно з середньою частотою ω_0 (квазімонохроматичне світло, тобто $\Delta\omega \ll \omega_0$) (рис. 2.4).

Це означає, що цуг хвиль тим ближче до монохроматичної хвилі з циклічною частотою ω_0 і хвильовим числом $k = \omega_0/c$, чим тривалішим буде його випромінювання.

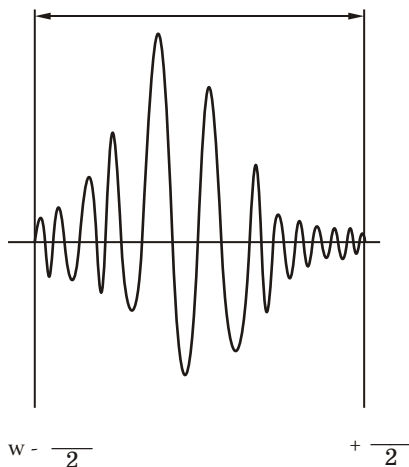


Рис. 2.4

Для видимого світла $\Delta\omega \sim 10^{-7}$ — це досить висока ступінь монохроматичності.

Але випромінювання відбувається різними атомами в різні моменти часу (хаотично), тому висока ступінь монохроматичності кожного цугу не означає когерентності різних цугів між собою.

Тобто інтерференція буде спостерігатись тільки за умови

додавання хвиль (повному або частковому їх перекритті), створених з одного і того ж цуга.

Це можна пояснити на основі інтерферометра Майкельсона (рис. 2.5).

Точкове джерело світла S розташовано у фокусі двоопуклої лінзи L . Світло потрапляє на напівпрозору пластину інтерферометра Майкельсона Π , де поділяється на два промені, один з яких відбивається від дзеркала Z_1 , а другий від дзеркала Z_2 , обидва спостерігаються за допомогою окуляра O .

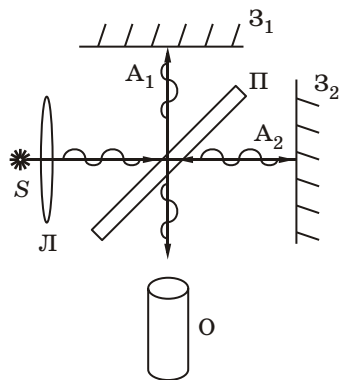


Рис. 2.5

Якщо цуги, що випромінює джерело світла, однакої довжини і плечі інтерферометра однакові, то цуги в точку спостереження приходять одночасно і спостерігається інтерференційна картина, що має вигляд темних і світлих смуг однакової ширини (для монохроматичного світла). Якщо збільшувати різницю ходу (віддаляти дзеркало Z_2), то цуг A_2 буде відставати від цугу A_1 , відбувається їх часткове перекриття. Це супроводжується зменшенням чіткості інтерференційної картини, тобто має місце *часткова когерентність*.

Час когерентності *Часова когерентність характеризується часом когерентності $t_{\text{ког}}$ немонахроматичної хвилі, що є тривалістю цугу, і пов'язана з шириною спектрального інтервалу :*

$$t_{\text{ког}} = \frac{2}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu}.$$

Інакше можна сказати, що хвилі характеризуються *часовою когерентністю*, якщо за час когерентності різниця раз коливань, відповідних інтервалу частот $\Delta\nu$, змінюється на 2π , або це *максимально можливий час відставання одного цугу відносно другого, при якому їх взаємна когерентність ще зберігається*.

Це означає, що немонахроматичну хвилю можна наближено вважати монохроматичною з циклічною частотою ν у проміжку часу $t \ll t_{\text{ког}}$.

Можна зробити висновок, що *часова когерентність — це когерентність коливань, збуджених в різні моменти часу в одній точці простору* (пов'язана з розкидом значень частоти ν , тобто з розкидом значень хвильового вектора $k = \nu/c$).

Довжина когерентності

Довжиною когерентності $l_{\text{ког}}$ називається відстань, на яку поширюється хвиля з циклічною частотою за час когерентності $\tau_{\text{ког}}$.

$$l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}} = \frac{2}{\Delta\nu} = \frac{c}{\Delta\nu}.$$

Згадаємо, що $\Delta\nu = \frac{c}{2l_{\text{ког}}}$, тоді

$$\left| \left| \frac{c}{2} = \frac{2}{\frac{c}{2l_{\text{ког}}}} \right| \right| = \frac{c}{2} = \frac{2}{\frac{c}{2l_{\text{ког}}}} \quad (2.9)$$

$$l_{\text{ког}} = \frac{c}{2\Delta\nu} = \frac{c}{2 \cdot \frac{c}{2l_{\text{ког}}}} = \frac{2}{\Delta\nu} \quad (2.10)$$

де $\Delta\nu$ — середня довжина хвилі даного спектрального інтервала.

Умова часової когерентності

Для отримання контрастних інтерференційних смуг необхідно, щоб оптична різниця ходу між інтерферуючими хвилями задовольняла умові $\Delta l \ll l_{\text{ког}} = \frac{2}{\Delta\nu}$. *Чим менше розкид частот, тим ближче хвиля до монохроматичної і тим більше її час і довжина когерентності.*

Наприклад, для видимого сонячного світла, з суцільним спектром частот від $4 \cdot 10^{14}$ Гц до $8 \cdot 10^{14}$ Гц, $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-14}$ с і $l_{\text{ког}} \sim 10^{-6}$ м.

У досліді Майкельсона було одержано, що для червоної лінії кадмію ($\lambda = 6539$ Å) довжина когерентності досягає ~ 30 см.

Для лазерного випромінювання, ширина спектральної лінії якого ~ 1 Å, довжина когерентності досягає $\sim 10^3$ м.

2.3.2. Просторова когерентність

Якщо джерело світла протяжне, то в один і той же момент часу випромінюються хвилі від різних ділянок цього джерела.

Просторова когерентність — це кореляція між фазами хвиль, які випромінюються в один і той же момент часу, але різними ділянками джерела світла.

Можна оцінити максимальні розміри джерела, при якому інтерференція ще спостерігається, тобто просторова когерентність зберігається.

Нехай ми маємо протяжне джерело світла шириною b . Кут між інтерферуючими променями має назву *апертури інтерференції* і дорівнює 2θ (рис. 2.6). Протяжне джерело світла можна вважати

як таке, що складається з великої кількості точкових випромінювачів. Кожна точка протяжного джерела випромінює незалежно від інших. При випромінюванні в напрямку 1 положення кожної точки в межах ширини b не має значення. Але в напрямках 2 і 3 положення кожної випромінюючої точки джерела обумовлює додаткову різницю фаз, пов'язану з різницею ходу $= AN = BM$. Максимальне значення цієї різниці ходу $= b \sin \theta$.

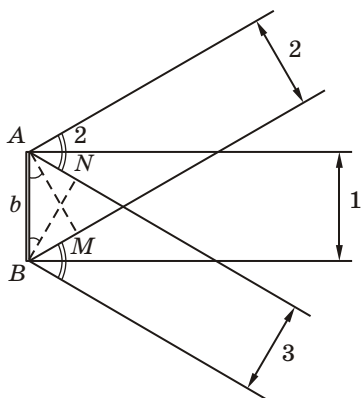


Рис. 2.6

Умова просторової когерентності

При зміні різниці ходу на $\lambda/2$ відбувається зміна фази на π , як наслідок, інтерференційна картина зникає.

Інтерференційна картина у випадку монохроматичного світла з довжиною хвилі λ залишається чіткою при виконанні умови просторової когерентності:

$$b \sin \theta \leq \frac{\lambda}{4} \quad (2.11)$$

Це означає, що зсув інтерференційних картин, отриманих від крайніх точок A і B джерела дорівнює половині інтерференційної смуги.

Довжина просторової когерентності

Відстань між двома точками протяжного джерела, випадкові зміни різниці фаз в яких досягають значення $\lambda/4$ називається довжиною просторової когерентності.

Діаметр когерентності

Мірою просторової когерентності служить діаметр когерентності — найбільший діаметр кола, який мислено виділяється в поперечному перерізі хвилі, при якому два пучка, які виходять з різних точок всередині цього кола, ще залишаються взаємно когерентні (рис. 2.7). Якщо з хвильової поверхні виділити два пучка, віддалені один від одного на відстань, більшу діаметра когерентності, то вони не будуть інтерферувати навіть при нульовій різниці ходу.

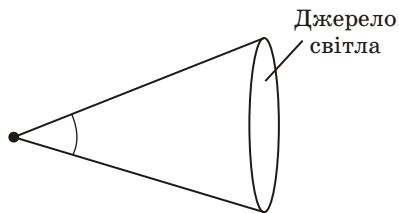


Рис. 2.7

Для теплових джерел світла діаметр когерентності D_k дорівнює

$$D_k \approx 0,32 \lambda / \theta, \quad (2.12)$$

де λ — довжина хвилі, θ — кутовий розмір джерела, при якому ще спостерігається інтерференція.

2.4. Одержання когерентних пучків світла поділом хвильового фронту

Для одержання когерентних світлових хвиль від звичайних (не лазерних) джерел застосовують поділ однієї хвилі на дві частини, які, звичайно, будуть когерентні між собою. Існує два способи поділу хвилі: *метод поділу хвильового фронту* і *поділу амплітуди*. У першому випадку такий поділ здійснюється при проходженні хвилі крізь два близько розташовані отвори в непрозорому екрані або при відбиванні від дзеркальної поверхні і утворенні уявного джерела світла. Цей метод придатний тільки для точкових, тобто дуже малих джерел світла.

У другому методі — *методі поділу амплітуди* — пучок поділяється при частковому відбиванні і частковому пропусканні світла напівпрозорою поверхнею. Він забезпечує значно більшу інтенсивність інтерференційних смуг і може бути застосований як до точкових, так і для джерел світла скінченних розмірів.

У цьому розділі розглянемо *метод поділу хвильового фронту*.

Метод Юнга

Вперше явище інтерференції спостерігалось Т. Юнгом в 1802 р.

Джерелом світла є яскраво освітлена щілина O (рис. 2.8, а) від якої світлова хвиля падає на дві рівновіддалені щілини O_1 і O_2 , паралельні щілині O . Вони і відіграють роль когерентних джерел світла і мають назву «віртуальних» джерел. Інтерференційна картина спостерігається на екрані, паралельному O_1 і O_2 . Ділянка перекривання цих пучків BC має назву *поля інтерференції*.

Кут $\angle O_1 O O_2 = 2\alpha$ називається *апертурою інтерференції*. Величина цього кута визначається відношенням відстані між щілинами O_1 і O_2 — d до відстані від O до площини зі щілинами O_1 і O_2 : $2\alpha \approx d/a$.

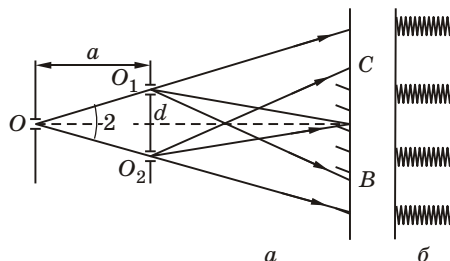


Рис. 2.8

Інтерференційна картина спостерігається на екрані в області перекриття пучків світла ВС (рис. 2.8, б),

**Розрахунок
інтерференційної
картини**

Розрахуємо ширину інтерференційних смуг і відстань між смугами.

Для цього розглянемо довільну точку K на екрані, що розташована на відстані x від центра екрана (рис. 2.9). Інтенсивність в цій точці визначається оптичною різницею ходу променів $= L_2 - L_1$. За умови, що спостереження відбувається в повітрі і $n = 1$, геометрична різниця ходу дорівнює оптичній різниці ходу променів. Для знаходження цієї величини з трикутників KO_1M і KO_2N одержимо:

$$L_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2;$$

$$L_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2;$$

$$L_2^2 - L_1^2 = (L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = 2xd. \quad (2.13)$$

Для контрастності інтерференційної картини треба, щоб $d \ll l$, тоді $L_2 + L_1 \approx 2l$ і з (2.13) маємо оптичну різницю ходу:

$$= L_2 - L_1 = \frac{xd}{l}. \quad (2.14)$$

В точці K буде спостерігатись максимум, якщо $= m \cdot 0$, тобто

$$\frac{x_{\max} d}{l} = m \cdot 0; \quad (2.15)$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

і мінімум при $= \left(m + \frac{1}{2}\right) 0$;

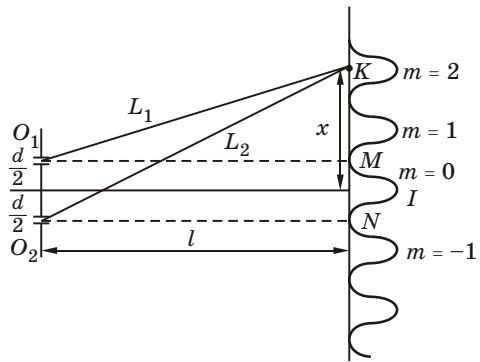


Рис. 2.9

$$\frac{x_{\min} d}{l} = \left(m + \frac{1}{2}\right) 0; \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2.16)$$

Число $m = / 0$ називається порядком інтерференції. Інтерференційна картина на екрані — це ряд світлих і темних паралельних смуг, розташованих симетрично відносно центра екрана, де знаходиться центральний інтерференційний максимум, для якого $= 0$ (рис. 2.8, б).

Координати максимумів і мінімумів інтенсивності визначаємо з (2.15) і (2.16)

$$x_{\max} = \frac{l}{d} m \cdot 0; \quad (2.17)$$

$$x_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \cdot 0 = \frac{l}{d} \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 0. \quad (2.18)$$

**Ширина
інтерференційної
смуги**

Ширина інтерференційної смуги — це відстань між двома сусідніми мінімумами інтенсивності.

З (2.18) маємо:

$$x = x_{\min}(m+1) - x_{\min}(m) = \frac{l}{d} \cdot 0. \quad (2.19)$$

Очевидно, що *ширина інтерференційної смуги не залежить від порядку інтерференції і є сталою при даних $l, d, \cdot 0$.*

Зауважимо, що відстань між інтерференційними максимумами дорівнює тій же величині (2.19).

З цієї формули випливає, що при сталих l і $\cdot 0$ зменшення відстані між щілинами d приводить до збільшення ширини інтерференційної смуги, тобто до більш чіткої інтерференційної картини. Для видимого світла $\sim 10^{-7}$ м, тоді виразна інтерференційна картина буде спостерігатись при $d \ll l$.

**Контрастність
інтерференційної
картини**

Параметр, що визначає контрастність (видимість) інтерференційної картини

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

де I_{\max} і I_{\min} — інтенсивність світлих і темних смуг. При максимальній контрастності $V = 1, I_{\min} = 0$, якщо $V = 0$, тоді освітленість екрана рівномірна.

**Розподіл
інтенсивності
світла**

В попередньому розділі було визначено положення центрів світлих і темних смуг. Розглянемо, як змінюється інтенсивність світла між цими екстремальними точками. Як вже розглядалось в розділі 2.2, в точку K (рис. 2.9) попадуть дві хвилі з напруженістю електричного поля:

$$E_1 = E_0 \cos t \text{ і } E_2 = E_0 \cos(t + \cdot), \quad (2.21)$$

де $\cdot = \frac{2\pi}{\lambda} x$.

Тоді

$$E_K = E_1 + E_2 = E_0 [\cos t + \cos(t + \delta)] = 2E_0 \cos \frac{\delta}{2} \cos(t + \frac{\delta}{2}).$$

Для інтенсивності світла

$$I \sim E_K^2 = 4E_0^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} \cos^2(t + \frac{\delta}{2}).$$

Середнє значення за період $\langle \cos^2(t + \frac{\delta}{2}) \rangle = \frac{1}{2}$, тоді середня інтенсивність світла в точці K дорівнює

$$I = I_{\max} \cos^2 \frac{\delta}{2}, \text{ де} \\ I_{\max} = 2E_0^2.$$

З урахуванням (2.21) і (2.14) маємо:

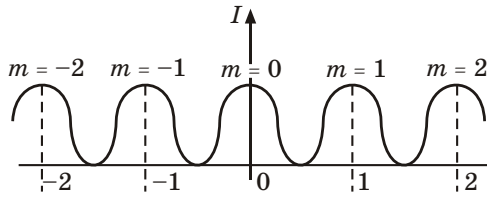


Рис. 2.10

$$I = I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) = I_{\max} \cos^2 \left(\frac{x d}{l} \right). \quad (2.22)$$

Залежність інтенсивності від оптичної різниці ходу зображено на рис. 2.10.

**Вплив
немонохроматич-
ності світла
на інтерференцію**

У реальних випадках світло є немонахроматичним. В цьому випадку контрастність інтерференційної картини зменшується. Це пов'язано з тим, що кожна довжина хвилі дає свою інтерференційну картину, які, перекриваючись, погіршують видимість. Знайдемо умову розрізнюваності інтерференційної картини.

Нехай довжина хвиль обмежена інтервалом Δx . Хвилям з довжиною λ відповідають максимуми інтерференції A_m (m — порядок) і A_{m+1} ($m+1$ — порядок) (рис. 2.11). Між ними розташовані максимуми m порядку (B_m, C_m, \dots, F_m), що відповідають довжинам хвиль в інтервалі від λ до 2λ . Очевидно, що інтерференція не буде спостерігатись, якщо максимум m -го порядку для

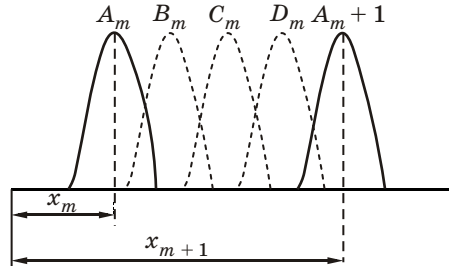


Рис. 2.11

(+) збігатиметься з максимумом ($m + 1$) порядку для . Отже, умовою нерозрізюваності інтерференційної картини є:

$$(m + 1) = m(+),$$

звідки граничне значення інтервалу

$$\Delta x_{gr} = \frac{\lambda}{m}; m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Іншими словами, інтерференційну картину для немонохроматичного світла спостерігатимемо коли ширина інтервалу довжин хвиль не перевищує граничного

$$\Delta x < \Delta x_{gr} = \frac{\lambda}{m}. \tag{2.29}$$

Тобто, чим вищий порядок інтерференції (m), тим вузчим має бути спектральний інтервал, при якому ще можливе спостереження інтерференції. І навпаки, чим менш монохроматичне світло, тим менші порядки інтерференції можна спостерігати.

Для білого світла максимум нульового порядку ($m = 0$) білий (ахроматичний), а інші максимуми різнокольорові, бо для різних довжин хвиль кольорові смуги мають різну ширину Δx і зміщені одна відносно другої.

Для одержання когерентних променів методом поділу хвильового фронту, окрім метода Юнга, існують інші методи, такі як бідзеркала і біпризма Френеля, білінза Біє, дзеркало Ллойда та ін.

Метод бідзеркал Френеля

В цьому методі для створення двох когерентних віртуальних джерел світла застосовано два плоских дзеркала AB і BC (рис. 2.12), кут між якими близький до 180° (кут малий). За допомогою цих дзеркал хвильовий фронт від джерела O у вигляді вузької щілини, паралельної ребру B , створеному дзеркалами, поділяється на два і спрямовується на екран.

Уявні зображення O_1 і O_2 джерела O і є віртуальними когерентними джерелами світла. Мала величина кута забезпечує невелику відстань між O_1 і O_2 , що дає можливість одержати чітку інтерференційну картину, яка в цьому випадку має

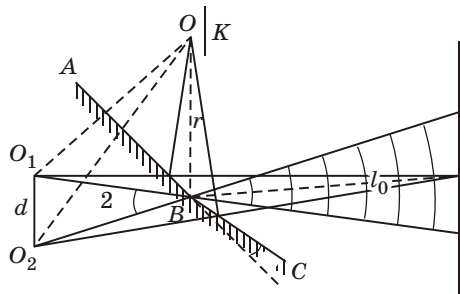


Рис. 2.12

вигляд паралельних прямих смуг. Заслінка K не дозволяє світлу безпосередньо попадати на екран. Відстань від джерела O до точки зіткнення дзеркал OB позначимо як r . І саме джерело O і його уявні зображення O_1 і O_2 (кутова відстань між якими дорівнює 2α) лежать на колі радіусом r . Тоді, згідно з формулою (2.19), можна одержати ширину інтерференційної смуги

$$x = \frac{l}{d} \Delta l = \frac{l+r}{d} \Delta l \approx \frac{l_0+r}{2r} \Delta l, \quad (2.24)$$

де l_0 — відстань від точки зіткнення дзеркал до екрану.

**Метод біпризми
Френеля**

Світло від джерела O (рис. 2.13) проходить через подвійну призму з кутом при вершині близьким до 180° . Джерело світла, у вигляді яскраво освітленої щілини, паралельної заломлюючому ребру призми, розташоване на відстані r від призми. Призма відхиляє промені в протилежних напрямках і таким чином з'являється два уявних когерентних джерела світла O_1 і O_2 , хвильові фронти від яких, перекиваючись, створюють на екрані інтерференційну картину.

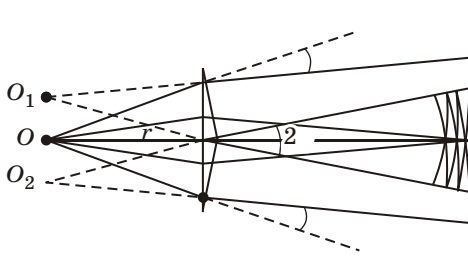


Рис. 2.13

У всіх описаних методах умовою появи інтерференційної картини є перекриття фронтів хвиль, що йдуть від уявних когерентних джерел. Перекриття хвиль спостерігається у всій області між джерелами і екраном, тобто при переміщенні екрана паралельно самому собі можна постійно спостерігати картину інтерференції. Така інтерференція має назву *нелокалізованої*.

2.5. Одержання когерентних пучків світла методом поділу амплітуди

2.5.1. Смуги однакового нахилу

**Зміна фази хвилі
при відбиванні
від межі двох
середовищ**

Як відомо, у біжучої електромагнітної хвилі напрямки векторів \vec{E} , \vec{H} і \vec{v} створюють правогвинтову систему (рис. 2.14, а). У відбитій хвилі, при зміні напрямку швидкості поширення хвилі \vec{v} , вектори \vec{E} , \vec{H} і \vec{v} повинні зберігати правогвинтову систему. Для цього один з векторів, або \vec{E} , або \vec{H} , повинен стрибком

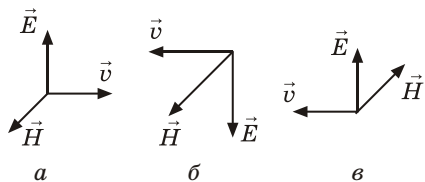


Рис. 2.14

змінити свій напрямок на протилежний, тобто одержати додаткову зміну фази на π , або, як говорять, «загубити півхвилі». Який з векторів змінить свою фазу на π , буде залежати від умов на границі, де спостерігається відбивання. Якщо діелектрична проникність другого середовища більше ніж першого ($n_2 > n_1$, тобто $n_2 > n_1$), то зміна фази на π буде для електричного вектора \vec{E} , він «загубить» півхвилі, а магнітний вектор \vec{H} фазу не змінить (рис. 2.14, б). У випадку, коли $n_2 < n_1$ (або $n_2 < n_1$), змінює фазу на π вектор напруженості магнітного поля \vec{H} , а вектор напруженості електричного поля залишається незмінним (рис. 2.14, в).

Інтерференція світла від плоскопаралельної пластинки

Розглянемо інтерференцію світла від плоскопаралельної пластинки, яка має виключно широке практичне застосування.

Нехай поверхня тонкої плоскопаралельної пластинки з прозорого матеріалу освітлена джерелом монохроматичного світла (рис. 2.15). Якщо джерело світла знаходиться у нескінченності, то відбиті від пластинки промені йдуть паралельно (рис. 2.16). Пучки 1 і 2 утворені поділом одного пучка OA , тобто вони когерентні і на екрані, положення якого збігається з фокальною площиною лінзи L , спостерігатиметься інтерференційна картина. В залежності від різниці ходу променів в точці P будемо мати або максимум або мінімум. Знайдемо різницю ходу променів.

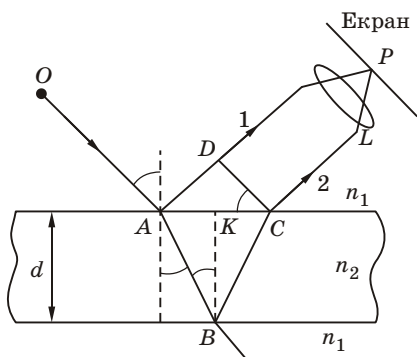


Рис. 2.15

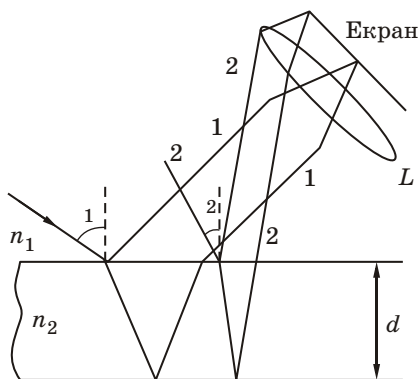


Рис. 2.16

Уявимо, що плоскопаралельна пластина з показником заломлення n_2 і товщиною d розташована в середовищі з показником заломлення n_1 ($n_1 < n_2$). Оптична різниця ходу між першим і другим пучком дорівнює

$$= (AB + BC)n_2 - \left(AD \cdot n_1 + \frac{d}{2} \right). \quad (2.25)$$

Додаткова різниця ходу для пучка 1 виникає внаслідок відбивання світла на границі середовища з більшою оптичною густиною $n_2 > n_1$ (див. рис. 2.14). В цьому випадку втрата півхвилі відбувається в т. А і $/2$ має знак мінус. Якщо n_2 менше n_1 ($n_2 < n_1$), то півхвилі втрачені на нижній поверхні пластинки (в т. В) і величина $/2$ буде з плюсом.

З рис. 2.15 маємо:

$$AB = BC = \frac{d}{\cos i}; \quad AD = AC \cdot \sin i = 2d \operatorname{tg} i \sin i,$$

де i — кути падіння і заломлення світла відповідно. За законом заломлення світла

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1},$$

звідки різниця ходу двох пучків дорівнюватиме:

$$\begin{aligned} &= \frac{2n_2 d}{\cos i} - 2n_1 d \cdot \operatorname{tg} i \cdot \sin i \pm \frac{d}{2} = 2n_2 d \cos i \pm \frac{d}{2}; \\ &= 2n_2 d \sqrt{1 - \sin^2 i} \pm \frac{d}{2} = 2n_2 d \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 i} \pm \frac{d}{2} = \\ &= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{d}{2}; \end{aligned}$$

тобто

$$= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{d}{2}. \quad (2.26)$$

В точці P буде максимум за умови $= m \lambda$,

$$= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{d}{2} = m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (2.27)$$

і мінімум, якщо $= \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$;

$$= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2} \pm \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (2.28)$$

Таким чином, з'являється система інтерференційних смуг. З (2.27) і (2.28) очевидно, що при даних d, n_1 і n_2 кожному куту падіння буде відповідати своя система смуг. Такі інтерференційні лінії називаються **смугами рівного нахилу**. Оптична різниця ходу для проходячих крізь пластинку променів дорівнює $d \sin \theta$ і, як наслідок, максимумам інтерференції у відбитому світлі відповідають мінімуми в проходячому і навпаки.

Смуги рівного нахилу спостерігаються, коли на плоскопаралельну тонку плівку (пластинку) падає під різними кутами розбіжний або збіжний пучок світла, як, наприклад, освітлення плівки протяжним джерелом або природним сонячним світлом. Тоді інтерференційна картина спостерігається на екрані, розташованому в фокальній площині лінзи, тобто на досить великій відстані від пластинки (для ідеальної плоскопаралельної пластинки у нескінченності). Це означає, що смуги рівного нахилу локалізовані на нескінченності (рис. 2.16).

В цьому прикладі розглядалась інтерференція тільки двох променів, хоча в дійсності відбувається багаторазове відбивання від кожної з поверхонь. В звичайних умовах (плівка рідини, скляна пластинка) ці повторні відбивання дають дуже мало світла і їх можна не враховувати.

Допустима
товщина
пластинки

Знайдемо максимальну товщину пластинки (плівки), при якій спостерігається інтерференція в білому світлі. З співвідношення (2.23) $d \sin \theta = m \lambda / 2$ випливає, що інтерференційна картина

в природному світлі може спостерігатись тільки в тонких плівках.

Якщо середня довжина хвилі для білого світла $\lambda_{\text{сер}} = 500$ нм, $\lambda_{\text{кор}} = 400$ нм, то максимальний порядок інтерференції $m = d \sin \theta / \lambda_{\text{кор}} = 50$. Ця величина визначає максимальну різницю ходу $\Delta s = m \lambda_{\text{кор}}$, яка залежить від товщини плівки. З (2.26), знехтувавши величиною $\lambda_{\text{кор}}/2$, при $n_1 = 1, n_2 = 1,5, \sin \theta = 1$ дістаємо максимальну товщину пластинки

$$d_{\text{max}} \approx \frac{m \lambda_{\text{кор}}}{2n_2} \approx \frac{50 \cdot 400}{2 \cdot 1,5} \approx 8 \cdot 10^3 \text{ нм} \approx 8 \text{ мкм}.$$

При застосуванні випромінювання високої монохроматичності, наприклад, ліній лінійчатого спектра, де $\lambda = 600$ нм, допустима товщина пластинки зросте в 10^4 разів, тобто в такому випадку

можна спостерігати інтерференційну картину за допомогою скляних пластин завтовшки в кілька сантиметрів, що використовуються в інтерферометрах.

2.5.2. Смуги рівної товщини

Якщо поверхні тонкої пластинки не паралельні одна одній, то при їх освітленні протяжним джерелом світла з'являються смуги рівної товщини, які можна спостерігати, якщо на екрані за допомогою лінзи одержати зображення поверхні пластинки, тобто така інтерференційна картина називається *локалізованою на поверхні пластини*.

Інтерференція в клині

Найпростіше спостерігати смуги рівної товщини при інтерференції світла на прозорому клині. На тонку пластинку у вигляді клина з дуже малим кутом між боковими гранями і показником заломлення n_2 падає плоска хвиля (рис. 2.17) з середовища з показником заломлення n_1 .

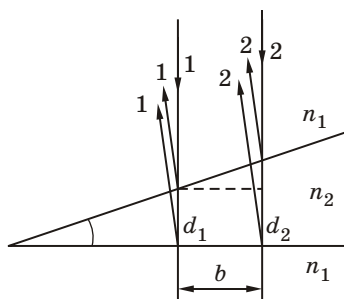


Рис. 2.17

Розглянемо промінь 1. Він при відбитті розділиться на два промені $1'$ і $1''$, що відбиваються від верхньої і нижньої поверхні клина і є когерентними, тобто будуть інтерферувати. Оптичну різницю ходу можна знайти за формулою (2.26), де d — товщина клина в місці падіння на нього променя. Нехай ця товщина відповідає інтерференційній смузі з порядком m .

Умова максимуму для цієї товщини:

$$d_1 = 2d_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} \pm \frac{\lambda}{2} = m \lambda$$

Смуга, що відповідає порядку $m + 1$, буде спостерігатися для іншої товщини — d_2 і променя 2.

$$d_2 = 2d_2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} \pm \frac{\lambda}{2} = (m + 1) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Розглядаємо нормальне падіння променів, тобто $\sin \theta = 0$, тоді

$$d_1 = 2n_2 d_1 - \frac{\lambda}{2} = m \lambda; \quad (2.29)$$

$$d_2 = 2n_2 d_2 - \frac{\lambda}{2} = (m + 1) \lambda. \quad (2.30)$$

Інтерференційна картина має вигляд смуг, паралельних грані клина.

Для визначення відстані між інтерференційними максимумами (така ж відстань і між мінімумами) ввізьмемо до уваги, що

$$\operatorname{tg} = \frac{d_2 - d_1}{b},$$

звідки

$$b = \frac{d_2 - d_1}{\operatorname{tg}}.$$

З (2.29) і (2.30) одержимо $d_2 - d_1 = \frac{\quad}{2n_2}$, як наслідок, відстань b дорівнює

$$b = \frac{\quad}{2n \operatorname{tg}}.$$

Кут — дуже малий, тому $\operatorname{tg} \approx \sin$ і

$$b = \frac{\quad}{2n}.$$

Кільця Ньютона

Також прикладом смуг рівної товщини є *кільця Ньютона*, що з'являються при інтерференції світла в повітряному шарі між плоско-опуклою лінзою і плоскою скляною пластинкою.

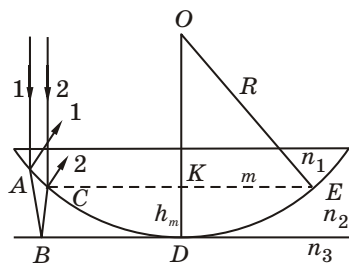


Рис. 2.18

Інтерференційна картина має вигляд концентричних кілець з центром в точці стикання лінзи з пластинкою. Схему досліду наведено на рис. 2.18.

Паралельний пучок світла падає нормально на плоску поверхню плоско-опуклої лінзи з радіусом кривизни $R \geq 1 \text{ м}$. Шар між лінзою і плоскопаралельною пластинкою з показником заломлення n_2 відіграє роль пластинки змінної товщини, в якій відбувається інтерференція світла. Нехай показник заломлення лінзи n_1 , а плоскопаралельної пластинки n_3 .

Промінь 1 після відбиття від верхньої поверхні плоскопаралельної пластинки виходить з точки C , в яку падає промінь 2, що частково відбивається від нижньої поверхні лінзи. Промені 1 і 2 когерентні і інтерферують між собою. Таким чином можна одержати інтерференційну картину у відбитому світлі. Аналогічну картину можна спостерігати і у прохідному світлі.

**Розрахунок
радіусів
для максимумів
і мінімумів**

Нехай h_m — товщина шару між лінзою і пластинкою для точки C , де буде спостерігатись інтерференційний максимум m -го порядку радіуса m . Тоді різниця ходу для променів $1'$ і $2'$ дорівнює

$$= 2n_2 h_m \cos \pm \frac{\lambda}{2} = m \lambda, \quad (2.31)$$

де n_2 — показник заломлення шару змінної товщини, а $\cos \approx 1$ при нормальному падінні променя. Знак перед $\lambda/2$ визначається співвідношенням показників заломлення n_1 , n_2 і n_3 , тобто залежить від того, в якій точці B чи C губиться півхвилі. Наприклад, якщо лінза і пластинка скляні, а шар між ними — повітря, тобто $n_1 = n_3 > n_2$, тоді $\lambda/2$ буде мати знак плюс (фаза змінюється в точці B).

Для такого випадку з (2.31) маємо

$$= 2n_2 h_m + \frac{\lambda}{2} = m \lambda; \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.32)$$

Для знаходження h_m розглянемо трикутник $ОКЕ$

$$R^2 = \frac{\lambda^2}{m^2} + (R - h_m)^2 = \frac{\lambda^2}{m^2} + R^2 - 2R h_m + h_m^2.$$

За умови, що $h_m \ll R$, можна знехтувати доданком h_m^2 , звідки

$$h_m = \frac{\lambda^2}{2Rm}. \quad (2.33)$$

Тоді з (2.32) (з урахуванням (2.33)) одержимо радіуси максимумів

$$m_{\max} = \sqrt{R \left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda^2}{n_2^2}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

Для мінімумів за умови

$$= 2n_2 h_m + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

радіуси визначаються за формулою

$$m_{\min} = \sqrt{Rm \frac{\lambda^2}{n_2^2}}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.35)$$

Якщо $n_2 = 1$, тобто між лінзою і пластинкою повітря, тоді

$$m_{\max} = \sqrt{R\left(m - \frac{1}{2}\right)}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$m_{\min} = \sqrt{Rm}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

При спостереженні інтерференції у **прохідному світлі** втрати півхвилі не спостерігається, тому радіуси максимумів будуть (при $n_2 = 1$)

$$m'_{\max} = \sqrt{Rm}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

а для мінімумів

$$m'_{\min} = \sqrt{R\left(m - \frac{1}{2}\right)}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Тобто інтерференційні картини у прохідному і відбитому світлі взаємо доповнюють одна одну (рис. 2.19, а, б).

Очевидно, що при спостереженні кільця Ньютонa у відбитому світлі в центрі буде мінімум інтенсивності (якщо $n_2 < n_1, n_2 < n_3$), бо різниця ходу променів дорівнює нулю, а фаза змінюється на π .

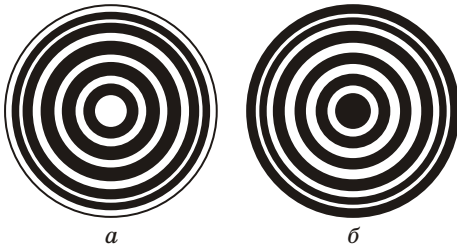


Рис. 2.19

Якщо падаюче світло не монохроматичне, то різним відповідають різні m , тобто замість чорних і світлих кілець маємо систему різнокольорових кілець, так звані *кольори Ньютонa*. В цьому

випадку при деякій відстані від центра інтерференційної картини відбудеться накладання різних порядків інтерференції, що призведе до майже рівномірного освітлення екрана при віддаленні від центра.

**Застосування
смуг рівної
товщини**

Спостереження смуг рівної товщини знаходить широке застосування в техніці для перевірки якості полірування оптичних поверхонь.

Для цього спеціальну еталонну плоскопаралельну пластину накладають на досліджувану поверхню так, щоб між ними утворився тонкий повітряний шар. При проходженні крізь нього світла створюються смуги рівної товщини. Якщо проміжок між пластинами — клин з малим кутом, а поверхні ідеально плоскі, то інтерференційна картина має вигляд смуг, паралельних

ребру клина. Відхилення від плоскості призводить до спотворення інтерференційної картини.

2.6. Багатопроромена інтерференція

В усіх випадках інтерференції світла, які ми розглядали раніше, брались до уваги лише два промені. Але якщо коефіцієнт відбиття поверхонь прозорих пластин досить великий, то треба враховувати багаторазове відбивання і, як наслідок, вклад усіх пучків в результуючу інтенсивність інтерференційної картини. Така інтерференція називається *багатопророменевою*. Вона особливо важлива при дослідженнях тонких діелектричних і металевих плівок, в метрології, спектроскопії великої роздільної здатності тощо.

Формули Ейрі

Розглянемо плоску монохроматичну хвилю, що падає під кутом на поверхню плоскопаралельної прозорої пластинки товщиною d і показником заломлення n (рис. 2.20). Показник заломлення оточуючого середовища n_0 , кут заломлення .

Нехай i — амплітудні коефіцієнти відбивання і пропускання. Вони дорівнюють відношенню амплітуди світлового вектора відбитого (E) або пропущеного (E) випромінювання до амплітуди падаючого випромінювання (E_0), тобто

$$i = \frac{E}{E_0}, \quad t = \frac{E}{E_0}.$$

Енергетичні коефіцієнти відбивання і пропускання $R = i^2$ і $T = t^2$. Для непоглинаючого середовища

$$R + T = 1.$$

При кожному проходженні через межу пластинка — середовище амплітуда хвилі зменшується в i разів, а при кожному відбиванні від такої ж межі вона зменшується в i разів. Внаслідок цього амплітуди хвиль пучків $1', 2', 3', \dots$ будуть дорівнювати $E_0 i^2, E_0 i^4, E_0 i^6, \dots$, а пучків $1, 2, 3, \dots$ відповідно $E_0 i, E_0 i^3, E_0 i^5, E_0 i^7, \dots$, тобто утворюються спадні геометричні прогресії.

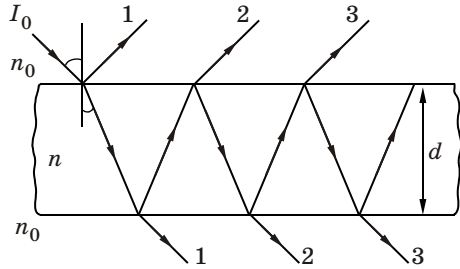


Рис. 2.20

Якщо кут падіння променів на пластинку малий, а кількість пучків 1, 2, 3, ... та 1', 2', 3', ..., можна вважати нескінченною, відношення сумарної інтенсивності пучків світла, що пройшли, до інтенсивності падаючого світла дорівнює

$$\frac{I}{I_0} = \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\theta/2)}. \quad (2.36)$$

Відношення інтенсивностей для відбитого світла має вигляд

$$\frac{I}{I_0} = \frac{4R \sin^2(\theta/2)}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\theta/2)}. \quad (2.37)$$

Нагадаємо, що $I = E^2$, $I' = E'^2$, $I_0 = E_0^2$. Формули (2.36) та (2.37) мають назву *формул Ейрі*.

**Залежність
інтенсивності
від різниці фаз**

Розглянемо різницю ходу між двома сусідніми променями (відбитими або тими, що пройшли) (рис. 2.20)

$$= 2nd \cos \theta. \quad (2.38)$$

Зауважимо, що втратою півхвилі при відбитті знехтували.

Цій різниці ходу відповідає різниця фаз

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0} 2nd \cos \theta = \frac{4\pi}{\lambda_0} d \cos \theta, \quad (2.39)$$

де λ_0 — довжина хвилі у вакуумі, $\lambda = \lambda_0/n$ — довжина хвилі в пластинці.

Умова максимуму інтерференції

$$= 2d \cos \theta = m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

При пропусканні максимуми спостерігатимуться, коли

$$= 2m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

У випадку відбивання світла максимуми будуть за умови

$$= (2m + 1) \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Мінімальна інтенсивність спостерігатиметься при

$$= 2d \cos \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Порядок інтерференції визначається через різницю фаз співвідношенням

$$m = \frac{2d \cos}{\lambda} = \frac{m\lambda}{2d} \quad (2.40)$$

У світлі, що проходить крізь пластинку, порядок інтерференції m дорівнює цілим числам $0, 1, 2, 3, \dots$ для максимумів і напівцілим для мінімумів:

$$m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$$

У відбитому світлі максимумами інтенсивностей припадають на $m = 1/2, 3/2, 5/2$, а мінімуми — на $m = 0, 1, 2, \dots$

З (2.36) очевидно, що екстремальні значення відношення I/I_0 набуває для $\sin(\delta/2) = 0$ і $\sin(\delta/2) = 1$, тобто

$$\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\max} = \frac{T^2}{(1-R)^2},$$

$$\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\min} = \frac{T^2}{(1+R)^2},$$

звідки

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{(1+R)^2}{(1-R)^2}. \quad (2.41)$$

Для відбитого світла з (2.37)

$$\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\max} = \frac{4R}{(1+R)^2}; \quad \left(\frac{I}{I_0}\right)_{\min} = 0.$$

Графіки залежності інтенсивності від різниці фаз наведено на рис. 2.21.

У світлі, що проходить, утворюються контрастні світлі інтерференційні смуги на темному фоні (рис. 2.21, а). У відбитому світлі інтерференційна картина має вигляд чітких темних смуг на світлому фоні (рис. 2.21, б). Зауважимо, що сума $I_{\text{прох}} + I_{\text{відб}} залишається сталою і дорівнює інтенсивності падаючого пучка I_0 . Інтенсивність світла, що пройшло, відрізняється від нуля для всіх значень δ , в той час як інтенсивність відбитого світла при $\delta = 0, 2, 4, \dots$ дорівнює нулю (рис. 2.21, б).$

**Залежність
інтенсивності
від коефіцієнта
відбивання**

Зважаючи на те, що інтенсивності відбитих променів і тих, що пройшли, залежать від коефіцієнта відбивання R , очевидно, що при $R \rightarrow 1$

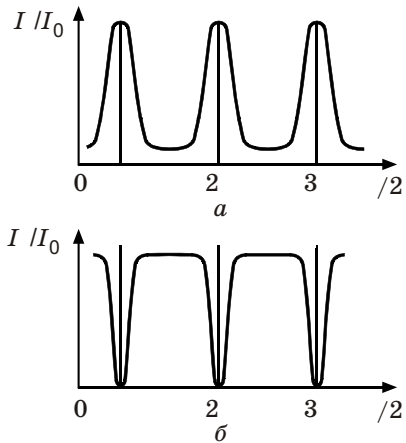


Рис. 2.21

інтенсивність мінімумів в світлі, що пройшло, зменшується, а максимуми стають більш різкими (рис. 2.22).

Різкість смуг

Різкість характеризує форму контуру інтерференційної смуги.

Різкість інтерференційної смуги визначається відношенням відстані між двома сусідніми максимумами (a) до напівширини смуги (b), що визначається як відстань між точками з обох боків максимуму, в яких інтенсивність дорівнює половині максимальної величини інтенсивності (рис. 2.23).

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}$$

Різкість a/b .

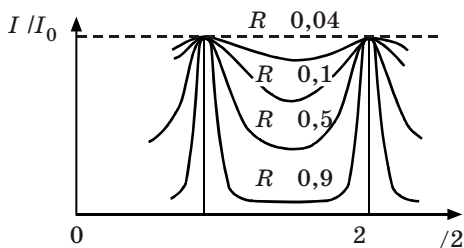


Рис. 2.22

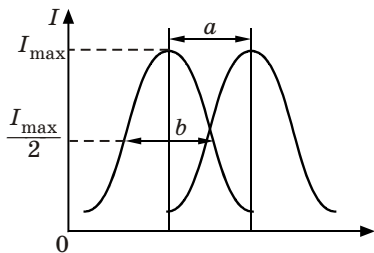


Рис. 2.23

2.7. Застосування інтерференції

Інтерференційна картина, положення максимумів і мінімумів залежать від матеріалу, форми і розмірів пластин, стану їхньої поверхні і т. д. Тобто явища інтерференції можна застосувати для визначення параметрів прозорих тіл.

Дослідження стану поверхні. Застосовуються дві пластини, одна з яких дуже високої якості (дуже гладка) — еталонна, а на неї зверху містять другу — ту, що досліджується. Між цими пластинами існує повітряний проміжок, розміри якого визначають ступінь і характер відхилення поверхні пластини від еталонної. Якщо на цю систему направити пучок світла, то промені, відбиті від нижньої і верхньої поверхні проміжку, дадуть відповідну інтерференційну картину.

Визначення малих кутів між поверхнями прозорих тіл. В цьому випадку застосовується спостереження смуг рівної товщини при інтерференції світла в клині (див. розділ 2.5.2).

Взагалі за допомогою явища інтерференції можливо вимірювати довжину світлових хвиль, лінійні розміри тіл та їх зміну під впливом різних умов, показники заломлення речовин тощо.

Просвітлення оптики

Зважаючи на те, що сучасні оптичні системи мають велику кількість лінз, призм, дзеркал, від поверхні яких відбивається певна частина світлових пучків ($R \cong 0,04$), дуже важливим є зменшення коефіцієнту відбиття різних елементів.

Цього можна досягти, якщо на поверхню скла нанести тонку плівку з коефіцієнтом заломлення меншим, ніж у скла $n < n_c$ (рис. 2.24).

Пучок світла 1, що падає на поверхню плівки, частково відбивається (1'), частково проходить у плівку (пучок 2), де на границі зі склом відбувається такий же процес: пучок 2' відбивається, а 2'' — проходить.

Внаслідок когерентності пучок світла, відбитий від межі повітря — плівка (1'), інтерферує з пучком світла (2'), що відбивається на межі плівка — скло. Якщо товщину плівки d і показники заломлення n і n_c вибрати так, щоб відбиті хвилі 1' і 2' знаходились у протифазі, то вони можуть повністю погасити одна одну, тобто буде спостерігатись «просвітлення оптики». Це можливо за умов:

- 1) амплітуди пучків повинні бути однакові,
- 2) різниця фаз між ними повинна дорівнювати π .

Гасіння спостерігатиметься, якщо оптична товщина плівки дорівнюватиме $\lambda/4$ (при $n_c > n > n_0$).

Умова рівності амплітуд відбитих хвиль має вигляд

$$\frac{n/n_0 - 1}{n/n_0 + 1} = \frac{n_c/n - 1}{n_c/n + 1}.$$

При $n_0 = 1$ одержимо

$$\frac{n - 1}{n + 1} = \frac{n_c - n}{n_c + n}, \text{ звідки } n = \sqrt{n_c}.$$

Речовина просвітлюючого шару має бути твердою, міцно триматись оптичних поверхонь, а також не боятись вологи.

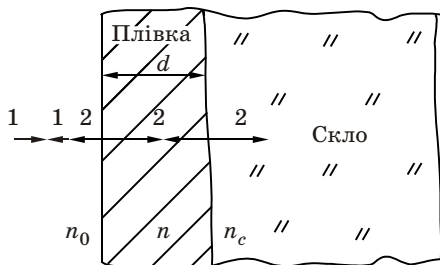


Рис. 2.24

Зазвичай товщину плівки обирають рівною $\frac{\lambda}{4}$, де $\lambda = 550$ нм, що

відповідає максимальній чутливості людського ока. Для зеленого світла коефіцієнт відбивання буде порядку 1 %, а для більших і менших довжин хвиль він зростатиме, чим і пояснюється сирно-червоний колір відбитого світла.

Інтерференційні дзеркала

У деяких випадках, наприклад, для створення резонаторів високої якості в лазерах, для виготовлення напівпрозорих оптичних дзеркал

застосовують багат шарові інтерференційні системи для збільшення коефіцієнта відбиття поверхонь. На рис. 2.25 зображено систему таких плівок із сульфіду цинку ZnS ($n_1 = 2,3$) і кріоліту

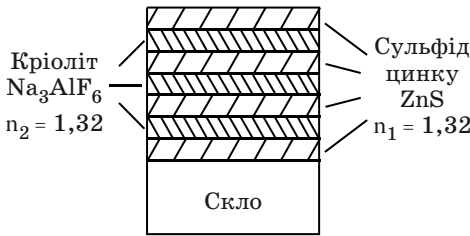


Рис. 2.25

($n_2 = 1,32$), оптична товщина $\lambda/4$. Оптична різниця ходу між відбитими хвилями 1' і 2' (рис. 2.24) дорівнюватиме $\lambda/4 + \lambda/4 + \lambda/2 = \lambda$, а різниця фаз $\Delta\phi = 2\pi$ (півхвилі буде втрачено тільки на зовнішній поверхні плівки). Спостерігатиметься взаємне

підсилення відбитих хвиль, тобто коефіцієнт відбиття збільшиться.

Наприклад, для системи з семи плівок для області 0,5 мкм коефіцієнт відбиття $R = 96$ %.

2.8. Інтерферометри

В основі приладів — інтерферометрів лежить явище інтерференції. За допомогою інтерферометрів можливо з високою точністю вимірювати довжини і кути, визначати показники заломлення тощо.

Інтерферометри за способом поділу променя можуть бути двопроменеві і багатпроменеві.

Двопроменеві інтерферометри

У двопроменевих інтерферометрах використовують два просторово розділених пучки, між якими створюється різниця ходу. До них відносяться інтерферометри Жамена, Рождественського, Майкельсона та інші.

Інтерферометр Майкельсона відіграв важливу роль для підтвердження теорії відносності.

Схему і принцип роботи наведено в розділі 2.3.1. За допомогою інтерферометра Майкельсона вперше проведено дослідження

тонкої структури спектрів, вивчення таких важливих характеристик як довжина и час когерентності. При цьому зміщення інтерференційної картини можна оцінити з точністю $1/20$ смуги. Це дає змогу проводити лінійні вимірювання з точністю порядку 10^{-9} м.

Багатопроменеві інтерферометри

Найбільш уживаним багатопроменим інтерферометром є інтерферометр Фабрі — Перо. Схему пристрою наведено на рис. 2.26. Він

складається з двох скляних або кварцових пластин (P_1 і P_2), внутрішні поверхні яких плоскі (з точністю до $1/100$ довжина хвилі), строго паралельні одна одній і на них нанесені дзеркальні покриття з високим коефіцієнтом відбиття. Пластинки можна пересувати в перпендикулярному напрямі одна відносно другої. В результаті багатократного відбиття від дзеркал виникає велика кількість паралельних когерентних променів зі сталою різницею ходу $= 2nh \cos$ між сусідніми променями, але різної інтенсивності.

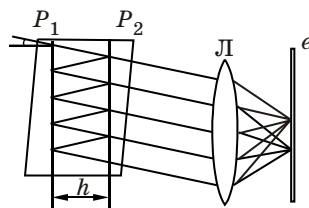


Рис. 2.26

В результаті багатопроменевої інтерференції в фокальній площині лінзи створюється різка інтенсивна інтерференційна картина у вигляді концентричних кілець, положення яких залежить від довжини хвилі. Як наслідок, інтерферометр Фабрі — Перо розкладає випромінювання в спектр і може застосовуватись як спектральний прилад високої роздільної здатності.

Контрольні запитання та завдання для самоперевірки

1. Яка величина називається світловим вектором?
2. В чому суть принципу суперпозиції світлових хвиль?
3. Що таке інтерференція світла?
4. Що таке оптична і геометрична довжина шляху? Чим вони відрізняються?
5. Як пов'язані оптична різниця ходу з різницею фаз?
6. Яка умова максимуму інтерференції? Мінімуму інтерференції?
7. Що таке часова і просторова когерентність?
8. Чому дорівнюють час и довжина когерентності? Як вони пов'язані?
9. Як визначається діаметр когерентності?
10. Які є методи одержання світлових когерентних пучків?

11. У чому полягає суть методів одержання когерентних пучків поділом хвильового фронту?
12. Розрахуйте ширину інтерференційних смуг і відстань між смугами в досліді Юнга.
13. Чому дорівнює контрастність інтерференційної картини?
14. Як змінюється інтенсивність світла в інтерференційній картині?
15. Як впливає монохроматичність світла на інтерференцію? Яка умова нерозрізнюваності інтерференційної картини?
16. В чому суть методу поділу амплітуди?
17. Як змінюється фаза хвилі при відбиванні від межі двох середовищ?
18. За яких умов спостерігаються смуги однакового нахилу? Де вони локалізовані?
19. Чому дорівнює різниця ходу променів при відбитті від плоскопаралельної пластинки?
20. Виведіть умови для максимуму і мінімуму у відбитому світлі при інтерференції в тонкій плівці.
21. За яких умов спостерігаються смуги рівної товщини? Де вони локалізовані?
22. Чому дорівнює відстань між інтерференційними максимумами, одержаними при інтерференції в клині?
23. Як можна спостерігати кільця Ньютона?
24. Розрахуйте радіуси максимумів і мінімумів для кілець Ньютона.
25. Яке застосування має метод смуг рівної товщини?
26. За яких умов спостерігається багатопроменева інтерференція?
27. Який вигляд має інтерференційна картина у відбитому і прохідному світлі при багатопроменевій інтерференції?
28. Як залежить інтенсивність світла від коефіцієнта відбивання?
29. Що таке різкість смуг?
30. В чому суть просвітлення оптики?
31. Для чого застосовують інтерферометри?

Приклади розв'язання задач

Задача 1

Розрахувати інтерференційну картину від двох когерентних джерел S і S' , розташованих на відстані $d = 5$ мм одне від одного і на відстані $l = 6$ м від екрана (рис. 2.27).

Довжина хвилі джерел у вакуумі $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Визначити на екрані розташування п'ятого максимуму і відстань між сусідніми максимумами. Припустивши, що джерела мають скінченні розміри, визначити, якою повинна бути допустима ширина щілин d_0 у цьому випадку, щоб на екрані одержати виразну інтерференційну картину.

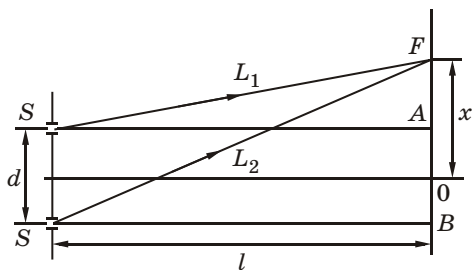


Рис. 2.27

Розв'язання

Хвилі від джерел S' і S'' , які інтерферують у точці F , до зустрічі проходять різні геометричні шляхи S_1 і S_2 . Маючи на увазі, що показник заломлення середовища, де розповсюджуються хвилі, дорівнює одиниці, можна записати оптичну різницю ходу двох променів:

$$= (S_2 - S_1)n = L_2 - L_1. \quad (1)$$

Умова максимуму інтенсивності

$$= m, \quad L_2 - L_1 = m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Враховуючи це, для визначення положення максимуму треба зв'язати різницю ходу з координатою x точки F на екрані. Із $FS'A$ одержуємо:

$$L_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \quad (AO = \frac{d}{2}). \quad (2)$$

а з $FS''B$ одержуємо:

$$L_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2. \quad (3)$$

Віднімаючи від (3) співвідношення (2), маємо:

$$L_2^2 - L_1^2 = 2 \cdot d \cdot x; \quad (4)$$

$$(L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = 2 \cdot d \cdot x.$$

Маючи на увазі, що відстань між джерелами набагато менша, ніж відстань від джерел випромінювання до екрана, можна вважати $L_1 \approx L_2 \approx l$, тобто $L_2 + L_1 = 2l$, тоді з (4) виходить:

$$L_2 - L_1 = \frac{2 \cdot d \cdot x}{2l} = \frac{d \cdot x}{l}.$$

Використовуючи (1), визначаємо положення m -го максимуму:

$$\frac{d \cdot x_m}{l} = m, \quad x_m = \frac{l}{d} m.$$

Якщо середовище має показник заломлення n , то

$$x_m = \pm \frac{l}{d} m n,$$

$$x_5 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м} \text{ — положення п'ятого максимуму.}$$

Відстань між сусідніми максимумами (а також і відстань між сусідніми мінімумами)

$$x = x_{m+1} - x_m = \frac{l}{d}, \quad x = \frac{6 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Таким чином, відстань x не залежить від порядку інтерференції, тобто інтерференційна картина має вигляд світлих і темних смуг рівної ширини (відстань між інтерференційними смугами дорівнює відстані між сусідніми максимумами і ширині інтерференційної смуги, тобто відстані між сусідніми мінімумами інтенсивності).

Якщо джерела випромінювання протяжні, то кожна точка щілини може вважатися точковим джерелом. Інтерференційна картина від крайніх точок щілини буде складатися з двох інтерференційних картин, зсунутих одна відносно іншої на відстань d_0 . Якщо ця відстань менша за відстань між сусідніми світлою і темною смугами, яка дорівнює $l/2d$, то сумарна інтерференційна картина буде виразною. Це буде за умови $d_0 \leq l/2d$, тобто

$$d_0 \leq \frac{5 \cdot 10^{-7} \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Задача 2

На тонку плівку з показником заломлення $n_2 = 1,4$ падає біле світло під кутом $\theta = 55^\circ$. а) Яку товщину d повинна мати плівка, щоб у відбитому світлі вона уявлялась зеленою ($\lambda = 550 \text{ нм}$)? б) Як зміниться товщина плівки, якщо спостереження вести в прохідному світлі? Показник заломлення середовища $n_1 = 1$.

Розв'язання

При відбитті інтерферують промені 1' (відбитий від верхньої поверхні плівки) і 2' (відбитий від нижньої поверхні плівки), які потім падають паралельно на збиральну лінзу L (або око).

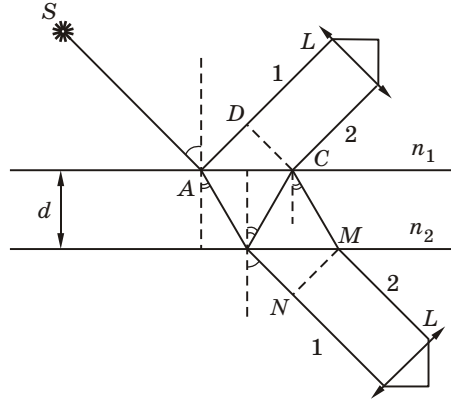


Рис. 2.28

Відбиття в точці A відбувається від середовища з більшою оптичною густиною, в цьому випадку фаза відбитого променя змінюється на π , тобто губиться половина довжини хвилі. Оптична різниця ходу променів 2' і 1' дорівнює

$$= (AB + BC)n_2 - AD \cdot n_1 - \frac{\lambda}{2}.$$

З рис. 2.28 одержимо

$$AB = \frac{d}{\cos \alpha}; \quad AD = AC \sin \alpha = 2AK \sin \alpha = 2d \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha,$$

де α — кут падіння променів, β — кут заломлення.

Тоді

$$= \frac{2dn_2}{\cos \alpha} - 2dn_1 \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha - \frac{\lambda}{2} = \frac{2dn_2}{\cos \alpha} \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha \sin \beta - \frac{\lambda}{2} \right).$$

Візьмемо до уваги, що

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \sin \beta = \sin \alpha \frac{n_2}{n_1},$$

тоді одержимо

$$= \frac{2dn_2}{\cos \alpha} (1 - \sin^2 \beta) - \frac{\lambda}{2} = 2dn_2 \cos \alpha - \frac{\lambda}{2},$$

або

$$= 2dn_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} - \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}.$$

Умова інтерференційного максимуму

$$= m \lambda,$$

звідки

$$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2} = \left(m + \frac{1}{2}\right).$$

Для мінімальної товщини плівки ($m = 0$)

$$d_{\min} = \frac{1}{4\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2}}; \quad d_{\min} = 0,121 \text{ мкм.}$$

б) При спостереженні інтерференції в прохідному світлі інтерферують промені 1'' і 2'' (рис. 2.28). В цьому випадку оптична різниця ходу $= 2BC \cdot n_2 - BN \cdot n_1$.

Умова для спостереження максимуму $= m$,

$$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2} = m.$$

Для мінімальної товщини плівки

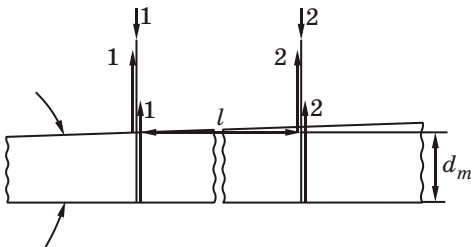
$$d'_{\min} = \frac{1}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2}}; \quad d'_{\min} = 0,242 \text{ мкм.}$$

Задача 3

Монохроматичне світло з довжиною хвилі $= 0,55 \text{ мкм}$ падає на скляний клин ($n = 1,5$) нормально до його грані. В інтерференційній картині у відбитому світлі на довжині $l = 1,5 \text{ см}$ спостерігається 8 темних смуг. Визначити заломлюючий кут клина.

Розв'язання

Промені 1' і 1, відбиті від верхньої і нижньої поверхонь клина інтерферують. Умова мінімуму (темні смуги) має вигляд



$$= (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Оптична різниця ходу цих променів

$$2d_m n + \frac{\lambda}{2},$$

Рис. 2.29

d_m — товщина клина, де спостерігається m -та темна

смуга, $\lambda/2$ з'являється внаслідок відбиття хвилі 1' від середовища з більшою оптичною густиною. Тобто

$$2d_m n + \frac{1}{2} = (2m + 1) \frac{1}{2};$$

$$2d_m n = m. \quad (1)$$

Відстань між m і $m + 8$ темними смугами дорівнює l , тоді кут можна визначити як

$$\text{tg} = \frac{d_{m+8} - d_m}{l},$$

де d_{m+8} — товщина клина, що відповідає порядку $m + 8$. За умови, що — малий кут, маємо

$$\text{tg} \approx = \frac{d_{m+8} - d_m}{l}. \quad (2)$$

З (1) одержимо

$$d_m = \frac{m}{2n} \text{ і } d_{m+8} = \frac{(m+8)}{2n}.$$

$$\text{Тоді з (2)} = \frac{4}{nl},$$

$$= \frac{4 \cdot 0,55 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ рад (1 рад} = 2,06'' \cdot 10^5)$$

$$\text{або} = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06'' \cdot 10^5 = 20,6''.$$

Задача 4

Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом при нормальному падінні. Якщо простір між лінзою і скляною пластинкою заповнити прозорою рідиною, радіуси темних кілець у відбитому світлі зменшаться у 1,2 рази. Визначити показник заломлення рідини n .

Розв'язання

Для відбитого світла радіуси темних кілець (інтерференційних мінімумів) визначаються за допомогою формули (2.35)

$$m = \sqrt{Rm \frac{1}{n}}.$$

В першому випадку (без рідини) $n_2 = 1$, тоді

$$m_1 = \sqrt{Rm}. \quad (1)$$

При заповненні проміжка між лінзою і пластиною рідиною радіуси кілець дорівнюють

$$m_2 = \sqrt{\frac{Rm}{n}} \quad (2)$$

З умови задачі

$$\frac{m_1}{m_2} = 1,2,$$

а з (1) і (2)

$$\frac{m_1}{m_2} = \sqrt{n}, \text{ тобто } n = \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^2,$$

$$n = 1,44.$$

Задачі для самостійного розв'язання

2.1. На шляху одного з інтерферуючих променів поставили скляну пластинку товщиною 12 мкм. Визначити, на скільки смуг зміститься інтерференційна картина, якщо показник заломлення скла $n = 1,5$, довжина хвилі світла $\lambda = 750$ нм і світло падає на пластинку нормально.

Відповідь: $N = 8$.

2.2. Якою повинна бути товщина пластини при $n = 1,6$ і $\lambda = 550$ нм, якщо при її розміщенні на шляху одного з інтерферуючих променів картина зміститься на чотири смуги?

Відповідь: $d = 3,67$ мкм.

2.3. Знайти зміну оптичної довжини ходу променя, що поширюється у повітрі, якщо на його шляху поставити скляну пластинку товщиною 2 мм. Розрахунок зробити для нормально падаючого променя і для променя, що падає під кутом 60° .

Відповідь: $L_1 = 1$ мм; $L_2 = 0,33$ мм.

2.4. Знайти всі довжини хвиль видимого світла (від 0,76 до 0,38 мкм), які будуть: максимально підсилені; максимально послаблені при оптичній різниці ходу інтерферуючих хвиль, що дорівнює 1,8 мкм.

Відповідь: 0,6 і 0,45 мкм.

2.5. Точкове джерело світла S з довжиною хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м розташоване на відстані $r = 10$ см від лінії перетину плоских дзеркал, кут між якими $\alpha = 20'$. Знайти кількість світлих смуг інтерференційної картини, одержаної на екрані, віддаленому від лінії перетину дзеркал на відстань $a = 190$ см.

Відповідь: $N = 26$.

2.6. У досліді з дзеркалами Френеля відстань між уявними зображеннями джерела світла дорівнює $0,5$ мм, відстань від них до екрана дорівнює 3 м. Довжина хвилі $\lambda = 0,6$ мкм. Визначити ширину смуг інтерференції на екрані.

Відповідь: $3,6$ мкм.

2.7. Два плоских дзеркала створюють кут $\alpha = 178^\circ$. На однакових відстанях від дзеркал $b = 6$ см розташоване джерело світла. Визначити інтервал x між сусідніми інтерференційними смугами, що спостерігаються на екрані, розташованому на відстані $a = 1$ м від лінії перетину дзеркал. Довжина хвилі світла $\lambda = 520$ нм.

Відповідь: $x = 1$ мкм.

2.8. Відстань d між двома когерентними джерелами світла ($\lambda = 0,5$ мкм) дорівнює $0,1$ мм. Відстань між інтерференційними смугами на екрані у середній частині інтерференційної картини досягає 1 см. Визначити відстань l від джерел до екрана.

Відповідь: $l = 2$ м.

2.9. У досліді Юнга знайти відстань x між центральною смугою і четвертим інтерференційним максимумом, якщо відстань між щілинами $d = 0,5$ см, екран розміщений на відстані $l = 3$ м від щілин, довжина хвилі $\lambda = 0,58$ мкм.

Відповідь: $x = 14$ мм.

2.10. Знайти відстань між щілинами d у досліді Юнга, якщо відстань між третім і п'ятим інтерференційними мінімумами дорівнює $x = 0,8$ см, довжина хвилі $\lambda = 0,48$ мкм, екран розміщений на відстані $l = 5$ м від щілин.

Відповідь: $d = 0,6$ мм.

2.11. Знайти мінімальну товщину плівки з показником заломлення $n = 1,47$, для якої світло з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,589$ мкм максимально відбивається, а світло з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0,368$ мкм не відбивається зовсім. Кут падіння світла дорівнює 40° .

Відповідь: $d_{\min} \approx 0,56$ мкм.

2.12. Мильна бульбашка здається зеленою ($\lambda = 0,540$ нм) у точці, найближчій до спостерігача. Яка мінімальна товщина її стінок? ($n = 1,35$).

Відповідь: $d_{\min} = 100$ нм.

2.13. Розсіяне монохроматичне світло з $\lambda = 0,6$ мкм падає на тонку плівку речовини з показником заломлення $n = 1,5$. Визначити товщину плівки, якщо кутова відстань між сусідніми максимумами, які спостерігаються у відбитому світлі під кутом до нормалі, близьким до $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

Відповідь: $d = 15$ мкм.

2.14. Чому дорівнює товщина оптичного покриття з MgF_2 ($n_1 = 1,38$), яке призначене для гасіння світла з довжиною хвиль 550 нм при нормальному падінні на скло ($n_2 = 1,5$)?

Відповідь: $d = 99,6$ нм.

2.15. Яка найменша товщина мильної плівки ($n = 1,33$), якщо при спостереженні у відбитому світлі вона здається блакитною ($\lambda = 480$ нм). Світло падає на плівку під кутом $\theta = 30^\circ$ до нормалі.

Відповідь: $d_{\min} = 0,1$ мкм.

2.16. На мильну плівку ($n = 1,3$), яка розташована у повітрі, падає нормально пучок променів білого світла. При якій найменшій товщині плівки відбите світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ мкм виявиться максимально підсиленням внаслідок інтерференції?

Відповідь: $d_{\min} = 0,1$ мкм.

2.17. Пучок монохроматичних ($\lambda = 0,6$ мкм) світлових хвиль падає під кутом $\theta = 30^\circ$ на розташовану у повітрі мильну плівку ($n = 1,3$). При якій найменшій товщині плівки відбиті світлові хвилі будуть максимально послаблені інтерференцією; максимально посилені?

Відповідь: $d_{\min_1} = 0,25$ мкм; $d_{\min_2} = 0,125$ мкм.

2.18. При спостереженні зображення натрієвого полум'я ($\lambda = 589$ нм), яке утворюється тонкою мильною плівкою, розташованою вертикально, на зображенні полум'я можна бачити ряд горизонтальних темних смуг, причому на висоті $h = 3$ см розташовано $N = 6$ смуг. Який кут θ між поверхнями плівки? Вважати, що промінь зору перпендикулярний до поверхні плівки. Показник заломлення плівки $n = 1,33$.

Відповідь: $\theta = 9''$.

2.19. Вертикально розташована мильна плівка ($n = 1,33$) внаслідок стікання рідини утворює клин. При спостереженні у відбитому жовтому світлі $\lambda = 589$ нм відстань між трьома смугами дорівнює 1,5 см. Спостереження проводяться перпендикулярно до поверхні плівки. Знайти кут клину в секундах.

Відповідь: $\theta = 10''$.

2.20. На кварцовий клин $n = 1,54$ нормально падає монохроматичне світло. Визначити довжину світлової хвилі, якщо відстань між двома сусідніми інтерференційними максимумами у відбитому світлі дорівнює 4 мм. Кут між поверхнями клина дорівнює 8 секунд.

Відповідь: $\lambda = 480$ нм.

2.21. Дуже тонкий провід діаметром $7,35 \cdot 10^{-3}$ мм розташований між двома плоскопаралельними скляними пластинами. Світло з довжиною хвилі в повітрі 600 нм падає (і спостерігається) перпендикулярно пластинам. Спостерігач бачить серію світлих і темних смуг. Скільки світлих і темних смуг бачить спостерігач у даному випадку? Якою буде полоса поряд з проводом — світлою чи темною? Як зміниться картина, якщо клин заповнити водою ($n = 1,33$)? Що буде при освітленні клина білим світлом?

2.22. Поверхні скляного клина створюють між собою кут $= 0,2'$. На клин, нормально до його поверхні, падає пучок променів монохроматичного світла з довжиною хвилі $= 0,55 \text{ мкм}$. Визначити ширину b інтерференційної смуги.

Відповідь: $b = 3,15 \text{ мм}$.

2.23. При спостереженні кілець Ньютона в прохідному жовтому світлі $= 0,58 \text{ мкм}$ простір між лінзою і скляною пластиною заповнений водою ($n = 1,33$). Різниця радіусів шістнадцятого і четвертого кілець Ньютона $r_{16} - r_4 = 1,32 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Визначити радіус кривизни лінзи R .

Відповідь: $R = 1 \text{ м}$.

2.24. Спектр натрію складається з двох ліній з довжинами хвиль $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$ і $\lambda_2 = 589,59 \text{ нм}$. Яке за номером кільце Ньютона, що відповідає одній з цих ліній, співпадає з наступним темним кільцем, яке відповідає іншій лінії (дослідження проводились у відбитому світлі).

Відповідь: $m = 998$.

2.25. Плоско опукла лінза опуклою стороною лежить на скляній пластині. Визначити товщину h шару повітря там, де у відбитому світлі ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$) спостерігається перше світле кільце Ньютона.

Відповідь: $h = 0,15 \text{ мкм}$.

2.26. Плоско-опукла лінза з оптичною силою $D = 2 \text{ дптр}$ опуклим боком лежить на скляній пластинці. Радіус r_4 четвертого темного кільця Ньютона в прохідному світлі дорівнює $0,7 \text{ мм}$. Визначити довжину світлової хвилі.

Відповідь: $\lambda = 490 \text{ нм}$.

2.27. Між скляною пластинкою і розташованою на ній плоско-опуклою скляною лінзою налита рідина, показник заломлення якої менше показника заломлення скла. Радіус r_8 восьмого темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі ($\lambda = 700 \text{ нм}$) дорівнює 2 мм . Радіус R кривизни опуклої поверхні лінзи дорівнює 1 м . Знайти показник заломлення n рідини.

Відповідь: $n = 1,4$.

2.28. В установці для спостереження кілець Ньютона світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ мкм падає нормально на плоско-опуклу лінзу з радіусом кривизни $R_1 = 1$ м, покладену опуклим боком на увігнуту поверхню плоско-увігнутої лінзи з радіусом кривизни $R_2 = 2$ м. Визначити радіус r_3 третього темного кільця Ньютона, яке спостерігається у відбитому світлі.

Відповідь: $r_3 = 1,73$ мм.

2.29. Кільця Ньютона спостерігаються за допомогою двох однакових плоско-опуклих лінз радіусом кривизни $R_1 = 1$ м, складених втотик опуклими поверхнями (плоскі поверхні лінз паралельні). Визначити радіус r_2 другого світлого кільця, яке спостерігається у відбитому світлі ($\lambda = 660$ нм) при нормальному падінні світла на поверхню верхньої лінзи.

Відповідь: $r_2 = 0,704$ мм.

2.30. Кільця Ньютона спостерігаються у прохідному світлі з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм між двома плоско-опуклими лінзами, притиснутими одна до одної опуклими поверхнями. Знайти радіус п'ятого світлого кільця, якщо радіуси кривизни опуклих поверхонь лінз дорівнюють відповідно $R_1 = 1,5$ м, $R_2 = 2$ м.

Відповідь: $r_5 = 1,6 \cdot 10^{-3}$ мм.

2.31. В інтерференційному рефрактометрі, що застосовується для вимірювання показників заломлення прозорих речовин, дві однакові трубки, завдовжки $l = 6$ см кожна, заповнені повітрям $n_0 = 1,00028$. Якщо повітря в одній із трубок замінити на аміак, інтерференційна картина на екрані зміститься на 10 смуг. Визначити показник заломлення аміаку. Довжина хвилі світла $\lambda = 0,6$ мкм.

Відповідь: $n = 1,00038$.

2.32. На скільки смуг зміститься інтерференційна картина в інтерферометрі Жамена, якщо в його плече поставити трубку довжиною 10 см з газом, показник заломлення якого 1,00077? Дослідження проводять з світлофільтром, який пропускає світло з $\lambda = 590$ нм.

Відповідь: $N = 131$.

2.33. Визначте довжину хвилі світла в досліді з інтерферометром Майкельсона, якщо для зсуву інтерференційної картини на 112 смуг дзеркало перемістили на відстань $l = 33$ мм.

Відповідь: $\lambda = 589$ нм.

3 Дифракція світла

Дифракція світла — це сукупність явищ, зумовлених хвильовою природою світла, які виникають при відхиленні світлового променя від прямолінійності.

Дифракція спостерігається при поширенні світла поблизу різкого краю непрозорого або прозорого тіла, крізь вузькі отвори і взагалі у середовищі з різкими неоднорідностями. Дифракція властива кожному хвильовому руху незалежно від довжини хвилі. Завдяки дифракції хвилі можуть потрапляти в область геометричної тіні.

Між інтерференцією і дифракцією немає суттєвої фізичної різниці. Обидва явища полягають у перерозподілі світлового потоку в результаті суперпозиції хвиль. Історично так сталось, що перерозподіл інтенсивності, що з'являється в результаті суперпозиції хвиль, збуджених скінченним числом дискретних когерентних джерел, називається інтерференцією хвиль. Якщо перерозподіл інтенсивності виникає внаслідок суперпозиції хвиль, які збуджуються безперервно розташованими когерентними джерелами, то мова йде про дифракцію. Тому говорять про інтерференційну картину від двох вузьких щілин і про дифракційну картину від однієї щілини.

3.1. Принцип Гюйгенса — Френеля

Принцип Гюйгенса

Відхилення від прямолінійності розповсюдження світла можна пояснити, використовуючи *принцип Гюйгенса: кожна точка простору, до якої доходять хвиля, є центром вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент.*

Нехай плоска хвиля падає нормально на отвір AB у непрозорому екрані (рис. 3.1). Згідно з принципом Гюйгенса кожна точка ділянки хвильового фронту від A до B є джерелом вторинних хвиль (в однорідному ізотропному середовищі вони сферичні). Якщо

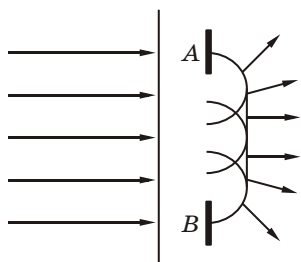


Рис. 3.1

Принцип
Гюйгенса —
Френеля

провести обвідну вторинних хвиль для деякого моменту часу, то ми побачимо, що фронт хвиль заходить в область геометричної тіні, тобто хвиля огинає край отвору.

Принцип Гюйгенса визначає тільки напрямок розповсюдження хвильового фронту, але не амплітуду, а отже і інтенсивність хвиль. Френель доповнив принцип Гюйгенса ідеєю інтерференції вторинних хвиль, що є когерентними.

Основні положення принципу Гюйгенса — Френеля такі.

Під час розрахунку амплітуди світлових коливань, які збуджуються джерелом S_0 в довільній точці спостереження P , джерело S_0 можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел — ділянок dS на хвильовій поверхні S , при цьому точка P — зовнішня відносно поверхні S (рис. 3.2).

Вторинні джерела на хвильовій поверхні S когерентні первинному джерелу S_0 і між собою, внаслідок чого збуджені ними вторинні хвилі інтерферують при накладанні.

Амплітуда коливань, збуджених в точці P вторинним джерелом, пропорційна площі dS відповідної ділянки хвильової поверхні S і обернено пропорційна відстані r від dS до точки спостереження P . Вона залежить також від кута між зовнішньою нормаллю \vec{n} до хвильової поверхні і напрямком вектора \vec{r} .

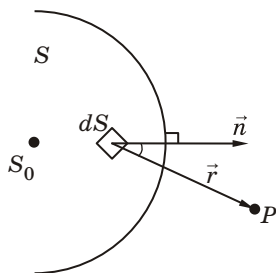


Рис. 3.2

Отже від кожної ділянки dS хвильової поверхні в точку P надходить коливання з амплітудою

$$dA = K \left(\right) \frac{A_0}{r} \cos (t - kr + \text{ }_0) dS, \quad (3.1)$$

де $(t + \text{ }_0)$ — фаза коливання в місці розташування хвильової поверхні S , $k = 2 / \text{ }_0$ — хвильове число. Величина A_0 визначає амплітуду світлового коливання в тому місці, де знаходиться dS .

Коефіцієнт $K (\text{ })$ — коефіцієнт нахилу, залежить від кута між нормаллю \vec{n} до площини dS і напрямком \vec{r} (від dS до точки P), тобто

він характеризує зміну амплітуди вторинних хвиль в залежності від напрямку. При $\theta = 0$ цей коефіцієнт максимальний, при $\theta \geq \lambda/2$ він наближається до нуля (вторинні джерела не випромінюють назад). Результуюче коливання в точці P є суперпозицією коливань (3.1), узятих для всієї хвильової поверхні S :

$$A = \int_s K(\theta) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \phi_0) dS. \quad (3.2)$$

Формула (3.2) є аналітичним виразом принципу Гюйгенса — Френеля. Суть його в тому, що при розрахунку амплітуди коливання, породженого в точці P світловою хвилею, яка поширюється від реального джерела, можна замінити це джерело сукупністю вторинних джерел, розташованих уздовж хвильової поверхні. Якщо частина поверхні S закрита непрозорими екранами, то відповідні їм (закриті екранами) вторинні джерела не випромінюють, а решта випромінює, як і у відсутності екранів.

3.2. Метод зон Френеля

Розрахунки за формулою (3.2) в загальному випадку дуже складні. Якщо система є симетричною, можна застосувати **метод зон Френеля**, суть якого зводиться до простого алгебраїчного або векторного додавання.

Розрахуємо в довільній точці P амплітуду світлової хвилі, яка поширюється в однорідному середовищі від точкового джерела S_0 (рис. 3.3). Згідно з принципом Гюйгенса — Френеля замінимо дію джерела світла S_0 дією уявних джерел, розташованих на сферичній поверхні S радіуса a . Розіб'ємо сферичну хвильову поверхню на кільцеві зони так, щоб відстані від країв зон до точки спостереження P відрізнялись на $\lambda/2$, тобто

$$P_1P - OP = P_2P - P_1P = \dots = \frac{\lambda}{2}.$$

Ці зони називаються **зонами Френеля**. Тоді відстань b_m від зовнішнього краю m -ї зони до точки P дорівнює:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2},$$

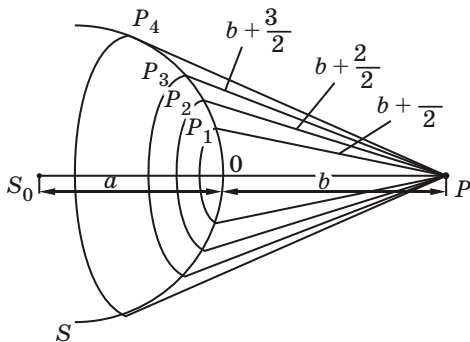


Рис. 3.3

де b — відстань від вершини хвильової поверхні O до точки P . Зауважимо, що коливання від сусідніх зон проходять до точки P відстань, яка відрізняється на $\lambda/2$, це призводить до того, що в точку P вони приходять з протилежними фазами (тобто відрізняються на π). Амплітуда A результуючого коливання в точці P має вигляд:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m, \quad (3.3)$$

де A_1, A_2, \dots, A_m — амплітуди коливань, які збуджуються 1, 2, 3, ..., m зонами.

Величина A_m залежить від площі S_m — m -зони і кута θ_m між зовнішньою нормаллю до поверхні зони і прямою, яка з'єднає цю точку з точкою спостереження P (рис. 3.4).

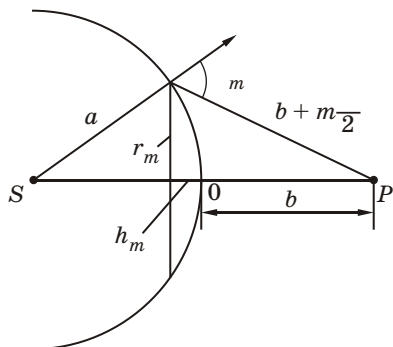


Рис. 3.4

Зовнішня границя m -зони виділяє на хвильовій поверхні сферичний сегмент (рис. 3.4), площа якого

$$S_m = 2 a h_m,$$

де a — радіус сфери, h_m — висота сегмента. Тоді площа m -зони Френеля дорівнює

$$S_m = S_{m-1} - S_{m-2},$$

де S_{m-1} — площа сферичного сегмента, виділеного зовнішньою границею $(m - 1)$ зони. З рис. 3.4 одержимо:

$$\begin{aligned} r_m^2 &= a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2, \\ r_m^2 &= 2a h_m - h_m^2 = b m + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2b h_m - h_m^2, \end{aligned} \quad (3.4)$$

де a — радіус хвильової поверхні, r_m — радіус зовнішньої границі m -зони.

Для малих m , зважаючи на те, що $\lambda \ll a$ і $\lambda \ll b$, можна знехтувати доданком λ^2 , тоді

$$h_m = \frac{b m}{2(a + b)}. \quad (3.5)$$

При цьому площа сферичного сегмента

$$m = 2 ah_m = \frac{ab}{a+b} m ,$$

а площа m -зони:

$$m = m - m_{-1} = \frac{ab}{a+b}.$$

Очевидно, що m не залежить від m , а це означає, що для невеликих m площі зон Френеля приблизно однакові.

Згідно з принципом Гюйгенса — Френеля при збільшенні номера зони збільшується кут m , що призводить до зменшення інтенсивності випромінювання зони (тобто до зменшення амплітуди A_m) в напрямку точки P . Амплітуда A_m зменшується також внаслідок збільшення відстані від зони до точки P . Таким чином, амплітуди коливань, які збуджують в точці P зони Френеля, створюють монотонно збігаючу послідовність

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Загальне число N зон Френеля, що розміщуються на частині сфери, зверненої до точки P , дуже велике:

$$b + N \frac{a}{2} = \sqrt{(a+b)^2 - a^2},$$

$$N = \frac{2\left(\sqrt{b^2 + 2ab - b}\right)}{a}.$$

Наприклад, якщо $a = b = 10$ см, $\lambda = 0,5$ мкм, то $N = 3 \cdot 10^5$.

Отже, можна вважати, що для не дуже великих змін m залежність A_m від m буде лінійною, тобто

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (3.6)$$

Перепишемо (3.3) у вигляді

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots \quad (3.7)$$

Враховуючи (3.6), одержимо, що вирази в дужках дорівнюють нулю, а формула (3.7) спрощується:

$$A_p = \frac{A_1}{2}. \quad (3.8)$$

Таким чином, *амплітуда, створена в довільній точці Р сферичною хвильовою поверхнею, дорівнює половині амплітуди, збудженої однією центральною зоною*. Це означає, що дію всієї хвильової поверхні на точку Р можна замінити половиною дії однієї тільки центральної зони Френеля.

Радіуси зон Френеля

З (3.4) визначимо радіуси зон. Враховуючи (3.5), одержимо радіус зовнішньої границі m -зони:

$$r_m = \sqrt{2ah_m} = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m . \quad (3.9)$$

При $a = b = 10$ см і $\lambda = 0,5$ мкм радіус першої (центральної) зони дорівнює $r_1 = 0,158$ мм, радіуси наступних зон зростають, як \sqrt{m} .

У випадку, коли світлова хвиля плоска ($a \rightarrow \infty$), формула (3.9) має вигляд

$$r_m = \sqrt{bm} .$$

Зважаючи на малий радіус центральної зони Френеля, з великою точністю можна вважати, що в повітрі світло від джерела розповсюджується прямолінійно.

Зонна пластинка

З формули (3.3) витікає, що інтенсивність світла в точці Р можна значно збільшити, якщо закрити всі парні або непарні зони Френеля. Тоді результуюча амплітуда коливань дорівнює:

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots, \text{ або } A = A_2 + A_4 + A_6 + \dots$$

Екран, який перекриває всі парні або непарні зони Френеля, називається *амплітудною зонною пластинкою*, яка складається з прозорих і непрозорих кілець, радіуси яких визначаються формулою (3.9). Радіуси прозорих кілець розраховують для $m = 0, 2, 4, 6, 8, \dots$, непрозорих — для $m = 1, 3, 5, \dots$. Застосування такої пластинки супроводжується значним збільшенням інтенсивності світла в точці Р, тобто вона діє як збиральна лінза з нескінченною кількістю фокусів. Ще більшого ефекту можна досягнути, якщо не перекривати парні (або непарні) зони, а змінити фазу їх коливань на π . Така пластинка називається *фазовою зонною пластинкою*. Порівнюючи її дію з амплітудною зонною пластинкою, можна помітити, що фазова пластинка призводить до додаткового збільшення амплітуди у два рази, а інтенсивності світла — у чотири рази.

3.3. Метод графічного додавання амплітуд

Розрахувати результуючу амплітуду можна не тільки за допомогою метода зон Френеля, а також застосувавши метод графічного додавання амплітуд (метод векторних діаграм).

Будь-яке гармонічне коливання можна уявити як вектор, довжина якого дорівнює амплітуді коливань і складає з напрямком коливання кут, рівний фазі коливання. Цей вектор обертається навколо осі, що проходить через його початок, проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю, яка збігається з циклічною частотою коливань. Цей метод дає можливість визначити результуючу амплітуду і фазу коливань.

Поділимо кожну зону Френеля, починаючи від центра, на N елементарних кільцевих зон. Коливання, зумовлені дією кожної з підзон в точці спостереження P , зображені векторами на векторній діаграмі (рис. 3.5, a , $N = 6$).

Довжина векторів, відповідних окремим, рівним за площею елементарним зонам, поступово зменшується внаслідок зміни кута між нормаллю до фронту хвилі і лінією, яка з'єднує точкове джерело і точку спостереження. Але для сусідніх ділянок така зміна дуже мала.

Кожний наступний вектор повернутий відносно попереднього на кут α , що дорівнює різниці фаз між цими коливаннями. Оскільки різниця фаз на ширині кожної зони Френеля дорівнює $\pi/2$, то $\alpha = \pi/6 = 30^\circ$ (рис. 3.5, a). Замикаючий вектор OK_1 відповідає дії першої зони Френеля. Аналогічно, вектор OK_2 є результуючим для перших двох зон Френеля, вектор OK_3 — для трьох зон.

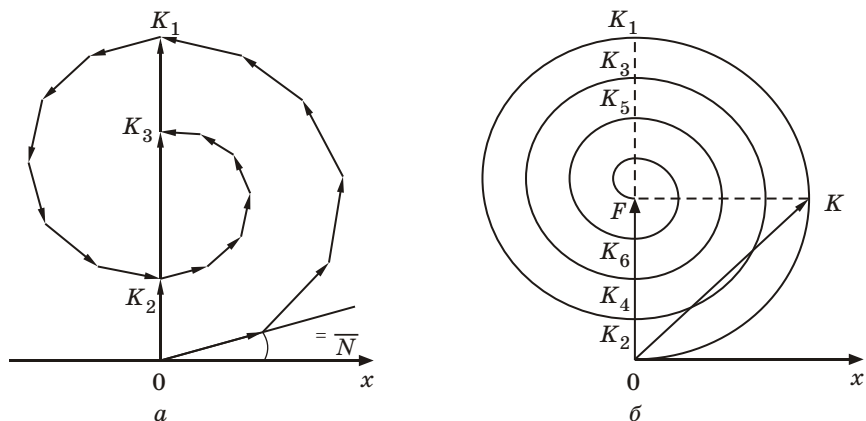


Рис. 3.5

Якщо кожному зоні Френеля поділити на нескінченно велике число елементарних зон ($N \rightarrow \infty$), то ломані лінії перетворяться на дугу і кожній зоні Френеля відповідатиме одне півколо. В результаті, врахувавши вплив усіх зон, отримаємо спіраль з фокусом в точці F (рис. 3.5, б). Результуюча амплітуда коливань в цьому випадку $OF = A_1/2$ дорівнює дії першої зони Френеля. Кут, який складає результуючий вектор з даним напрямком, відповідає фазі результуючого коливання в точці спостереження. Така векторна діаграма дозволяє визначити амплітуду і фазу результуючого коливання для будь-якої кількості діючих зон Френеля. Наприклад, при відкритій половині першої зони результуюча амплітуда дорівнює вектору $OK = A_1\sqrt{2}$ (рис. 3.5, б). Аналогічно $OK_1, OK_2, OK_3, OK_4, \dots, OF$ відповідають результуючим амплітудам від однієї, двох, трьох, чотирьох, ... нескінченної кількості зон Френеля. Очевидно, що дія половини першої зони (OK) більше половини дії цілої першої зони Френеля (OF). ($OK > OF$).

Треба зауважити, що фаза результуючого коливання для повністю відкритого хвильового фронту більша за справжнє її значення на $\pi/2$, оскільки вектор OF напрямлений не вздовж осі Ox , а утворює з нею кут $\pi/2$.

3.4. Дифракція Френеля на простих перешкодах

Дифракційні явища за своїм характером поділяються на два великих класи: дифракційні явища Френеля (дифракція Френеля) і дифракційні явища Фраунгофера (дифракція Фраунгофера).

Дифракція Френеля, або дифракція сферичних хвиль, відбувається у випадку, коли дифракційна картина спостерігається на скінченній відстані від перешкоди, яка спричиняє дифракцію. При цьому кутові розміри оптичної неоднорідності набагато більші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цієї неоднорідності.

Дифракція Фраунгофера — дифракція в паралельних променях, спостерігається на відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. Між дифракціями Фраунгофера і Френеля немає принципової різниці і різкої межі.

**Дифракція
Френеля на
круглому отворі**

Розглянемо *дифракцію Френеля на круглому отворі*. Розмістимо на шляху світлової хвилі, що поширюється від джерела S_0 , непрозору перешкоду з круглим отвором радіуса r_0 .

Виберемо точку спостереження P на лінії S_0P , що проходить через середину отвору перпендикулярно йому.

Якщо $r_0 < a$, $r_0 < b$ (рис. 3.6), то a дорівнює відстані від джерела S_0 до вершини m -ї хвильової поверхні, а довжина b — відстань від вершини хвильової поверхні O до точки спостереження P . Якщо a і b задовольняють співвідношенню (3.9)

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m},$$

де m — ціле число, то отвір залишить відкритими m перших зон Френеля, побудованих для точки P . Тоді число відкритих зон знаходимо за формулою

$$m = r_0^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (3.10)$$

Відповідно до (3.3), амплітуда в точці P дорівнює

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m.$$

Перед A_m буде знак плюс, якщо m — непарне і мінус, коли m — парне.

В результаті розрахунків, аналогічних (3.7), одержимо

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}, \quad (m \text{ — непарне});$$

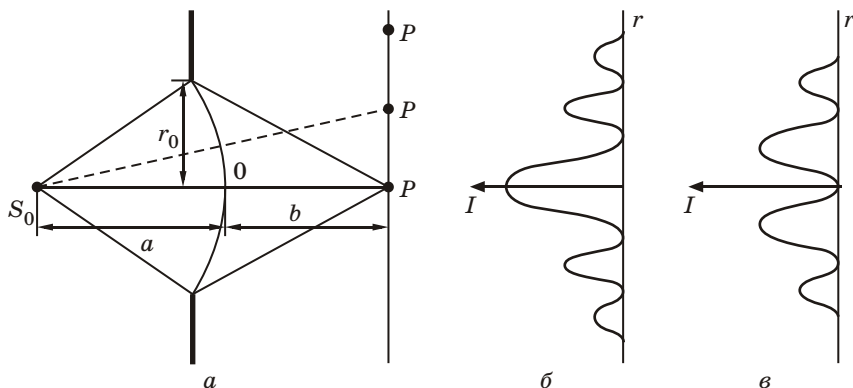


Рис. 3.6

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m, \quad (m - \text{парне}).$$

Амплітуди від двох сусідніх зон майже однакові, тому $A_{m-1}/2 - A_m$ можна замінити як $A_m/2$; тоді

$$A_p = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}. \quad (3.11)$$

Знак плюс — для непарних m і мінус — для парних зон.

Для малих m амплітуда A_m мало відрізняється від A_1 , тобто при непарних m амплітуда в точці P приблизно дорівнює A_1 , при парних — нулю. Таким чином, *перешкода з отвором, який відкриває невелике число зон Френеля, не тільки не послаблює інтенсивність світла в точці P , а навпаки, завдяки їй амплітуда збільшується в два рази, а інтенсивність — майже в чотири рази.* Залежність інтенсивності I від відстані r від центра дифракційної картини зображено на рис. 3.6, б (для непарного m) і на рис. 3.6, в (для парного m). Якщо в отвір потрапляє велике число зон Френеля, то світлі і темні кільця спостерігаються тільки на границі геометричної тіні, всередині цієї області освітленість майже не змінюється.

**Дифракція
Френеля
на непрозорому
круглому екрані**

Розмістимо між джерелом S_0 і точкою спостереження P непрозорий круглий екран, площина якого перпендикулярна до лінії S_0P (рис. 3.7, а)

Якщо диск закrije m перших зон Френеля, то амплітуда в точці P дорівнює:

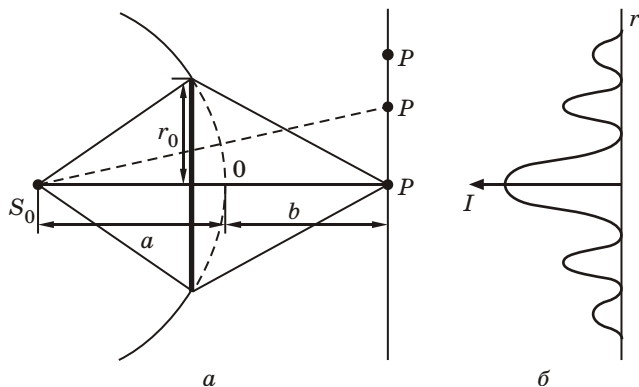


Рис. 3.7

$$\begin{aligned}
 A_p &= A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \\
 &= \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots
 \end{aligned}$$

Вираз в дужках дорівнює нулю, тоді $A_p = A_{m+1}/2$. Якщо число закритих зон невелике, амплітуда A_{m+1} майже не відрізняється від A_1 , тому інтенсивність в точці P майже така ж, як і у відсутності перешкоди (диска) (рис. 3.7, б), тобто $A_p = A_1/2$. Таким чином, у випадку непрозорого круглого екрана дифракційна картина має вигляд концентричних світлих і темних кілець, що чергуються. В центрі картини в точці P , яка знаходиться в геометричній тіні круглого екрана, при будь-якому t (парному чи непарному) спостерігатиметься світла пляма, яка одержала назву *плями Пуассона*.

При освітленні диска білим світлом в центрі екрана видно білу пляму, оточену системою концентричних кольорових кілець.

По мірі збільшення відношення діаметра диска до відстані від диска до екрана яскравість плями Пуассона поступово зменшується, а наступне за ним темнее кільце поширюється, створюючи чи область тіні за диском.

**Дифракція
Френеля
на прямолінійному
краї півплощини**

Розмістимо на шляху світлової хвилі, що випромінюється точковим джерелом S_0 , екран 1 у вигляді непрозорої нескінченної півплощини з прямолінійним краєм (рис. 3.8).

Точка спостереження P знаходиться на екрані 2.

Для оцінки дифракційної картини необхідно поділити фронт хвилі на зони Френеля. Але в цьому випадку півплощина зріже половину кожної зони, що суттєво ускладнить розв'язання задачі

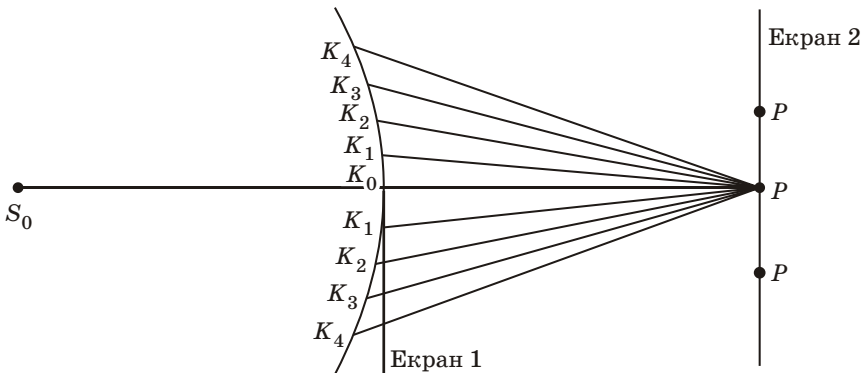


Рис. 3.8

дифракції. Тому застосуємо інший спосіб поділу фронту хвилі. Сферичний фронт хвилі поділимо площинами, паралельними до ребра екрана 1, так, щоб виконувалась умова

$$K_1P - K_0P = K_2P - K_1P = \dots = K_1'P - K_0P = K_2'P - K_1'P = \dots = \frac{\lambda}{2}.$$

Такий поділ хвильового фронту подібен поділу поверхні Землі меридіанами. Але на відміну від поділу меридіанами, в цьому випадку $K_0K_1 > K_1K_2 > K_2K_3 > \dots$ і т. д., тому площі зон будуть зменшуватись при віддаленні від центра. Таке зменшення відбувається спочатку швидко, потім повільніше. Можна показати, що відношення площ послідовних зон до площі першої зони K_0K_1 , виражається як $1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : 0,23 : 0,22$ і т. д., тобто амплітуда, що спостерігається в точці P , обумовлена впливом відповідної зони, при збільшенні номера зони буде зменшуватись.

Спіраль Корню

Для визначення розподілу інтенсивності на екрані 2 застосуємо графічний метод додавання амплітуд. В цьому випадку площі зон не рівні, тому метод графічного додавання амплітуд дає більш складну криву (рис. 3.9) ніж розглянута в розділі 3.3.

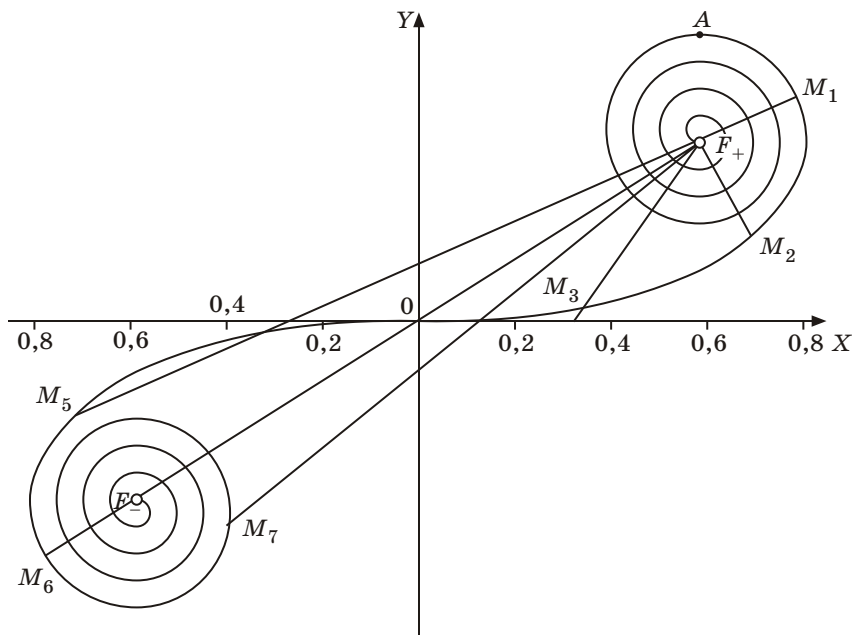


Рис. 3.9

Ця крива спочатку полого, а потім переходить у спіраль (рис. 3.9, права вітка). Це пов'язано з тим, що площі сусідніх зон дуже відрізняються, а потім стають майже однаковими. Ліва вітка повністю симетрична правій. Точки F_+ і F_- , до яких спіраль наближається асимптотично, називаються *полюсами*. Ця крива називається *спіраллю Корню* (клотоїдою). Симетричність правої і лівої вітки обумовлена симетричним положенням правої і лівої частин фронту хвилі відносно точки P . Точка O — точка перетину.

Довжина лінії F_+F_- відповідає величині амплітуди в точці P , коли хвильовий фронт повністю відкритий. При наявності екрана

$$OF_+ = \frac{1}{2}F_+F_-,$$

тобто інтенсивність в точці P буде в чотири рази менша за інтенсивність I_0 , коли хвильовий фронт відкритий.

Розподіл інтенсивності на екрані у відповідності зі спіраллю Корню показано на рис. 3.10, *a*. Інтенсивність безпосередньо під краєм екрана (в точці O , що відповідає на рис. 3.8 точці P) дорівнює $0,25I_0$. При переході в область геометричної тіні екрана інтенсивність безперервно зменшується. При переміщенні праворуч від точки P відбувається чергування максимумів і мінімумів (у вигляді смуг рис. 3.10, *б*), причому інтенсивності *наступних* максимумів повільно зменшуються, наближаючись до I_0 .

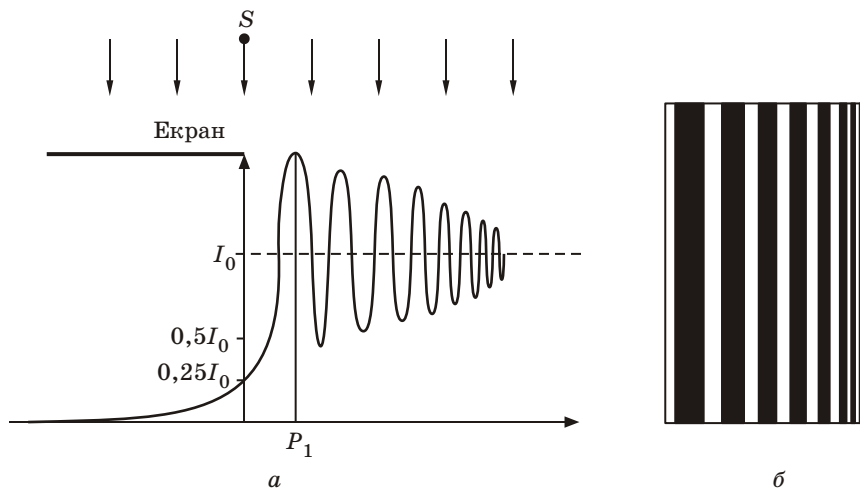


Рис. 3.10

До аналогічних висновків можна дійти шляхом аналітичних розрахунків.

Розглянуті дифракційні задачі показують, що застосування методу зон Френеля дозволяє досить правильно визначати амплітуду результуючої хвилі. Але цей метод не вільний від недоліків і принципових вад.

Недоліки методу зон Френеля

По-перше, при визначенні результуючої амплітуди коливань в точці P не враховується дія протилежної частини хвильового фронту, що поширюється від джерела S_0 . Найбільшу амплітуду мають коливання, які приходять в точку спостереження від елемента поверхні, де кут $\theta = 0$.

Френель вважав, що амплітуди коливань від елементів поверхні, де $\theta \geq \pi/2$, дорівнюють нулю.

По-друге, метод Френеля дає неправильне значення фази результуючої хвилі, менше від експериментального значення на $\pi/2$. Однак для більшості задач це не має значення, бо нас цікавить інтенсивність сумарної хвилі, яка пропорційна квадрату амплітуди.

По-третє, із принципу Гюйгенса впливає наявність двох хвиль: однієї, що йде вперед від джерела світла, і іншої, побудованої так само, як обвідна елементарних хвиль, але напрямлена у зворотній бік, до джерела світла. В принципі Гюйгенса і Гюйгенса — Френеля нічого не сказано відносно цих хвиль.

По-четверте, не враховується вплив матеріалу екрана, який огинають хвилі, на поле електромагнітної хвилі.

Незважаючи на недоліки, цей метод є плідним при розрахунках інтенсивності світла для різних випадків дифракції. Але треба завжди мати на увазі, що він є лише наближеним розрахунковим методом, який замінює строгий розв'язок хвильового диференціального рівняння з граничними умовами для задачі про розповсюдження світла.

Пізніше (1882 р.) Кірхгофом, а потім Зоммерфельдом було створено строгі математичне обґрунтування принципу Гюйгенса — Френеля.

3.5. Дифракція Фраунгофера. Дифракція на щілині

Раніше розглядалися ефекти, пов'язані з дифракцією сферичної хвилі — дифракція Френеля.

Практично дуже цікавим є випадок дифракції в паралельних променях, який в 1821—1822 рр. розглядався Фраунгофером, внаслідок чого дифракція в паралельних променях одержала назву — *дифракція Фраунгофера*.

Схему для спостереження дифракції Фраунгофера зображено на рис. 3.11. Джерело світла S_0 розміщується у фокусі збиральної лінзи L_1 . Одержаний паралельний пучок променів (плоска хвиля) дифрагуватиме на перешкоді. Дифракційну картину можна спостерігати на екрані, розміщеному у фокальній площині лінзи L_2 .

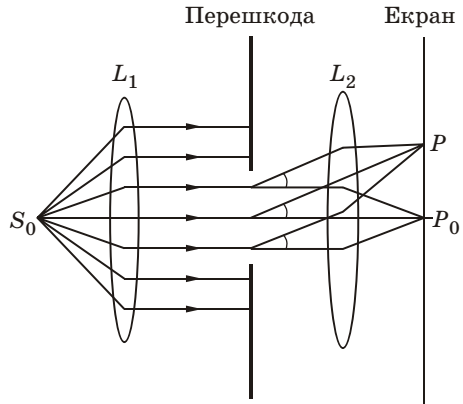


Рис. 3.11

Для спостереження дифракційної картини замість лінзи L_2 і екрана часто застосовується зорова труба, настроєна на нескінченність.

Як відомо, задача дифракції полягає в знаходженні розподілу інтенсивності світла в залежності від кута дифракції. Розподіл інтенсивності по екрану залежить також від форми і розміру отвору.

Дифракція на щілині

Найбільш цікавим є випадок дифракції на щілині — отворі з малою шириною b та нескінченною довжиною $l \gg b$.

Нехай на таку щілину падає пучок паралельних променів (рис. 3.12).

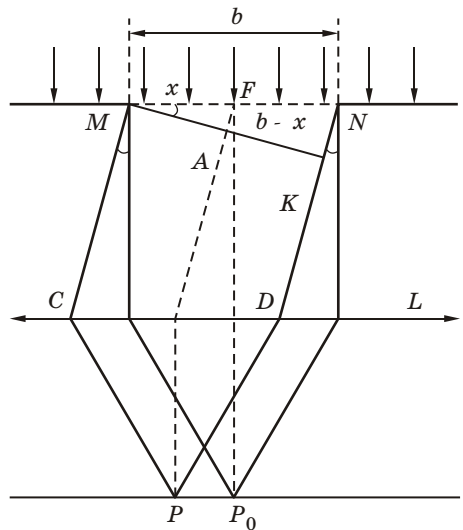


Рис. 3.12

Внаслідок дифракції, на екрані, розміщеному у фокальній площині збиральної лінзи L , спостерігається система максимумів — нерізких зображень джерела світла, розділених темними проміжками мінімумів. У побічному фокусі P лінзи збираються всі паралельні промені, які падають на лінзу під кутом до оптичної осі лінзи. Оптична різниця ходу у повітрі ($n = 1$) між крайніми променями ND і MC дорівнює $=|NK| = b \sin$ (MK —перпендикуляр до ND).

**Розрахунок
інтенсивності
методом зон
Френеля**

Для того щоб знайти розподіл інтенсивності світла I залежно від кута θ , розіб'ємо відкриту частину хвильової поверхні в площині щілини MN на зони Френеля, які мають вигляд смуг, паралельних ребру M щілини. Ширину кожної зони виберемо так, щоб різниця ходу від крайніх точок цих зон дорівнювала $\lambda/2$, тобто всього на ширині щілини міститься b/λ зон. При нормальному падінні плоскої хвилі площина щілини збігається з фронтом хвилі, тобто всі точки фронту в площині щілини коливаються з однаковою фазою. Амплітуди вторинних хвиль також однакові, внаслідок того, що зони Френеля мають однакові площі і однаковий нахил до напрямку спостереження.

При інтерференції світла від кожної пари сусідніх зон амплітуди результуючих коливань дорівнюють нулю тому, що в точці спостереження ці зони створюють коливання з однаковими амплітудами, але з протилежними фазами. Таким чином, результат інтерференції в точці P визначається кількістю зон Френеля, розміщених на щілині. Якщо кількість зон парна:

$$b \sin \theta = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (3.12)$$

то спостерігається дифракційний мінімум (повна темнота).

Якщо число зон непарне, тобто

$$b \sin \theta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (3.13)$$

то буде дифракційний максимум, який збігається з дією однієї зони Френеля. Величина m — порядок дифракційного максимуму.

У прямому напрямку ($\theta = 0$) щілина діє як одна зона Френеля, світло розповсюджується з максимальною інтенсивністю, тобто

в точці P_0 спостерігається центральний дифракційний максимум (рис. 3.13).

З умов (3.12) та (3.13) можна визначити напрямки, в яких амплітуда (інтенсивність) дорівнює нулю:

$$\sin \alpha_{\min} = \pm m \frac{\lambda}{b}$$

або максимальна:

$$\sin \alpha_{\max} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2b}$$

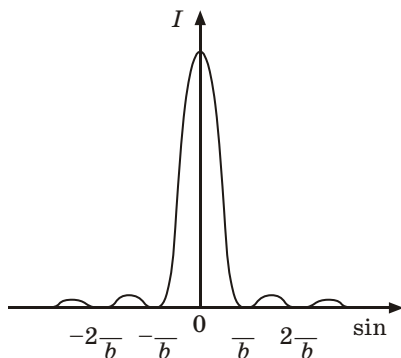


Рис. 3.13

**Аналітичний
розрахунок
інтенсивності**

Розрахунок дифракційної картини за методом Френеля є наближенням. Для точного аналітичного розв'язку цієї задачі треба розбити щілину на нескінченне число вузьких смуг, паралельних ребру M , і розглядати інтерференцію вторинних хвиль, які випромінюються цими нескінченно малими смугами в напрямку променя MC (рис. 3.12).

Ширину елементарної смуги позначимо dx .

Збурення, викликане дією кожної смуги в площині щілини, описується рівнянням

$$dE_0 = c dx \cos \alpha,$$

де c — стала величина. Якщо амплітуда падаючої хвилі, що відповідає всій ширині щілини, дорівнює E_0 , то очевидно, що

$$E_0 = \int_0^b c dx = cb,$$

звідки $c = \frac{E_0}{b}$. Як наслідок,

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos \alpha.$$

Для визначення дії всієї щілини в напрямку кута дифракції треба врахувати різницю фаз для хвиль, що йдуть від різних ділянок щілини до точки спостереження P . Для цього розглянемо розподіл фаз на площині MK , який обумовить співвідношення фаз елементарних хвиль, що доходять до P , оскільки лінза не додає

додаткової різниці фаз. З рис. 3.12 випливає, що різниця ходу між хвилями від елементарних зон біля точок M і F дорівнює $FA = x \sin \theta$. Різниця фаз між коливаннями в точці P , викликана дією цих променів, дорівнює $\Delta\phi = kx \sin \theta$ ($k = 2\pi/\lambda$ — хвильове число). Тоді збурення в точках площини MK має вигляд

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos(\omega t - kx \sin \theta).$$

Результуюче збурення, створене в точці P всією хвильовою поверхнею, обмеженою щілиною, дорівнює

$$\begin{aligned} E &= \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta\right) dx = \\ &= \frac{E_0}{b} \left[\frac{\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta\right)}{-\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta} - \frac{\sin\left(\omega t\right)}{-\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta} \right] = \\ &= E_0 \frac{\sin\left(-b \sin \theta\right)}{-b \sin \theta} \cos\left(\omega t - b \sin \theta\right). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Модуль виразу перед косинусом в (3.14) визначає амплітуду E результуючої хвилі в точці P :

$$E = \left| E_0 \frac{\sin\left(-b \sin \theta\right)}{-b \sin \theta} \right|. \quad (3.15)$$

Зважаючи на те, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, одержимо її розподіл на екрані в залежності від кута дифракції:

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(-b \sin \theta\right)}{\left(-b \sin \theta\right)^2}. \quad (3.16)$$

Очевидно, що $I = I_{-}$, тобто дифракційна картина симетрична відносно центра лінзи.

При зміщенні щілини паралельно екрану положення дифракційної картини не змінюється, але зміщення лінзи призводить до зміщення дифракційної картини на екрані.

З формули (3.15) випливає, що для точки P_0 (рис. 3.12), яка знаходиться в середині щілини (проти центру лінзи), кут дифракції $= 0$, тоді $E = E_0$, тобто амплітуда результуючої хвилі дорівнює алгебраїчній сумі амплітуд доданих хвиль — спостерігається головний максимум (беремо до уваги, що $\lim_{\rightarrow 0} \frac{\sin}{\sin} = 1$).

Амплітуда E обертається в нуль при значеннях , які задовольняють умові

$$-b \sin = \pm m , \text{ де } m = 1, 2, 3, \dots$$

тобто коли

$$b \sin = \pm m . \tag{3.17}$$

Тобто умова (3.17) визначає положення мінімумів інтенсивності для щілини, яка є тотожною з (3.12).

Між мінімумами розташовані вторинні максимуми інтенсивності, кути дифракції яких $_1, _2, \dots$ знаходять при розв'язанні трансцендентного рівняння $\text{tg} =$, де $= -b \sin$, яке розв'язується графічно.

$$\sin _1 = \pm 1,43 \frac{m}{b}, \sin _2 = \pm 2,46 \frac{m}{2}$$

На рис. 3.13 зображено результат розрахунку розподілу інтенсивності при дифракції на щілині (дифракційний спектр). Розрахунки за формулою (3.16) показують зменшення інтенсивності максимумів по відношенню до центрального, як

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,0083 : \dots$$

Існує максимальне число дифракційних максимумів, які можна спостерігати для даної щілини. Це витікає з умови, що при $b = m$ кут $= /2$ відповідає мінімуму порядку m . Тоді, незалежно від розмірів лінзи L і екрана, неможливо спостерігати дифракційні максимуми, порядок яких більше за $(m - 1)$.

Вплив немонохроматичності світла

Положення дифракційних максимумів залежить від довжини хвилі . При освітленні щілини білим світлом тільки центральний максимум білий (він загальний для всіх довжин хвиль ($= 0$)), а побічні максимуми — кольорові. Праворуч

і ліворуч від центрального максимуму спостерігаються максимуми першого ($m = \pm 1$), другого ($m = \pm 2$) і інших порядків, фіолетовий край яких розташований ближче до головного максимуму, а червоний — далі. Вже відмічалось, що між дифракцією Френеля і Фраунгофера немає різкої межі. Одержимо критерій, який визначає вид дифракції в кожному конкретному випадку.

Критерій, що визначає вид дифракції

Візьмемо точку P , яка лежить навпроти середини щілини (рис. 3.14). Для цієї точки число відкритих щілиною зон Френеля визначається співвідношенням

$$\left(l + m \frac{b}{2}\right)^2 = l^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

Знехтувавши доданком з 2 , одержимо критерій, що може визначати вид дифракції

$$m = \frac{b^2}{4l} \approx \frac{b^2}{l}. \quad (3.18)$$

При $\frac{b^2}{l} \ll 1$ ($m \ll 1$) щілина відкриває дуже малу частину центральної зони Френеля — спостерігається дифракція Фраунгофера.

При $\frac{b^2}{l} \approx 1$ ($m \approx 1$) щілина відкриває невелике число зон Френеля — дифракція Френеля, на екрані зображена щілина з темними та світлими смугами.

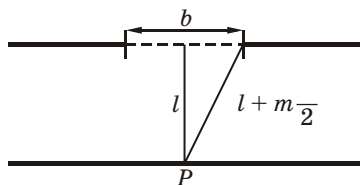


Рис. 3.14

Якщо $\frac{b^2}{l} \gg 1$ ($m \gg 1$) — відкрито велике число зон Френеля — випадок геометричної оптики, на екрані рівномірно освітлене зображення щілини.

Розглянемо, як залежить дифракційна картина від відстані між щілиною та екраном l . При невеликих відстанях ($m \gg 1$) — зображення відповідає законам геометричної оптики. Збільшуючи відстань, спостерігаємо френелівську дифракційну картину, а потім — дифракцію Фраунгофера. Аналогічний результат буде спостерігатися, якщо при постійній відстані l змінювати ширину щілини b .

3.6. Дифракційна решітка

Дифракційна решітка — система паралельних щілин рівної ширини, які лежать в одній площині та розділені рівними за шириною непрозорими проміжками.

Дифракційна картина на решітці є результатом інтерференції всіх хвиль, які йдуть від всіх щілин, тобто спостерігається багатопроменева інтерференція когерентних хвиль.

Якщо ширина щілини дифракційної решітки дорівнює b , а непрозорого проміжку a (рис. 3.15), то величина $d=a+b$ має назву *сталі решітки* або *періоду решітки*.

Нехай плоска монохроматична хвиля падає нормально до площини решітки з числом щілин N . Зважаючи на те, що щілини знаходяться одна від одної на однакових відстанях, різниці ходу променів, які йдуть від однакових областей різних щілин, будуть для даного напрямку однакові у межах всієї дифракційної решітки

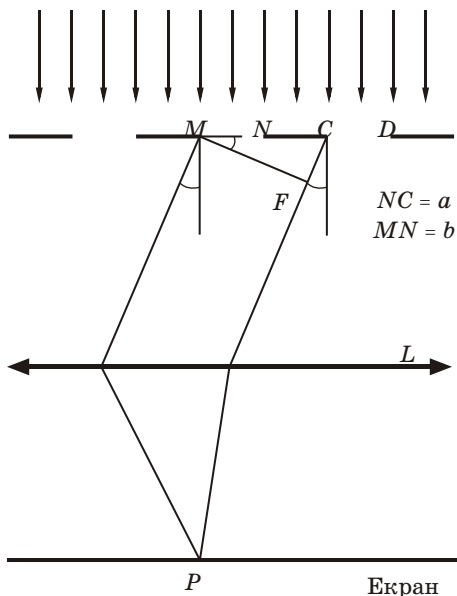


Рис. 3.15

$$= CF = (b + a) \sin \theta = d \sin \theta . \quad (3.19)$$

Головні мінімуми інтенсивності будуть спостерігатися за умови (3.12), що відповідає одній щілині:

$$b \sin \theta = \pm m' , \text{ або } d \sin \theta = \left(m' + \frac{1}{2} \right) , \quad (m' = 1, 2, 3, \dots)$$

Якщо в різниці ходу променів $= d \sin \theta$ вміщається ціле число довжин хвиль λ , то коливання підсилюються.

Тоді *умова головних максимумів*:

$$d \sin \theta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda , \quad (m = 0, 1, 2, \dots) . \quad (3.20)$$

Модуль $\sin \theta$ не більший за одиницю, тому з (3.20) витікає, що кількість головних максимумів $m \leq d/\lambda$ визначається відношенням періоду решітки до довжини хвилі.

Внаслідок інтерференції променів, які йдуть від різних щілин, з'являються *додаткові мінімуми*, які спостерігають у напрямках, де різниця ходу променів від однакових точок різних щілин дорівнює $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$.

З урахуванням (3.19) *умова додаткових мінімумів*:

$$d \sin \theta = \pm m' \frac{\lambda}{N} \quad (m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots), \quad (3.21)$$

тобто m' може мати всі цілі значення, окрім $m' = 0, N, 2N, 3N, \dots$, коли умова мінімумів (3.21) перетвориться на умову максимумів (3.20).

Таким чином, повна картина дифракції, наприклад на двох щілинах, визначається за умов:

головні максимуми:

$$d \sin \theta = 0, \pm \lambda, \pm 2\lambda, \dots;$$

головні мінімуми:

$$b \sin \theta = 0, \pm \lambda, \pm 2\lambda, \dots;$$

додаткові мінімуми:

$$d \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{3\lambda}{2}, \pm \frac{5\lambda}{2}, \dots,$$

тобто між двома головними максимумами знаходиться додатковий мінімум, а максимуми стають більш вузькими ніж для однієї щілини.

У випадку N щілин між двома головними максимумами розташовані $N-1$ додаткові мінімуми, розділені слабкими вторинними максимумами, кількість яких на проміжках між сусідніми головними максимумами дорівнює $N-2$. Інтенсивність головного максимуму m -го порядку дорівнює (без виводу)

$$I_m = I_0 \left(\frac{Nd}{mb} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{mb}{2d} \right).$$

На рис. 3.16 зображено розподіл інтенсивності при дифракції на чотирьох щілинах.

Тут рис. 3.16, a зображує максимуми, одержані в результаті інтерференції чотирьох пучків, b — розподіл інтенсивності при дифракції на одній щілині, c — розподіл інтенсивності в дифракційній картині від чотирьох щілин з урахуванням інтерференції. Легко побачити, що коли відношення сталої решітки до ширини

щілини — ціле число, то головний максимум I_1 порядку $m = d/b$ збігається з мінімумом кривої I_2 і зникає.

Такий же ефект має місце і для всіх головних максимумів порядків

$$m = \pm m' \frac{d}{b},$$

де $m' = 1, 2, 3, \dots$. Зазвичай із збільшенням числа щілин зростає інтенсивність головних максимумів, бо зростає кількість пропущеного решіткою світла. Але найістотніша зміна, яку вносить велике число щілин — це перетворення розпливчастих максимумів у різкі вузькі максимуми, розділені практично темними проміжками, бо вторинні максимуми дуже слабкі: найінтенсивніший становить не більш як 5% від головного.

Порядок спектра

Очевидно, що положення максимумів, що визначається формулою $d \sin \theta = m \lambda$, залежить від довжини хвилі λ . Тому, якщо на решітку падає біле світло, то напрямки на максимуми з $m \neq 0$ для різних хвиль будуть відповідати різним кутам θ , тобто спостерігається розкладання білого світла в спектр (як і для однієї щілини). Число m , що відповідає даному спектру, називається *порядком спектра*. Менша довжина хвилі пов'язана з меншим кутом θ . Таким чином біле світло розтягується в спектр так, що з внутрішнього краю будуть фіолетові, а з зовнішнього червоні промені. При $m = 0$ спостерігається нульова смуга — біле зображення джерела. Спектри вищих порядків ($m = 1, 2, \dots$) розташовані симетрично відносно спектра нульового порядку. Відстань між відповідними лініями спектрів збільшується при збільшенні порядку спектра. Часто спектри більш високих порядків накладаються один на одного.

Залежність положення максимумів і мінімумів від довжини хвилі падаючого світла дозволяє використовувати дифракційну решітку для розкладання складного імпульса в спектр на монохроматичні компоненти. Спектральним прибором для цієї мети є дифракційний спектрограф, основним елементом якого є дифракційна решітка.

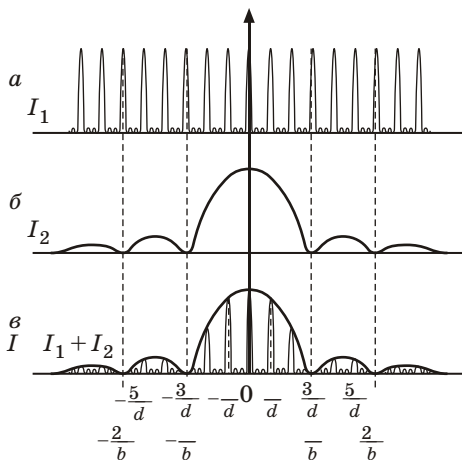


Рис. 3.16

<p>Основні характеристики дифракційної решітки</p>

Основними характеристиками дифракційної решітки, як і будь-якого спектрального приладу, є кутова і лінійна дисперсія, дисперсійна область і роздільна здатність.

Кутова дисперсія — це величина

$$D = \frac{d}{d},$$

де d — кутова відстань між двома спектральними лініями, яким відповідають довжини хвиль λ та $\lambda + d$. Знаходимо диференціал (3.20), тоді

$$d \cos \theta = m d, \\ D = \frac{d}{d} = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

Для малих кутів дифракції маємо $\cos \theta \approx 1$, звідки

$$D = \frac{m}{d} = m \frac{N}{l},$$

де l — довжина робочої ділянки решітки, N — загальна кількість щілин.

Лінійна дисперсія — це величина

$$D_l = \frac{dl}{d},$$

де dl — лінійна відстань на екрані між двома максимумами одного й того самого порядку m для хвиль λ і $\lambda + d$. Якщо фокусна відстань лінзи дорівнює F , то

$$D_l = FD = F \frac{m}{d}.$$

Максимальна ширина спектрального інтервалу $\Delta \lambda$, в якому спектри не перекриваються, називається **дисперсійною областю** спектрального приладу. Для дифракційної решітки

$$\Delta \lambda = \frac{d}{m}.$$

Найменша різниця довжин хвиль двох спектральних ліній $\Delta \lambda$, які спектральний прилад розділяє окремо, називається **спектральною розділяючою відстанню**, а величина $R = \frac{1}{\Delta \lambda}$ — **роздільною здатністю приладу**. Для дифракційної решітки

$$R = \dots = mN.$$

Зауважимо, що **критерій спектрального розділення** для дифракційної решітки був запропонований Релеєм: *спектральні лінії з довжинами хвиль λ і $\lambda + d$ вважаються розділеними, якщо головний максимум дифракційної картини для однієї довжини хвилі збігається за своїм положенням з першим дифракційним мінімумом того самого порядку для другої довжини хвилі.*

Роздільна здатність об'єктива

Можна довести, що дві найближчі зірки, що спостерігаються в об'єктиві в монохроматичному світлі, розділені, якщо кутова відстань між ними

$$\geq \frac{1,22}{D}$$

де λ — довжина хвилі світла, D — діаметр об'єктива.

Роздільна здатність об'єктива — величина

$$R = \frac{1}{d},$$

де d — найменша кутова відстань між двома точками, при якій во-

ни ще розділяються за допомогою цього оптичного прилада.

Згідно з критерієм Релея

$$d = \frac{1,22}{R},$$

тобто роздільна здатність об'єктива

$$R = \frac{1}{d} = \frac{D}{1,22}.$$

3.7. Дифракція на просторових структурах

Явище дифракції на просторових неоднорідностях легко спостерігати, коли число таких неоднорідностей дуже велике, а розміри їх незначні, наприклад, аерозольні утворення (хмари, дим, туман). Таке середовище називається *каламутним*, а явище дифракції в цьому випадку — це *розсіювання світла в каламутному середовищі*. Світло дифрагує на мікронеоднорідностях і в результаті спостерігається рівномірний розподіл інтенсивності за усіма напрямками, без створення дифракційної картини.

**Дифракція
на тривимірній
решітці**

Спочатку обмежимося найпростішим випадком, коли неоднорідності мають періодичний характер, тобто являють собою просторову тривимірну решітку. Її можна уявити як схрещені перпендикулярні решітки з періодами d_1 і d_2 вздовж осей x і y , а вздовж осі z — решітку з періодом d_3 .

Якщо напрямком поширення променя вздовж осі z , то будемо вважати кути дифрагованого променя з осями координат (x, y, z) як α, β, γ . Тоді для кожної довжини хвилі будуть спостерігатися максимуми в напрямках, які визначаються з умов

$$d_1 \cos \alpha = m_1 ;$$

$$d_2 \cos \beta = m_2 ;$$

$$d_3 (1 - \cos \gamma) = m_3 ;$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

де m_1, m_2, m_3 — цілі числа.

Якщо виключити з цих рівнянь α, β, γ , то можна одержати співвідношення

$$\frac{m_1^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3)^2}{d_3^2} = 1.$$

Це рівняння показує, що дифракція на заданій просторовій решітці має максимуми не для всіх довжин хвиль, як це спостерігається на лінійній і двовимірній решітці, а тільки для тих, які задовольняють цю умову. Хвилі інших довжин розсіюються рівномірно в усіх напрямках, не даючи ніяких максимумів.

3.8. Дифракція рентгенівського випромінювання на просторовій решітці

Випадок дифракції на тривимірній решітці здійснюється практично при дифракції рентгенівських променів на природних кристалах.

Для спостереження дифракційної картини необхідно, щоб стала решітки та довжина хвилі падаючого випромінювання були одного порядку. Довжина хвилі рентгенівського випромінювання $\approx 10^{-10} - 10^{-8}$ м, а стала кристалічної решітки $d \sim 10^{-10}$ м. Німецький фізик М. Лауе дійшов висновку, що природні

кристали — це тривимірні решітки, за допомогою яких можна спостерігати дифракцію рентгенівського випромінювання.

Простий метод розрахунку дифракції рентгенівського випромінювання від кристалічної решітки запропонований незалежно російським фізиком Г. В. Вульфом і англійськими фізиками Г. і Л. Бреггами. Кристалографічні дослідження показали, що у кристалі можна виявити певні площини, де атоми або іони, які утворюють кристалічну решітку, розміщені найбільш густо. Такі площини відбиватимуть монохроматичне рентгенівське випромінювання, яке інтерферує при відбиванні від різних площин. Очевидно, підсилення хвиль при інтерференції відбудеться для тих значень кута θ , для яких різниця ходу $\Delta = AO + OB$ (рис. 3.17) вміщує ціле число довжин хвиль

$$2d \sin \theta = m \lambda, \quad (3.22)$$

де θ — кут ковзання, $m = 1, 2, 3, \dots$; d — відстань між площинами. Співвідношення (3.22) — **формула Вульфа — Бреггів**, яка широко застосовується у рентгеноструктурних дослідженнях. Дифракція виникає для таких напрямків падіння монохроматичного випромінювання, для яких кут ковзання задовольняє умові (3.22). Якщо обертати кристал або проводити експеримент з полікристалічною системою, в якій окремі кристалики

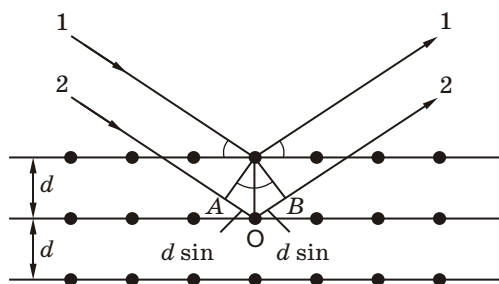


Рис. 3.17

орієнтовані довільно, то можна одержати повну систему інтерференційних картин від усіх можливих типів атомних площин певного кристала.

Дифракція рентгенівського випромінювання широко використовується для вивчення структури кристалів, рідин, аморф-

них твердих тіл, для визначення міжатомних відстаней, дослідження будови молекул та інших систем. Метод таких досліджень називають *рентгеноструктурним аналізом*. Дифракція рентгенівського випромінювання у кристалах використовується також для вивчення рентгенівських спектрів, що дає змогу визначити хімічний склад речовин. Цей метод носить назву *рентгеноспектрального аналізу*.

3.9. Голографія і її застосування

Застосування світла для передачі інформації має давню історію. Але не існувало прилада, який би дозволяв так зареєструвати світлові хвилі, розсіяні предметом, щоб потім відновити зображення предмета у просторі. Будь-який приймач світла (око, фотоемульсія, фотопомножувач тощо) фіксує або середню інтенсивність світла, або кількість фотонів. Інформаційні властивості світла застосовуються лише частково, тому що ні один приймач не може безпосередньо зареєструвати розподіл у просторі миттєвих значень амплітуди і фази електромагнітного поля світлової хвилі.

Така можливість з'явилась в 1947 р., коли фізик Денніс Габер застосував новий метод запису оптичної інформації, що одержав назву «голографії» (в перекладі з грецької означає «повний запис»). За цей метод в 1971 р. він був нагороджений Нобелівською премією. В основі голографії лежать закони інтерференції і дифракції. Принципова відмінність від фотографії — це фіксація не тільки інтенсивності (амплітуди), як у фотографії, але й фази для світлових хвиль, відбитих об'єктом. Ця інформація закладена у формулі

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Очевидно, що розподіл інтенсивності в інтерференційній картині визначається не тільки амплітудою, а й різницею фаз інтерферуючих хвиль.

Таким чином, для одержання і відновлення зображення предмета необхідно мати дві когерентні хвилі: *предметна або сигнальна* — хвиля, що поширюється від предмета, і *опорна* хвиля, що йде від джерела. Одержання голограми пов'язане з інтерференцією світла при великих різницях ходу, тобто потрібна висока ступінь когерентності світла (велика довжина когерентності). Тому в голографії застосовують лазери як джерела світла.

Схема запису і відновлення зображення

Суть голографічного метода запису інформації видно зі схеми на рис. 3.18, а. Розширений пучок лазера одночасно направляється на об'єкт і на дзеркало.

Відбита від дзеркала опорна хвиля 1 і розсіяна об'єктом світлова предметна хвиля 2 попадають на звичайну фотопластину, де реєструється складна інтерференційна картина, яка і називається *голограмою*. На вигляд після проявлення вона схожа на рівномірно засвічену фотопластинку і тільки під мікроскопом можна помітити упорядковану мікроструктуру.

Для відновлення об'ємного зображення предмета голограму розміщують у тому ж місці, де була розташована фотопластинка під час фотографування (рис. 3.18, б), а потім її освітлюють світловим пучком того ж лазера, що і під час запису. При цьому відбувається дифракція опорної хвилі I на голограмі і ми бачимо просторове «уявне» зображення. Крім уявного зображення спостерігається також дійсне зображення. Уявне зображення знаходиться у тому ж місці, де був об'єкт під час знімання і його видно при спостереженні крізь голограму. Дійсне зображення розташоване по іншу сторону голограми. Воно нібито висить у повітрі перед голограмою і є дзеркальним зображенням об'єкта.

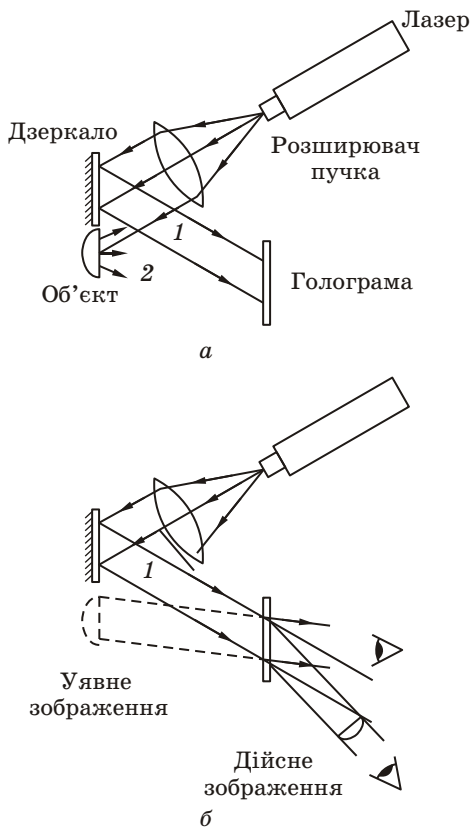


Рис. 3.18

Зважаючи на те, що інтерференційна картина в кожній точці голограми визначається світлом, розсіяним всіма точками об'єкта, кожна ділянка голограми містить інформацію про весь об'єкт. Але зі зменшенням збереженої частини голограми при її пошкодженні зменшується яскравість і чіткість голографічного зображення.

Голографія дозволяє одержувати кольорові об'ємні зображення об'єктів. Для цього застовується світло лазера трьох основних кольорів (наприклад червоний, зелений і синій) одночасно, або по черзі. Одержати зображення можна при опроміненні голограми тими ж монохроматичними променями під відповідними кутами, що й під час запису.

Дуже цікавими є голограми у тривимірному середовищі (метод Денисюка, 1962 р.).

В цьому методі поєднані принципи голографії і кольорової фотографії, коли голограма записується на товстошаровій емульсії і має характер просторової дифракційної решітки. Така голограма здатна виділяти з падаючого на неї білого світла монохроматичне світло, що використовувалось для її запису. Якщо об'ємна голограма кольорова, то для відновлення кольорового об'ємного зображення її достатньо опромінити білим світлом.

**Переваги
(достойства)
голографії**

Наочність голографічного метода, тобто можливість одержання тривимірного зображення. Інформативність, пов'язана з тим, що кожна ділянка голограми несе інформацію про

весь об'єкт.

Щільність запису. Якщо опорний пучок буде падати під різними кутами, то на одній фотопластинці можна записати до 10^3 зображень.

**Застосування
голографії**

Голографічний метод знаходить широке застосування в різних областях науки і техніки.

Перелічимо деякі з них:

- запис і збереження інформації;
- об'ємне кіно і телебачення;
- тривимірна мікроскопія, дефектоскопія;
- акустична голографія застосовується в дефектоскопії, при дослідженні рельєфу морського дна, пошуках корисних копалин;
- голографічна інтерферометрія дозволяє досліджувати деформацію об'єктів і т. п.;
- дослідження швидкоплинних процесів;
- розпізнавання образів і символів;
- голографічна інтроскопія (передача зображення крізь спотворююче середовище).

Цей далеко не повний перелік можливостей голографії показує її широкі можливості і перспективи.

Контрольні запитання та завдання для самоперевірки

1. Що таке дифракція хвиль і за яких умов вона виникає?
2. Який фізичний зміст принципу Гюйгенса?
3. Виведіть закони відбиття і заломлення на границі розділу двох середовищ з застосуванням принципу Гюйгенса.
4. У чому полягає відмінність принципу Гюйгенса — Френеля від принципу Гюйгенса?
5. Яка суть принципу Гюйгенса — Френеля?

6. Який принцип побудови зон Френеля?
7. Як діють зонні пластинки?
8. В яких випадках при дифракції Френеля на невеликому круглому отворі в центрі дифракційної картини спостерігається світла пляма, а в яких темна?
9. В чому відмінність дифракції Френеля на круглому отворі при опроміненні його монохроматичним і білим світлом?
10. Що таке пляма Пуассона і коли вона виникає?
11. У чому відмінність дифракції Френеля від дифракції Фраунгофера?
12. Як відрізняються дифракційні картини на круглому диску при освітленні його монохроматичним і білим світлом?
13. Як зміниться дифракційна картина при дифракції Фраунгофера на одній щілині при збільшенні довжини хвилі? Ширини щілини?
14. Що спостерігається на екрані при дифракції в паралельних променях на одній щілині, якщо ширина щілини дорівнює довжині хвилі?
15. Як впливає на дифракційну картину період і розмір дифракційної решітки?
16. Від чого залежить ширина дифракційних смуг на екрані?
17. Як визначається розподіл інтенсивності світла у випадку дифракції в паралельних променях на одній щілині і на дифракційній решітці?
18. Який вигляд має дифракційний спектр видимого світла? Чим він відрізняється від призматичного?
19. Як визначити найбільший порядок спектра дифракційної решітки?
20. Запишіть умови дифракційних мінімумів для однієї щілини і головних максимумів на решітці.
21. Чому при застосуванні білого світла тільки центральний максимум білий, а бокові максимуми різнокольорові?
22. Які особливості дифракції на просторовій решітці?
23. Чому на кристалах не спостерігається дифракція у видимому світлі?
24. Які параметри дозволяє одержати формула Вульфа — Бреггів?
25. Для чого служить критерій Релея?
26. Що таке роздільна здатність дифракційної решітки? Від чого вона залежить?
27. В чому полягає суть голографічного метода реєстрації і відтворення об'ємного зображення предмета?

Приклади розв'язання задач

Задача 1

На круглий отвір діаметра $D = 5$ мм падає плоска монохроматична хвиля $\lambda = 500$ нм. За діафрагмою на відстані $b = 2,5$ м від неї розміщений екран (рис. 3.19). Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним чи світлим?

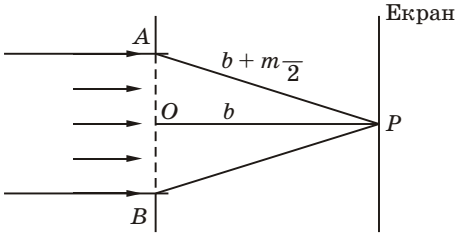


Рис. 3.19

Розв'язання

Характер освітлення в центрі дифракційної картини (т. O) визначатиметься кількістю зон Френеля m , що відкриваються отвором. При

непарній кількості зон в точці P буде максимум, тобто світла пляма, якщо кількість зон парна — в центрі дифракційної картини буде темна пляма (мінімум). Для розрахунку m розглянемо APB .

Тоді за теоремою Піфагора

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2, \quad \frac{D^2}{4} + b^2 = b^2 + bm + m^2 \frac{\lambda^2}{4}.$$

Величина $m^2 \frac{\lambda^2}{4}$ дуже мала, можна вважати, що вона прямує до нуля, звідки кількість зон Френеля

$$m = \frac{D^2}{4b},$$

$$m = \frac{(5 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 2,5 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 5, \quad m = 5,$$

тобто в центрі дифракційної картини спостерігається світла пляма.

Задача 2

На щілину шириною $b = 0,1$ мм падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ мкм. Визначити відстань l від щілини до екрана, якщо ширина центрального дифракційного максимуму $x = 1$ см.

Розв'язання

Умова дифракційного мінімуму для однієї щілини

$$b \sin \theta = \pm m \lambda,$$

звідки кут дорівнює ($m = 1$)

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b},$$

З рис. 3.20 маємо
 $x = 2l \operatorname{tg} \theta$, тоді

$$l = \frac{x}{2 \operatorname{tg} \theta}.$$

За умови, що кут малий, одержимо

$$\sin \theta \approx \operatorname{tg} \theta \approx \frac{x}{2l};$$

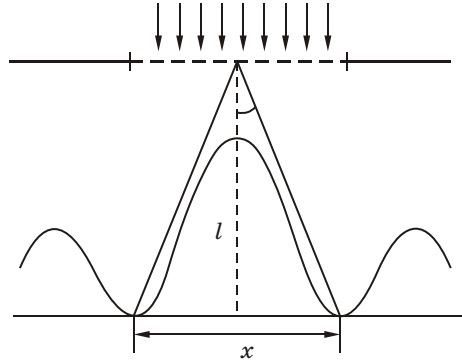


Рис. 3.20

як наслідок

$$l = \frac{x}{2} = \frac{x \cdot b}{2}; \quad l = \frac{10^{-2} \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7}} = 0,91 \text{ м}; \quad l = 0,91 \text{ м}.$$

Задача 3

Скільки штрихів на 1 см довжини має дифракційна решітка, якщо зелена лінія ртуті з довжиною хвилі 546,1 нм у спектрі другого порядку спостерігається під кутом 32,7°? Визначити найбільший порядок головного максимуму, який створюється цією дифракційною решіткою для даної довжини хвилі.

Розв'язання

Згідно з умовою максимумів дифракційної решітки

$$d \sin \theta = m$$

і зважаючи на те, що стала решітки d пов'язана з кількістю

штрихів на одиницю довжини решітки N як $N = 1/d$, маємо

$$N = \frac{\sin \theta}{m}, \quad N = 4500 \text{ см}^{-1}.$$

Найбільший порядок максимуму, який можна спостерігати за допомогою цієї решітки, знайдемо за умови: $\theta_{\max} = 90^\circ$; $\sin \theta_{\max} = 1$, тоді

$$m_{\max} = \frac{1}{N}, \quad m_{\max} = 4.$$

Задача 4

Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55 \text{ нм}$ падає на дифракційну решітку, з числом штрихів $N = 200 \text{ мм}^{-1}$ під кутом $\alpha = 30^\circ$. Визначити кут дифракції для головного максимуму третього порядку.

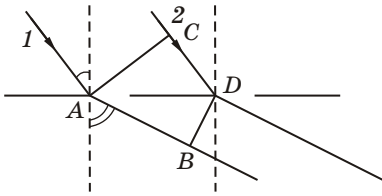


Рис. 3.21

Розв'язання
 Оптична різниця ходу променів 1 та 2 дорівнює

$$= AB - CD = d \sin \alpha - d \sin \beta,$$

де $AD = d$ — стала решітки

$$d = \frac{1}{N}, \quad \lambda = 10^{-3} \text{ м}, \quad d = \frac{10^{-3}}{200} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Умова максимуму для дифракційної решітки $m \lambda$, тобто

$$d \sin \alpha - d \sin \beta = m \lambda;$$

$$\sin \beta = \frac{m \lambda}{d} + \sin \alpha;$$

$$\sin \beta = \frac{3 \cdot 0,55 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}} + 0,5 = 0,83,$$

$$\beta = \arcsin 0,83 = 56,1^\circ.$$

Задача 5

Жовте світло натрію (якому відповідають довжини хвиль $\lambda_1 = 589,00 \text{ нм}$ і $\lambda_2 = 589,59 \text{ нм}$) падає на дифракційну решітку, яка має 7500 штр/см . Визначити: 1) максимальний порядок для жовтого світла натрію; 2) кутову дисперсію дифракційної решітки; 3) ширину решітки, яка необхідна для розділення двох ліній натрію; 4) роздільну здатність решітки в цьому випадку; 5) кутову ширину кожної лінії натрію.

Розв'язання

1) Довжина хвилі λ , стала d дифракційної решітки і кут відхилення променів, які відповідають m -му дифракційному максимуму, пов'язані співвідношенням

$$d \sin \alpha = m \lambda, \tag{1}$$

де m — порядок максимуму.

Сталу решітки можна розрахувати зі співвідношення:

$$d = \frac{1}{N}; d = \frac{10^{-2}}{7500} = 1,33 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Максимальний порядок m для $\lambda = 589 \text{ нм}$ можна знайти з формули (1), беручи до уваги, що максимальний кут відхилення променів решіткою не може перевищувати 90° . Тоді

$$m = -\frac{d}{\sin \theta}$$

і внаслідок цього

$$m \leq \frac{1,33 \cdot 10^{-6}}{5,89 \cdot 10^{-7}} = 2,25.$$

Таким чином, максимальний порядок $m_{\max} = 2$.

2) Кутова дисперсія має вигляд

$$\frac{d}{d} = \frac{m}{d \cos \theta}. \quad (2)$$

Лінія натрію у другому порядку спостерігається при

$$\sin \theta = \frac{2}{d}, \quad \sin \theta = \frac{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{1,33 \cdot 10^{-6}} = 0,886,$$

тоді

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = 0,464.$$

З (2) одержуємо

$$\frac{d}{d} = \frac{2}{1,33 \cdot 10^{-5} \cdot 0,464} = 3,24 \cdot 10^{-3} \text{ рад/нм,}$$

або при переході до градусної міри

$$\frac{d}{d} = 0,186 \text{ град/нм.}$$

3) Для розділення двох ліній натрію необхідна роздільна здатність решітки:

$$R = \frac{1}{\Delta \lambda}, \quad R = \frac{589_{\text{нм}}}{0,59_{\text{нм}}} = 1000.$$

Щоб досягти її, повне число штрихів внаслідок співвідношення $R = mN$ повинно дорівнювати

$$N' = \frac{R}{m} = \frac{1000}{2} = 500.$$

Ширина решітки може бути визначена формулою

$$t = N'd = 500 \cdot 1,33 \cdot 10^{-6} = 6,65 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Типові дифракційні решітки мають ширину кілька сантиметрів і тому легко розділяють жовті лінії натрію.

4) Роздільна здатність решітки при $N = 500$, $m = 2$ дорівнює 1000. Дифракційна решітка шириною $t = 3,0$ см мала б всього 22 500 штрихів (при 7500 штрих/см) і її роздільна здатність дорівнювала б $R = 4500$.

5) Різниця фаз для променів від сусідніх щілин дифракційної решітки

$$= \frac{2}{N} d \sin \theta_m \quad (3)$$

Для N щілин

$$= \frac{2}{N} d \sin \theta_m \quad (4)$$

Позначимо через θ_m кут, під яким спостерігається мінімум, який настає за піком при $\theta_{m-1} = 0$. Він відповідає різниці ходу між сусідніми щілинами

$$= \frac{2}{N} d \sin \theta_m.$$

З (4) маємо $\sin \theta_m = \frac{m}{Nd}$

На границі малих кутів справедлива формула

$$\sin \theta_m \approx \theta_m = \frac{m}{Nd}.$$

Щоб визначити напівширину максимумів більш високого порядку (θ_m для піка порядку m), продиференціюємо співвідношення (3). Це дозволить зв'язати приріст фази з приростом кута θ_m .

$$\approx \frac{2}{N} d \cos \theta_m \cdot \Delta \theta_m.$$

Якщо m — напівширина піка порядку m ($m = 1, 2, \dots$), тобто кут між максимумом і найближчим до нього мінімумом (з будь-якого боку), то з формули (4)

$$= \frac{2}{N}.$$

Підставляючи одержаний вираз у співвідношення для θ , одержуємо:

$$m = \frac{2d \sin \theta}{\lambda}.$$

Як виходить з (2), для решітки з числом штрихів не менше 500 кутова ширина лінії при $m = 2$

$$= \frac{589 \cdot 10^{-9}}{500 \cdot 1,33 \cdot 10^{-5} \cdot 0,464} = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ рад},$$

або в градусах $\theta = 0,11^\circ$.

Задача 6

На природну грань монокристала NaCl ($M = 58,5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) з густиною $\rho = 2,16$ г/см³ падає вузький пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання під кутом ковзання $\theta = 60^\circ$. Визначити довжину хвилі випромінювання, якщо при дзеркальному відбиванні від цієї грані спостерігається максимум третього порядку.

Розв'язання

Формула Вульфа — Бреггов для дифракції рентгенівського випромінювання на кристалічній решітці

$$2d \sin \theta = m \lambda,$$

$$\lambda = \frac{2d \sin \theta}{m}.$$

Розрахуємо сталу решітки. В комірниці NaCl 4 іона Na^+ і 4 Cl^- . Кожен іон входить у 8 комірок. Кількість комірок дорівнює кількості іонів. В 1 молі — $2N_A$ комірок, де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ — число Авогадро.

Стала решітки $d = \sqrt[3]{V}$, $V = \frac{V_m}{2N_A}$ — об'єм комірки; $V = \frac{M}{\rho}$ — об'єм моля речовини, тоді

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2 N_A \rho}} \text{ і } \lambda = \frac{2 \sin \theta}{m} \sqrt[3]{\frac{M}{2 N_A \rho}};$$

$$= \frac{2 \cdot 0,866}{3} \sqrt[3]{\frac{58,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 2,16 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 163 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 163 \text{ пм.}$$

Задачі для самостійного розв'язання

3.1. Знайти площі перших трьох зон Френеля, якщо плоска монохроматична хвиля ($\lambda = 600 \text{ нм}$) падає на круглий отвір, а дифракційна картина спостерігається на відстані 5 м від отвору.

Відповідь: $S_1 = S_2 = S_3 = 10^{-6} \text{ м}^2$.

3.2. На круглий отвір радіусом $R = 1 \text{ мм}$ падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі $\lambda = 500 \text{ нм}$. На якій максимальній відстані від отвору на екрані в центрі дифракційної картини спостерігатиметься темна пляма?

Відповідь: $l_{\text{max}} = 1 \text{ м}$.

3.3. Плоска світлова хвиля ($\lambda = 0,5 \text{ мкм}$) падає нормально на діафрагму з круглим отвором діаметром $d = 1 \text{ см}$. На якій відстані b від отвору повинна знаходитися точка спостереження, щоб отвір відкривав зони Френеля: 1) три; 2) чотири?

Відповідь: 1) $b_1 = 16,7 \text{ м}$; 2) $b_2 = 12,5 \text{ м}$.

3.4. Радіус шостої зони Френеля для плоского хвильового фронту дорівнює $3,69 \text{ мм}$. Визначити радіус четвертої зони Френеля.

Відповідь: $r_4 = 3 \text{ мм}$.

3.5. Паралельний пучок монохроматичного світла ($\lambda = 550 \text{ нм}$) падає на круглий диск діаметром $d = 3 \text{ мм}$. Точка спостереження знаходиться на осі диска на відстані $l = 1 \text{ м}$ від нього. Визначити ширину першої відкритої зони Френеля x .

Відповідь: $x = 0,173 \text{ мм}$.

3.6. Точкове джерело світла знаходиться на відстані $a = 1 \text{ м}$ від круглого отвору, а відстань від отвору до екрана $b = 1 \text{ м}$. Знайти довжину хвилі, для якої радіус п'ятої зони Френеля дорівнює $r_5 = 1,120 \text{ мм}$.

Відповідь: $\lambda = 500 \text{ нм}$.

3.7. На якій відстані a перед діафрагмою з круглим отвором діаметром $d = 2,0 \text{ мм}$ розташоване точкове джерело світла ($\lambda = 500 \text{ нм}$), якщо відстань від діафрагми до точки спостереження $b = 2 \text{ м}$, а отвір відкриває три зони Френеля?

Відповідь: $a = 1 \text{ м}$.

3.8. Між точковим джерелом світла і екраном розташували діафрагму з круглим отвором, радіус якого r можна змінювати. Відстань від діафрагми до джерела і екрана $a = 100$ см і $b = 125$ см. Визначити довжину хвилі світла, якщо максимум освітленості в центрі картини на екрані спостерігається при $r_1 = 1,00$ мм і наступний максимум при $r_2 = 1,29$ мм.

Відповідь: $= 0,6$ мкм.

3.9. Визначити радіус p 'ятої зони Френеля, якщо відстань від точкового джерела світла ($\lambda = 550$ нм) до хвильової поверхні і від хвильової поверхні до точки спостереження дорівнює 1 м.

Відповідь: $r_5 = 1,17$ мм.

3.10. Знайти радіуси зон Френеля і побудувати залежність радіуса зони від її номера для перших 10 зон, якщо точкове джерело світла знаходиться на відстані 1 м від отвору і 2 м від екрана. Довжина хвилі $\lambda = 500$ нм.

Відповідь: $r_m = 5 \cdot 10^{-4} \sqrt{m}$, де m — номер зони.

3.11. На щілину шириною $b = 0,1$ мм падає нормально монохроматичне світло ($\lambda = 0,5$ мкм). За щілиною розташована збиральна лінза, в фокальній площині якої розташований екран. Що буде спостерігатися на екрані, якщо кут дифракції дорівнює: 17° ; 43° ?

Відповідь: перший дифракційний мінімум; дифракційний максимум.

3.12. Монохроматичне світло падає на щілину шириною $b = 28,5$ мкм і після її проходження дифракційна картина фокусується лінзою на екран, розташований на відстані $l = 10$ см від неї. Довжина світлової хвилі $\lambda = 0,65$ мкм. Визначити середню відстань x між дифракційними смугами.

Відповідь: $x = 0,23$ см.

3.13. На щілину шириною $b = 5 \cdot 10^{-5}$ м падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,45$ мкм. Дифракційна картина спостерігається на екрані, розташованому паралельно щілині. Визначити відстань l від щілини до екрана, якщо ширина центрального дифракційного максимуму дорівнює 2 см.

Відповідь: $l = 0,91$ м.

3.14. На вузьку щілину падає нормально монохроматичне світло. Кут відхилення пучків світла, які відповідають другій світлій дифракційній смузі, дорівнює 1° . Якій кількості довжин хвиль падаючого світла дорівнює ширина щілини?

Відповідь: 143.

3.15. На щілину шириною 4 падає нормально монохроматичне світло. Під яким кутом спостерігатиметься мінімум другого порядку? Як зміниться кут дифракції, якщо спостереження проводити в середовищі з показником заломлення $n = 1,33$?

Відповідь: $\alpha_2 = 30^\circ$; $\alpha'_2 = 41^\circ 40'$.

3.16. Який найбільший порядок максимуму m_{\max} можна спостерігати за допомогою щілини шириною 1 мкм при нормальному падінні променів з довжиною хвилі 400 нм?

Відповідь: $m_{\max} = 3$.

3.17. Якою повинна бути ширина щілини b , щоб перший дифракційний мінімум спостерігався під кутом 90° при освітленні: 1) червоним світлом ($\lambda_1 = 760$ нм), 2) синім світлом ($\lambda_2 = 440$ нм)?

Відповідь: $b_1 = 7,6 \cdot 10^{-5}$ см; $b_2 = 4,4 \cdot 10^{-5}$ см.

3.18. Монохроматичне світло падає на довгу щілину шириною $b = 12$ мкм під кутом $\alpha = 30^\circ$ до нормалі. Визначити довжину хвилі світла, якщо напрямок на перший мінімум від центрального дорівнює 33° .

Відповідь: $\lambda = 536$ нм.

3.19. На дифракційну решітку, яка має $N = 400$ штрихів на 1 мм падає нормально монохроматичне світло ($\lambda = 0,6$ мкм). Знайти загальне число дифракційних максимумів, яке дає ця решітка. Визначити кут дифракції, який відповідає останньому максимуму.

Відповідь: $n = 9$, $\alpha_{\max} = 74^\circ$.

3.20. На дифракційну решітку, яка має 50 штрихів на 1 мм, падає паралельний пучок білого світла. Яка різниця кутів відхилення кінця першого і початку другого спектра? Довжину крайніх червоних і крайніх фіолетових хвиль прийняти рівними 760 і 400 нм.

Відповідь: $\Delta\alpha = 7'$.

3.21. На дифракційну решітку падає нормально світло від розрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію ($\lambda_1 = 0,670$ мкм) спектра другого порядку?

Відповідь: $\lambda_2 = 0,446$ мкм.

3.22. Яку сталу повинна мати дифракційна решітка, щоб для неї максимум третього порядку для $\lambda = 600$ нм спостерігався під тим же кутом, що і максимум третього порядку, що спостерігається

при відбитті від скляної ($n = 1,5$) плоскопаралельної пластинки товщиною $t = 0,71$ мкм?

Відповідь: $d = 5$ мкм.

3.23. Скільки штрихів на 1 см повинна мати дифракційна решітка, щоб куту спостереження $= 62^\circ$ відповідав максимум четвертого порядку для світла з довжиною хвилі $= 550$ нм?

Відповідь: $N = 4000$ см⁻¹.

3.24. Скільки штрихів на 1 см має дифракційна решітка, якщо ширина спектра першого порядку на екрані дорівнює $x = 0,66$ м. Відстань від лінзи до екрана $l = 3$ м. Інтервал довжин хвиль для спостереження черв $= 780$ нм, ф $= 400$ нм.

Відповідь: $N = 5 \cdot 10^3$ штр/см.

3.25. На дифракційну решітку нормально падає монохроматичне світло. Спектр першого порядку відхиляється на 3° . На який кут відхиляється спектр третього порядку?

Відповідь: $\alpha_3 = 9^\circ$.

3.26. Знаючи границі видимої частини спектра ($\lambda_1 = 400$ нм, $\lambda_2 = 760$ нм), розрахувати сталу дифракційної решітки, для якої кутові розміри спектра першого порядку $= 20^\circ$.

Відповідь: $d = 1,2$ мкм.

3.27. На дифракційну решітку зі сталою $d = 3$ мкм під кутом $= 30^\circ$ падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $= 0,6$ мкм. Визначити кут дифракції α_2 для головного максимуму другого порядку.

Відповідь: $\alpha_2 = 64^\circ$.

3.28. На дифракційну решітку, яка має $N = 500$ штрихів на 1 мм, падає нормально біле світло. Визначити ширину x спектра першого порядку на екрані, якщо відстань l від лінзи до екрана дорівнює 3 м. Границя видимого спектра $\lambda_1 = 400$ нм, $\lambda_2 = 780$ нм.

Відповідь: $x = 66$ см.

3.29. Період решітки $d = 0,01$ мм. Яке найменше число штрихів N повинна мати решітка, щоб складові жовтої лінії натрію ($\lambda_1 = 589,0$ нм і $\lambda_2 = 589,6$ нм) можна було спостерігати окремо в спектрах першого та другого порядків? Знайти найменшу ширину решітки в обох випадках.

Відповідь: $N_1 = 982$; $N_2 = 491$; $l_1 = 9,8$ мм; $l_2 = 4,9$ мм.

3.30. Дві дифракційні решітки мають однакову ширину $l = 3$ см, але різні періоди $d_1 = 3$ мкм, $d_2 = 6$ мкм. Визначити їх найбільші роздільні здатності для жовтої лінії натрію $\lambda = 589,6$ нм.

Відповідь: $R_1 = 5000$; $R_2 = 5000$.

3.31. Світло з довжиною хвилі λ падає нормально на дифракційну решітку. Знайти її кутову дисперсію в залежності від кута дифракції.

Відповідь: $\frac{d}{d} = \frac{\text{tg}}{d}$.

3.32. Вузкий пучок рентгенівських променів падає під кутом ковзання $\alpha = 50^\circ$ на природну грань монокристалу NaCl, густина якого $\rho = 2,16$ г/см³. При дзеркальному відбитті від цієї грані спостерігається максимум третього порядку. Визначити довжину хвилі випромінювання.

Відповідь: $\lambda = 144$ пм.

3.33. Паралельний пучок рентгенівського випромінювання падає на грань кристала. Під кутом $\alpha = 65^\circ$ до площини грані спостерігається максимум першого порядку. Відстань d між атомними площинами кристала 280 пм. Визначити довжину хвилі рентгенівського випромінювання.

Відповідь: $\lambda = 506$ пм.

3.34. Вузкий паралельний пучок рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 245$ пм падає на грань монокристала кам'яної солі. Визначити відстань між атомними площинами монокристала, якщо кут ковзання випромінювання $\alpha = 61^\circ$ спостерігається дифракційний максимум другого порядку.

Відповідь: $d = 0,28$ нм.

3.35. На грань кристала падає паралельний пучок рентгенівських променів з довжиною хвилі $\lambda = 0,147$ нм. Відстань між атомними площинами кристала дорівнює $d = 0,28$ нм. Під яким кутом до площини грані спостерігатиметься дифракційний максимум другого порядку?

Відповідь: $\alpha = 31^\circ 30'$.

4 Поляризація світла.

Розповсюдження світла в речовині

4.1. Природне та поляризоване світло

Явища інтерференції і дифракції світла спостерігаються як для поперечних, так і поздовжніх хвиль. Але для явища поляризації поперечність світлових хвиль має принципове значення.

Природне світло

Звичайні джерела світла випромінюють електромагнітні хвилі з хаотичним напрямком коливань електричного вектора \vec{E} . Таке світло має назву *неполяризованого* або *природного*.

Це пояснюється механізмом випромінювання хвиль кожним елементарним випромінювачем (атомом, молекулою). Кожна така хвиля є поляризованою. Але наявність у джерел світла великої кількості випромінювачів приводить до хаотичної просторової орієнтації електричного вектора (рис. 4.1, а).

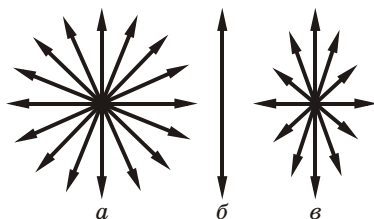


Рис. 4.1

Результуюча напруженість \vec{E} здійснює в кожній точці коливання, напрямок яких швидко і невпорядковано змінюється у площині, перпендикулярній до променя.

Лінійно поляризоване світло

Поляризація світла характеризується просторово-часовою упорядкованістю орієнтації електричного та магнітного векторів.

Світло, у якого напрям коливання електричного вектора залишається незмінним, називається *лінійно поляризованим* (рис. 4.1, б).

Площина поляризації

Площина, що проходить через електричний вектор і напрямок поширення електромагнітної хвилі, називається площиною поляризації.

**Еліптично
поляризоване
світло**

**Світло,
поляризоване
по колу**

**Частково
поляризоване
світло**

Еліптично поляризованим називається світло, у якого електричний вектор обертається так, що його кінець описує еліпс (рис. 4.1, *в*).

Світло, в якого електричний вектор в будь-якій точці простору рівномірно обертається так, що його кінець описує коло, називається *поляризованим по колу* або *циркулярно поляризованим*.

Світло називається *частково поляризованим*, якщо у нього спостерігається переважний напрямок коливань вектора \vec{E} . Частково поляризоване світло можна розглядати як сукупність (суміш) природного і поляризованого світла, що одночасно поширюються в одному напрямку.

Лінійна, циркулярна та еліптична поляризація — різновиди повної поляризації світла.

4.2. Методи поляризації світла

Можна розглянути чотири методи одержання поляризованого світла з природного.

1. Поляризація при відбитті і заломленні світла на границі поділу двох діелектричних середовищ.
2. Поляризація при подвійному променезаломленні.
3. Поляризація при селективному поглинанні (діхроїзм).
4. Поляризація при розсіянні.

Звернемось до першого метода.

**Поляризація світла
при відбитті
і заломленні
на границі поділу
двох діелектричних
середовищ**

При падінні природного світла на границю двох діелектричних середовищ з показниками заломлення n_1 і n_2 світлові електромагнітні хвилі зручно розглядати як сукупність однакових за інтенсивністю лінійно поляризованих хвиль p - і s -типу.

Для p -хвилі вектор \vec{E}_p лежить в площині падіння (на рис. 4.2, *a* \vec{E}_p позначений стрілками), для s -хвилі вектор \vec{E}_s перпендикулярний площині падіння (на рис. 4.2, *a* позначений точками).

Для всіх кутів падіння окрім $\theta = 0$ коефіцієнт відбиття s -хвилі більше коефіцієнта відбиття p -хвилі. Внаслідок цього відбитий і заломлений промені частково поляризовані. У відбитому світлі переважають коливання s -типу, а в заломленому — p -типу (рис. 4.2, *a*).

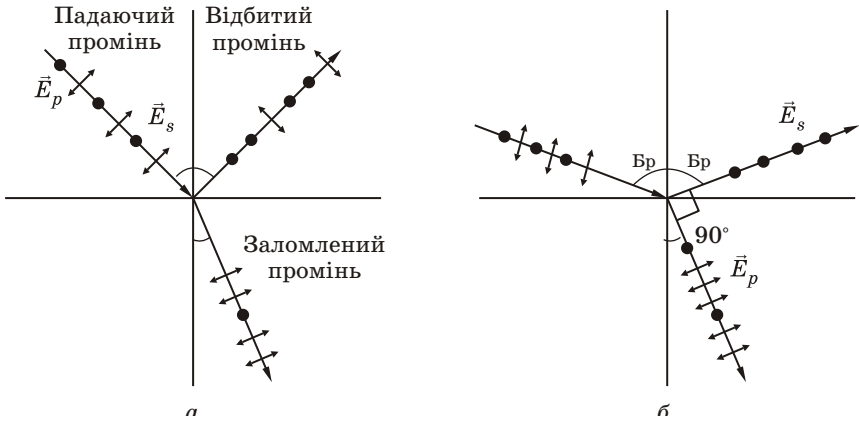


Рис. 4.2

Закон Брюстера *Відбите світло повністю лінійно поляризоване в площині, перпендикулярній площині падіння (s-хвиля), при куті падіння Брюстера Бр , який розраховується як*

$$\text{tg } \text{Бр} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Тоді вектори напруженості електричного поля відбитого і заломленого променів взаємоперпендикулярні.

Це співвідношення легко одержати, застосувавши закон Снеллуса для заломленого променя.

З рис. 4.2, б маємо $\text{Бр} + 90^\circ + \dots = 180^\circ$, звідки $\dots = 90^\circ - \text{Бр}$, тоді

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \text{Бр}}{\sin \dots} = \frac{\sin \text{Бр}}{\sin (90^\circ - \text{Бр})} = \frac{\sin \text{Бр}}{\cos \text{Бр}} = \text{tg } \text{Бр};$$

$$\text{tg } \text{Бр} = n_{21}. \quad (4.1)$$

Вираз (4.1) має назву **закону Брюстера**, що був експериментально установлений у 1815 р. Д. Брюстером. Зважаючи на те, що показник заломлення n змінюється з довжиною хвилі для даного зразка, кут Брюстера також залежить від довжини хвилі.

Треба зауважити, що при куті Брюстера відбивається тільки s-хвиля, а заломлене світло частково поляризоване. Ступінь поляризації заломленого променя можна збільшити, якщо застосувати

стопу скляних пластинок під кутом Брюстера. Стопа з десяти скляних пластинок дає змогу дістати майже стовідсоткову поляризацію заломлених хвиль. У відсутності поглинання

$$I_s = I_p = \frac{1}{2} I_0$$

(I_0 — інтенсивність природного падаючого світла).

Закон Брюстера можна пояснити, згадавши полярну діаграму направленості випромінювання диполя (*див.* ч. II, розділ 12.5).

Згідно з класичною електронною теорією, створення відбитої хвилі обумовлене вторинними хвилями, які випромінюють молекули поверхні зразка, збуджені падаючою електромагнітною хвилею. Хвилям *s*-типу відповідають диполі, осі яких перпендикулярні площині падіння. Вони інтенсивно випромінюють у всіх напрямках в площині падіння, тобто беруть участь у створенні як відбитої хвилі, так і хвилі, що пройшла.

Для *p*-хвилі осцилятори лежать в площині падіння і перпендикулярні заломленому променю, тобто їх осі паралельні відбитій хвилі. При куті Брюстера осцилятори не випромінюють в напрямку відбитого променя і, як наслідок, відбите світло повністю лінійно *s*-поляризоване.

Поляризація
світла
при подвійному
променезаломленні

Велика кількість діелектриків є оптично ізотропними (аморфними), тобто їх характеристики (діелектрична проникність і показник заломлення) однакові в усіх напрямках.

Але більшість кристалічних діелектриків *оптично анізотропні*, їх показник заломлення і швидкість світла залежать від напрямку поширення світлової хвилі і її площини поляризації.

В оптично анізотропних кристалах спостерігається явище **подвійного променезаломлення**, суть якого в тому, що промінь світла, який падає на поверхню кристала, роздвоюється в ньому на два заломлені промені. Вперше це явище спостерігав датський фізик Еразм Бартоліні у 1670 р. при проходженні світла крізь кристал ісландського шпату (рис. 4.3).

Кожен з заломлених променів поширюється в кристалі зі своєю швидкістю і має свій показник заломлення. Ці два промені поляризовані у взаємоперпендикулярних напрямках, що вказано на рис. 4.3

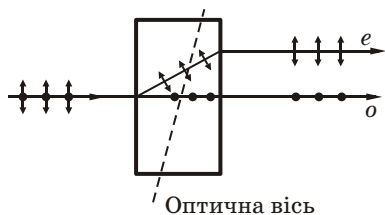


Рис. 4.3

стрілками та точками. Один промінь *звичайний* (позначений як « o ») характеризується показником заломлення n_o , однаковим у всіх напрямках. Це означає, що при розташуванні точкового джерела світла S всередині кристала хвильова поверхня для звичайної хвилі матиме вигляд сфери (рис. 4.4).

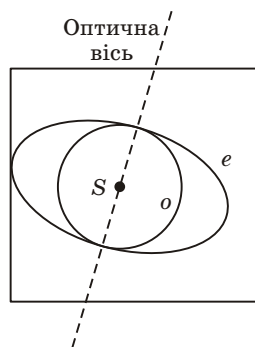


Рис. 4.4

Другий промінь — *незвичайний* (« e »), не лежить в площині падіння і не підкоряється закону заломлення Снелліуса. Він має різну швидкість в різних напрямках і характеризується показником заломлення, що залежить від напрямку поширення хвилі. Його хвильова поверхня в кристалі має вигляд еліпсоїда (рис. 4.4).

Оптична вісь кристала

Існує напрямок в оптично анізотропному кристалі, вздовж якого світло поширюється з однаковою швидкістю і для звичайної і незвичайної хвилі, тобто в цьому випадку $n_o = n_e$. Цей напрямок називається *оптичною віссю* кристала. Вздовж цього напрямку промінь не поділяється на звичайний і незвичайний.

Зауважимо, що оптична вісь кристала характеризує напрямок в кристалі і може бути проведена через будь-яку точку кристала.

Площину, що проходить через падаючий промінь і оптичну вісь одновісного кристала, називають його *головним перерізом* або *головною площиною перерізу*. Подвійне заломлення властиве для таких одновісних кристалів як турмалін, кварц та ін. Максимальна різниця швидкості « e » і « o » променів спостерігається в напрямі, перпендикулярному оптичній осі. Наприклад, для ісландського шпату (CaCO_3) при $\lambda = 589,3$ нм $n_o = 1,658$, а n_e змінюється від 1,658 вздовж оптичної осі до 1,486 перпендикулярно оптичній осі.

Існують також *двовісні кристали*, які мають дві оптичні осі. В цьому випадку обидва промені поводять себе як незвичайні. До них належать слюда, гіпс та ін.

Дихроїзм

Кристали, у яких один промінь поглинається сильніше другого, характеризуються наявністю *дихроїзму*. До таких кристалів належить напівдорогоцінний кристал — турмалін. На виході одержимо лінійно поляризоване світло.

Поляризацію при розсіюванні світла буде розглянуто в розділі 4.9.

4.3. Поляризатори і аналізатори

Для перетворення природного світла в поляризоване застосовуються поляризаційні пристрої, які називаються *поляризаторами*. Такий же пристрій можна також використати як аналізатор для визначення характеру і ступеня поляризації світла.

Метод поляризації світла за допомогою стопи з багатьох пластинок, на яку падають хвилі під кутом Брюстера, є малоефективним внаслідок значного зменшення інтенсивності поляризованого світла.

Для виготовлення поляризаційних пристроїв найчастіше використовують подвійно заломлюючі кристали. Для більшого розведення лінійно поляризованих звичайного і незвичайного променів в поляризаційних пристроях застосовують комбінацію призм з кристалів.

Такі прилади поділяються на два класи:

а) пристрої, що дають один лінійно поляризований промінь (поляризаційні прилади);

б) пристрої, що дають два променя, поляризованих у взаємоперпендикулярних площинах (подвійно заломлюючі призми).

Призма Ніколя

Першу поляризаційну призму було виготовлено в 1828 р. шотландським фізиком У. Ніколем. Зазвичай призму Ніколя називають *ніколем*. Вона складається з двох частин, склеєних вздовж AB канадським бальзамом, показник заломлення якого $n = 1,550$ лежить між n_o і n_e для ісландського шпату, з якого виготовлена призма. Оптична вісь призми складає кут 48° з вхідною гранню (рис. 4.5).

Природний промінь при падінні на грань AC , внаслідок подвійного променезаломлення, поділяється на два — звичайний (« o ») і незвичайний (« e »).

Зважаючи на те, що $n_o = 1,658 > n = 1,550$, можна вибрати кут падіння рівним або більшим за граничний ($76^\circ 26'$), при якому відбувається повне внутрішнє відбиття звичайного променя, який поглинається зачорненою гранню CB . Незвичайний промінь виходить з призми паралельно грані CB . Площина його поляризації збігається з площиною головного перерізу.

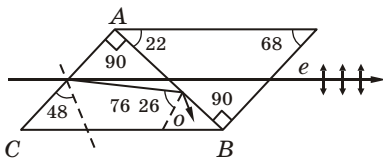


Рис. 4.5

Існує значна кількість поляризаційних призм з ісландського шпату (призма Глана — Фуко, Волластона, Рошона та ін.).

Полярійди

Полярійди мають вигляд плівки, на яку нанесені кристали герпатиту, з сильним вибірним поглинанням. Їх також застосовують як поляризатори. Така плівка, товщиною $\sim 0,1$ мм, поглинає один з променів, і фактично на виході можна одержати лінійно поляризоване світло.

Аналізатори

Аналізатори — прилади, за допомогою яких аналізують ступінь поляризації світла. Це можуть бути ті ж самі поляризатори, що застосовуються для одержання лінійно поляризованого світла.

Закон Малюса

Якщо на аналізатор падає лінійно поляризоване світло E_0 , то амплітуда світла E , що пройшло крізь аналізатор, пропорційна E_0 і залежить від кута між головними площинами аналізатора і поляризатора (рис. 4.6).

Амплітуда світла, що вийшло з аналізатора, дорівнює $E = E_0 \cos \alpha$, а інтенсивність світла

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (4.2)$$

Вираз (4.2) називають **законом Малюса**.

Таким чином, якщо природне світло інтенсивністю $I_{\text{прир}}$ проходить крізь поляризатор і аналізатор, то з першого вийде плоскополяризоване світло інтенсивністю

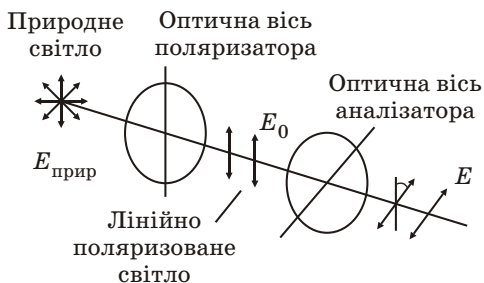


Рис. 4.6

$$I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{прир}},$$

а з аналізатора вийде світло (за законом Малюса), інтенсивністю

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

тобто

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{прир}} \cos^2 \alpha,$$

звідки

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{прир}}$$

(поляризатор і аналізатор паралельні) і

$$I_{\text{min}} = 0$$

(поляризатори схрещені).

Ступінь
поляризації
світла

Ступенем поляризації світла P називають вираз

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (4.3)$$

де I_{\max} і I_{\min} — максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що відповідають двом взаємоперпендикулярним компонентам вектора \vec{E} .

Для плоскополяризованого світла $I_{\min} = 0$, $P = 1$.

Для природного світла $I_{\max} = I_{\min}$, $P = 0$.

4.4. Штучна оптична анізотропія

Подвійне променезаломлення кристалів, що розглядалось у розділі 4.2, визначалось природними властивостями речовини. Але подвійне променезаломлення може бути отримано і штучно. Значна частина ізотропних тіл характеризується статистичною ізотропією, тобто окремі молекули можуть бути анізотропними, але їхнє хаотичне розташування обумовлює ізотропність середовища. Але під зовнішнім впливом, що матиме переважний напрямок, відбудеться переорієнтація анізотропних елементів, або деформація ізотропних елементів, внаслідок чого виникне штучна анізотропія речовини.

Таким зовнішнім впливом можуть бути механічні деформації, такі як стискання або розтягування, вплив зовнішніх електричного та магнітного полів та ін.

Фотопружність

Вперше явище **фотопружності** спостерігали Т. Зеебек (1813 р.) і Д. Брюстер (1816 р.). Цей ефект полягає в тому, що *оптично ізотропне тверде тіло під впливом механічної деформації стає оптично анізотропним і набуває властивостей одновісного кристала з оптичною віссю, паралельною напрямку дії зовнішньої сили \vec{F}* . Схему досліду наведено на рис. 4.7.

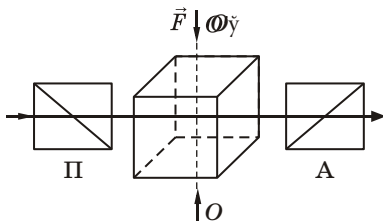


Рис. 4.7

Скляна пластинка розташована між поляризатором Π і аналізатором A , головні площини яких складають кут 45° з оптичною віссю OO' анізотропного тіла. Звичайний і незвичайний промені поширюються в напрямку, перпендикулярному OO' без розходження, але з різними швидкостями.

Різниця показників заломлення $n_o - n_e$ є мірою анізотропії і пропорційна нормальній механічній напрузі

$$n_o - n_e = k ,$$

де k — константа, що визначає властивості речовини.

Звичайний і незвичайний промені — когерентні і інтерферують між собою. По інтерференційній картині можна одержати уяву про розподіл внутрішньої напруги у зразку.

Цей метод широко застосовується у сучасній техніці для виявлення залишкових внутрішніх напруг в прозорих деталях, або в прозорих моделях деталей.

Ефект Керра

В 1875 р. Дж. Керр відкрив, що *рідкий або твердий ізотропний діелектрик, перебуваючи в достатньо сильному однорідному електричному полі, стає оптично анізотропним*. Це явище одержало назву *ефекту Керра*.

Схема досліду аналогічна попередній (рис. 4.7), тільки замість кристала між поляризатором і аналізатором Керр розташував кювету з рідиною, в яку занурив обкладинки плоского конденсатора (рис. 4.8), на які подавалося електричне поле напруженістю E_k (комірка Керра).

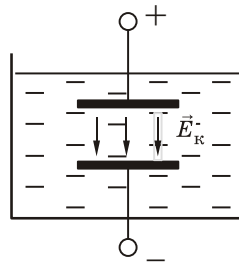


Рис. 4.8

Завдяки впливу однорідного електричного поля E_k рідина поляризується і набуває властивості одновісного кристалу з віссю, паралельною напрямку електричного поля.

В напрямку, перпендикулярному \vec{E}_k , з'являється різниця показників заломлення для незвичайної і звичайної монохроматичної хвилі, яка дорівнює

$$n_e - n_o = B_0 E_k^2, \quad (4.4)$$

де n_o — довжина хвилі у вакуумі, B — стала Керра, що залежить від природи речовини, довжини хвилі n_o і температури.

Комірка Керра створює між незвичайним і звичайним променями зсув фаз

$$= 2 d \left(\frac{n_e - n_o}{n_o} \right) = 2 B E_k^2 d = 2 B U^2 \frac{d}{a^2},$$

де $U = E_k a$ — напруга, що подається на конденсатор, a — відстань між пластинами, d — довжина комірки (довжина пластин конденсатора).

При $U = 0$, $\epsilon = 0$ комірка ізотропна — поляризація світла не змінюється, світло крізь аналізатор не проходить. При збільшенні напруги U збільшується ϵ , що приводить до збільшення інтенсивності світла, що пройшло крізь аналізатор.

Ефект Керра практично безінерційний: тривалість процесу переходу речовини в електричному полі із ізотропного стану в анізотропний і навпаки не більше $0,1 \div 1$ нс. Таким чином, якщо напруга на комірці змінюватиметься, то можна модулювати інтенсивність світла. Такий прилад застосовується в швидкісній фотозйомці швидкоплинних процесів як швидкодіючий світловий затвор.

**Ефект
Коттона — Мутона**

Ефектом Коттона — Мутона називається поява оптичної анізотропії у деяких ізотропних речовин (рідин, скла, колоїдів) при розміщенні їх в сильному зовнішньому магнітному полі. В однорідному магнітному полі речовина набуває оптичні властивості одновісного кристала, оптична вісь якого збігається з напрямком вектора \vec{H} напруженості магнітного поля. Різниця показників заломлення речовини для незвичайного і звичайного променів монохроматичного світла при його поширенні в напрямку, перпендикулярному вектору \vec{H} , пропорційна H^2 :

$$n_e - n_o = C \cdot H^2, \quad (4.5)$$

де C — стала Коттона — Мутона, λ_0 — довжина хвилі світла в вакуумі. Значення C залежить від природи речовини, довжини хвилі λ_0 і температури.

4.5. Обертання площини поляризації

**Оптична
активність
речовини**

Явище обертання площини поляризації навколо напрямку променя спостерігається при проходженні лінійно поляризованого світла крізь деякі речовини, які називаються оптично активними.

До них належать кристали (кварц та ін.), рідини (скипидар, камфора, нікотин, розчин цукру та ін.), органічні сполуки і ще велика кількість кристалів та аморфних тіл. Природна оптична активність була відкрита в 1811 р. Д. Араго на пластинках кварцу, вирізаних перпендикулярно до оптичної осі.

Всі речовини, що обертають площину поляризації в розчинах, зберігають цю властивість і в кристалічному стані. Але бувають випадки, коли оптична активність проявляється тільки в кристалі, а розчин тієї ж сполуки не є активним, із цього можна зробити

висновок, що оптична активність обумовлена не тільки будовою самих молекул речовини, а і їх розташуванням в кристалічній решітці.

Оптична активність в кристалах

В оптично активних кристалах і чистих рідинах кут повороту площини поляризації для монохроматичного світла дорівнює

$$= l, \quad (4.6)$$

де l — товщина шару речовини, крізь який проходить світло. Коефіцієнт пропорційності має назву *обертальної здатності* (стала обертання, питоме обертання). Вона залежить від природи речовини, температури та довжини хвилі λ_0 і дорівнює величині кута, на який повертається площина поляризації монохроматичного світла при проходженні шару товщиною 1 м.

Залежність (α_0) називається *обертальною дисперсією*, яка описується законом Біо: $\sim \lambda_0^{-2}$.

Оптична активність розчинів

Для оптично активних розчинів Ж. Біо у 1831 р. встановив, що кут повороту площини поляризації визначається формулою

$$= [\alpha] \cdot Cl, \quad (4.7)$$

де l — товщина шару, C — концентрація оптично активної речовини, $[\alpha]$ — питоме обертання.

Звище обертання площини поляризації широко застосовується в промисловості для вимірювання і контролю концентрації оптично активних розчинів. Прилади для таких вимірювань називаються *поляриметрами*. Особливо часто вони застосовуються в цукрометрії.

Ефект Фарадея

У 1845 р. *М. Фарадей спостерігав обертання площини поляризації в оптично неактивних речовинах, розташованих у зовнішньому магнітному полі*. При поширенні лінійно поляризованого світла в середовищі у напрямі магнітного поля відбувається поворот площини поляризації на деякий кут

$$= V l H, \quad (4.8)$$

де V — стала Верде, що залежить від природи речовини та λ_0 , l — довжина шляху в речовині, H — напруженість магнітного поля.

Практичне застосування поляризації світла дуже поширено як в техніці, так і в наукових дослідженнях. З нею пов'язані світлотехніка, модулювання світлових потоків, кодування зображень

і сигналів, люмінесцентний аналіз, геологія, спектроскопія, астрофізика та ще багато інших галузей знань.

4.6. Дисперсія світла

Дисперсією світла називається залежність фазової швидкості v світла в середовищі від його частоти.

Зважаючи на те, що $v = c/n$ (c — швидкість світла в вакуумі, n — показник заломлення середовища), виявляється, що показник заломлення середовища залежить від частоти (довжини хвилі).

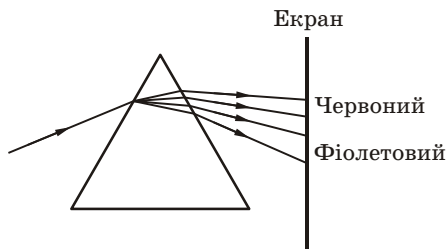


Рис. 4.9

Ця залежність спостерігалась ще Ньютоном при проходженні пучка білого світла крізь призму з прозорого матеріалу.

На екрані за призмою спостерігається райдужна смуга (рис. 4.9), яка називається

призматичним або дисперсійним спектром. Таким чином, призма може грати роль *спектрального приладу.*

Нормальна та аномальна дисперсія

Залежність показника заломлення n від довжини хвилі (частоти) нелінійна та немонотонна (рис. 4.10).

Зі збільшенням довжини хвилі показник заломлення зменшується (збільшується при збільшенні частоти). Така залежність n від частоти називається *нормальною дисперсією*.

Тобто для нормальної дисперсії $dn/d\lambda < 0$ (або $dn/d\nu > 0$). Якщо $dn/d\lambda > 0$ (або $dn/d\nu < 0$), тобто n зменшується зі збільшенням (зменшенням) частоти, то дисперсія світла має назву *аномальної*. Вона спостерігається поблизу смуг поглинання. Наприклад, у звичайного скла ці смуги знаходяться в ультрафіолетовій і інфрачервоній частинах спектра.

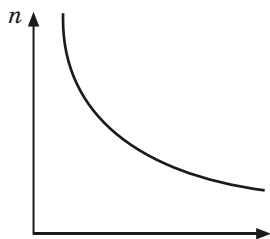


Рис. 4.10

Дисперсія показника заломлення

Кількісною характеристикою дисперсії світла є *дисперсія показника заломлення D* , яка дорівнює

$$D = \frac{dn}{d\lambda} \quad (\text{або } D = \frac{dn}{d\nu}).$$

**Відмінність
дифракційного
і дисперсійного
спектрів**

Спектри, які одержані за допомогою дифракційної решітки і призми, суттєво різні:

дифракційна решітка розкладає світло безпосередньо за довжинами хвиль, а призма — за значеннями показника заломлення;

кольори в обох спектрах розташовані по-різному: червоні промені мають більшу довжину хвилі, ніж фіолетові, тому відхиляються дифракційною решіткою сильніше ($d \sin \theta = \pm m \lambda$; $m = 0, 1, 2, \dots$), а призмою менше, тому що для них показник заломлення менше (рис. 4.10);

кольори в дифракційному спектрі розташовані більш-менш рівномірно, тоді як у дисперсійному спектрі синьо-фіолетова частина розтягнута, а червона стиснута, що пов'язано з різкою зміною залежності показника заломлення від довжини хвилі у короткохвильовій області спектра і дуже повільною його зміною в довгохвильовій (рис. 4.10).

**Фазова і групова
швидкості світла**

Питання фазової і групової швидкості хвиль розглядалось в розділі 11.5 (частина друга «Загальної фізики»). Нагадаємо деякі положення.

Залежно від характеру дисперсії групова швидкість u світла в речовині може бути як більше, так і менше фазової швидкості v . Фазова v і групова u швидкості пов'язані з циклічною частотою ω хвилі і її хвильовим числом k співвідношеннями

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}.$$

З урахуванням, що

$$\omega = 2\pi \nu, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{c} \nu,$$

маємо зв'язок фазової і групової швидкостей

$$u = v - \frac{dv}{d\nu}, \quad \text{або} \quad u = \frac{c}{n + \frac{dn}{d\nu}} = \frac{v}{1 + \frac{dn}{n d\nu}}.$$

У випадку нормальної дисперсії групова швидкість менше фазової ($u < v$). При аномальній дисперсії $u > v$, тобто, якщо $n + \frac{dn}{d\nu} < 1$, то $u > v$. Цей результат не суперечить ствердженню

спеціальної теорії відносності про неможливість перевищення швидкості передачі сигналу над швидкістю світла c . Але це стосується сигналів, форма яких не змінюється при їх поширенні. В області аномальної дисперсії форма сигналу швидко змінюється (сигнал «розповзається»), тобто групова швидкість не дорівнює швидкості сигналу (поняття групової швидкості втрачає сенс).

4.7. Класична електронна теорія дисперсії світла

Згідно з класичною електронною теорією, дисперсія світла — це результат взаємодії електромагнітних хвиль з зарядженими частинками речовини, що здійснюють вимушені коливання в змінному електромагнітному полі хвилі. Тобто дисперсію світла у оптично прозорому немагнітному ($\mu = 1$) середовищі можна розглядати як наслідок залежності $n = \sqrt{\epsilon} = \sqrt{1 + \alpha}$ (і α — діелектрична проникність і діелектрична сприйнятливість середовища) від частоти електромагнітного поля світла, що спричиняє електронну поляризацію середовища.

Електрони в атомі поділяються на зовнішні, або *оптичні*, і електрони внутрішніх оболонок. З випромінюванням оптичного діапазону взаємодіють тільки зовнішні (оптичні) електрони, оскільки власні частоти електронів на внутрішніх оболонках дуже великі і їх коливання світловою хвилею не збуджуються.

Якщо кожен атом (молекула) середовища має тільки один оптичний електрон, то поляризованість середовища

$$\vec{P} = -en_0\vec{r},$$

де e — заряд електрона, n_0 — концентрація атомів (молекул середовища), \vec{r} — зміщення електрона з положення рівноваги.

З іншого боку

$$\vec{P} = \epsilon_0\alpha\vec{E},$$

де ϵ_0 — електрична стала, \vec{E} — напруженість електричного поля світлової хвилі.

Оптичний електрон коливається під впливом трьох сил:

1) квазіпружної сили

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -m_0\omega^2\vec{r},$$

де m_0 — маса електрона і частота його вільних незатухаючих коливань;

2) сили опору

$$\vec{F}_{\text{оп}} = -2\beta m \frac{d\vec{r}}{dt},$$

де β — коефіцієнт затухання вільних коливань електрона;

3) зовнішньої вимушуючої сили

$$\vec{F} = -e\vec{E} = -e\vec{E}_0 \cos \omega t,$$

діючої на електрон з боку змінного поля напруженістю \vec{E} і частотою ω .

За умови відсутності затухання ($\beta = 0$) диференціальне рівняння вимушених коливань має вигляд

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{e}{m}\vec{E}_0 \cos \omega t.$$

Розв'язком цього рівняння є

$$\vec{r} = -\frac{e\vec{E}_0 \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Тоді поляризованість середовища

$$\vec{P} = \frac{n_0 e^2 \vec{E}_0 \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad \varepsilon = \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Залежність показника заломлення середовища від частоти має вигляд

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (4.9)$$

Графік залежності $n(\omega)$ наведено на рис. 4.11.

З формули (4.9) і рис. 4.11 випливає, що в областях $0 \leq \omega \leq \omega_0$ і $\omega_0 \leq \omega \leq \infty$ показник заломлення збільшується з частотою (від 1 до ∞ і від $-\infty$ до 1), тобто спостерігається **нормальна дисперсія**.

Якщо врахувати сили опору, тобто затухання при коливанні електронів, то залежність $n(\omega)$ поблизу власної частоти ω_0 задається пунктирною кривою AB . Це область аномальної дисперсії (n зменшується при збільшенні ω). Ця область пов'язана з виникненням смуги

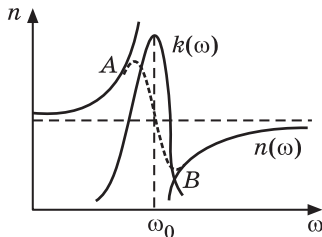


Рис. 4.11

поглинання. Залежність коефіцієнта поглинання від частоти $k(\nu)$ також наведено на рис. 4.11.

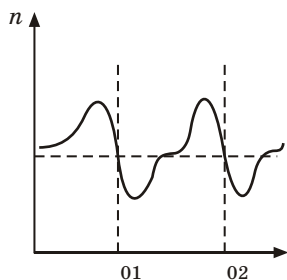


Рис. 4.12

Якщо взяти до уваги, що молекула має не один, а кілька оптичних електронів, з яких f_1 мають власну частоту ν_{01} , f_2 електронів з власною частотою ν_{02} і т. д., то замість (4.9) будемо мати

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\nu_{0i} - \nu}$$

f_i має назву сили осцилятора.

Загальний вигляд дисперсійної кривої з урахуванням затухання наведено на рис. 4.12. Поблизу кожної з власних частот спостерігається аномальна дисперсія.

4.8. Поглинання світла

Поглинання (абсорбція) світла — явище зменшення енергії світлової хвилі при її поширенні в речовині внаслідок перетворення енергії хвилі в інші види енергії.

Енергія хвилі може перетворюватись у внутрішню енергію речовини, в енергію вторинного випромінювання, яке має інший спектральний склад і інший напрям розповсюдження. Поглинання світла може супроводжуватись нагріванням речовини, збудженням і іонізацією атомів або молекул, фотохімічними реакціями і таке інше.

Закон Бугера — Ламберта

Поглинання світла описується **законом Бугера — Ламберта**

$$I = I_0 e^{-kx},$$

за яким інтенсивність плоскої хвилі монохроматичного світла змінюється при проходженні крізь поглинаючу речовину за експоненціальним законом.

Тут I_0 і I — значення інтенсивності світла при вході і виході з шару середовища товщиною x , k — монохроматичний натуральний показник поглинання, який залежить від хімічної природи, стану поглинаючого середовища і від довжини хвилі.

k — показник (коефіцієнт) поглинання — величина, обернена відстані, на якій інтенсивність плоскої монохроматичної хвилі зменшується в $e = 2,718$ разів.

Треба зауважити, що закон Бугера — Ламберта виконується тільки у випадку *лінійної оптики*, коли характер поглинання (або інших оптичних явищ) не залежить від інтенсивності світла.

Закон Бера

Для розведеного розчину поглинаючої речовини в непоглинаючому розчиннику виконується **закон Бера**

$$k = bC, I = I_0 e^{-bCx},$$

де C — концентрація розчину, b — коефіцієнт пропорційності, незалежний від C .

В концентрованих розчинах закон Бера порушується внаслідок впливу взаємодії між близько розташованими молекулами поглинаючої речовини.

Спектри поглинання

Залежність коефіцієнта поглинання k від довжини хвилі називається **спектром поглинання**.

Спектр поглинання ізольованих атомів — *лінійчатий спектр* — має вигляд вузьких ліній ($\sim 10^{-12} \div 10^{-11}$ м), що відповідають резонансним частотам коливань електронів у атомах.

Молекулярний спектр поглинання має вигляд *смуг поглинання* і визначається коливаннями атомів у молекулах. Коефіцієнт поглинання відмінний від нуля для більш широких інтервалів довжин хвиль ($\sim 10^{-10} \div 10^{-7}$ м).

Рідкі і тверді діелектрики мають **суцільні спектри поглинання**. Це пояснюється сильною взаємодією між частинками середовища, що спричиняє появу великої кількості додаткових резонансних частот.

Метали практично непрозорі для світла ($k \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$). В них, внаслідок великої кількості вільних електронів, під дією електричного поля світлової хвилі виникають швидкозмінні струми, що супроводжуються виділенням тепла. Це стосується заломленої хвилі, яка швидко поглинається в металі. Більш інтенсивною є відбита хвиля, яка виникає в результаті суперпозиції падаючої на метал хвилі і вторинних хвиль, що випромінюються електронами провідності, збудженими під дією світла.

4.9. Розсіяння світла

Розсіянням світла називається явище перетворення світла речовиною, яке супроводжується зміною напрямку його поширення і виявляється як невласне світіння речовини.

**Розсіяння
в мутних
середовищах**

Розсіяння світла в середовищі пов'язане з його оптичною неоднорідністю, коли показник заломлення середовища не є сталою величиною, а змінюється від точки до точки. Такими середовищами є *оптично мутні середовища*, в яких спостерігаються неоднорідності, зумовлені наявністю сторонніх речовин, таких як частинки пилу, колоїдні частинки, емульсії, аерозолі (хмари, дим, туман) і т. п.

Якщо відстань між малими неоднорідностями значно більше довжини хвилі світла, то проходячи крізь мутне середовище, світло дифрагує на хаотично розташованих мікронеоднорідностях — незалежних вторинних джерел, що обумовлює розсіяння світла у всіх напрямках.

Розсіяння світла на частинках мутного середовища, малих в порівнянні з довжиною хвилі світла, вперше спостерігалось Дж. Тіндалем у 1869 р. і одержало назву *ефекту Тіндаля*. Теорія цього явища була досліджена Дж. Релеєм (1871 р.).

Закон Релея

Інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі падаючого світла

$$I \sim \lambda^{-4}.$$

**Молекулярне
розсіяння
світла**

В чистих однорідних середовищах без сторонніх домішок оптична неоднорідність може спричинятись флуктуаціями густини, які виникають під час хаотичного теплового руху молекул середовища.

Розсіяння світла в чистому середовищі, обумовлене флуктуаціями густини, анізотропії або концентрації, називають молекулярним. Воно також підкорюється закону Релея.

Інтенсивність молекулярного розсіяння, пов'язаного зі флуктуаціями, які залежать від температури, також залежатиме від температури: збільшується при підвищенні температури.

Молекулярним розсіянням пояснюється блакитний колір неба, бо за законом Релея найбільш інтенсивно розсіюються короткі хвилі.

В оптично однорідному ізотропному середовищі розсіяння не буде. В цьому випадку вторинні хвилі, які випромінюються збудженими атомами, інтерферуючи, повністю гасять одна одну у всіх напрямках, крім напрямку поширення первинної хвилі, і розсіяння відсутнє.

**Поляризація
розсіяного
світла**

Розсіяне світло частково або повністю поляризоване. Характер його поляризації залежить від кута між попереднім напрямом поширення світла та напрямом спостереження розсіяного світла, а також від поляризованості молекул речовини.

Якщо падаюче світло плоскополяризоване, то і розсіяне світло залишається поляризованим.

Поляризація при розсіянні має основне значення для рентгенівської частини спектра, оскільки рентгенівське випромінювання можна поляризувати тільки розсіянням.

4.10. Ефект Вавилова — Черенкова

Випромінювання Вавилова — Черенкова — випромінювання світла зарядженими частинками, що рухаються в середовищі зі сталою швидкістю, більшою за фазову швидкість світла в цьому середовищі. Воно спостерігалось в 1934 р. П. А. Черенковим при дослідженні люмінесценції рідин під дією α -випромінювання. Теоретичне пояснення цього явища було дано в 1937 р. радянськими фізиками І. Є. Таммом та І. М. Франком. За це відкриття в 1958 р. Черенков, Тамм і Франк були нагороджені Нобелівською премією.

В класичній електродинаміці заряд випромінює хвилі, тільки якщо рухається з прискоренням. Згідно з теорією Тамма і Франка заряджені частинки, які рухаються рівномірно зі швидкістю, більшою за фазову швидкість світла в даній речовині $v > c/n$, випромінюють електромагнітні хвилі. Випромінювання короткохвильове, має блакитний колір.

Характерною особливістю випромінювання є його спрямованість за напрямом, що складають гострий кут з траєкторією частинки

$$\cos \theta = \frac{c}{nv}$$

На основі випромінювання Вавилова — Черенкова розроблені експериментальні методи для реєстрації частинок з високою енергією і визначення їх властивостей. Воно також використовується в *черенковських лічильниках*.

Контрольні запитання та завдання для самоперевірки

1. Що таке природне і поляризоване світло?
2. В чому полягає явище поляризації світла? Які види поляризації світла ви знаєте?

3. Сформулюйте закон Брюстера.
4. Як пояснити закон Брюстера, виходячи з полярної діаграми випромінювання диполя?
5. Докажіть, що при виконанні закону Брюстера відбитий і заломлений промені взаємоперпендикулярні.
6. Сформулюйте закон Малюса.
7. Як практично можна відрізнити плоскополяризоване світло від природного?
8. Інтенсивність природного світла, що пройшло крізь два поляризатора, зменшилось вдвічі. Як орієнтовані поляризатори?
9. Інтенсивність природного світла I_0 . Які середні значення інтенсивностей та амплітуд коливань електричного вектора у взаємоперпендикулярних площинах, які містять промінь?
10. Яка інтенсивність відбитого променя, якщо на ізотропний діелектрик падає під кутом Брюстера промінь плоскополяризованого світла з електричним вектором: а) перпендикулярним площині падіння; б) який лежить у площині падіння?
11. Як поляризоване світло, яке падає на аналізатор, якщо при будь-якому положенні аналізатора поле зору залишається однаково світлим?
12. Яка інтенсивність світла за поляризатором, якщо на нього падає циркулярно поляризоване світло інтенсивністю I_0 ?
13. В чому полягає явище подвійного променезаломлення?
14. Чим відрізняється звичайний і незвичайний промені?
15. Що таке оптична вісь кристала? Чим відрізняються двовісні кристали від одновісних?
16. Чим обумовлено подвійне променезаломлення в оптично анізотропному одновісному кристалі?
17. Який принцип роботи поляризаційних приладів?
18. Який вигляд має хвильова поверхня для звичайного і незвичайного променів?
19. У чому полягає явище фотопружності?
20. У чому суть ефекта Керра?
21. Як проявляється явище дихроїзму?
22. Які речовини називаються оптично активними?
23. Що таке ефект Фарадея?
24. Що таке дисперсія світла?
25. Поясніть причину появи спектра при дисперсії світла.
26. Чим дисперсійний спектр відрізняється від дифракційного?
27. Як пояснюється явище дисперсії світла з точки зору класичної електронної теорії?

28. Чим відрізняється нормальна дисперсія від аномальної? Як пов'язаний показник заломлення n з довжиною хвилі для нормальної дисперсії?
29. Чим відрізняються групова та фазова швидкості? Як вони пов'язані?
30. Який фізичний смисл коефіцієнта поглинання? Від чого він залежить?

Приклади розв'язання задач

Задача 1

Промінь природного світла падає на поверхню скляної пластини ($n_c=1,5$), зануреної в рідину. Відбитий від пластини промінь повернувся на кут $=97^\circ$ відносно падаючого променя і виявився максимально поляризованим. Визначити показник заломлення рідини n_p .

Розв'язання

Згідно з законом Брюстера, промінь світла, відбитий від діелектрика, максимально поляризований за умови, що тангенс кута падіння чисельно дорівнює відносному коефіцієнту заломлення

$$\operatorname{tg} = \frac{n_c}{n_p}. \quad (1)$$

Зважаючи на те, що відбитий промінь повернутий на кут відносно падаючого, то можна зробити висновок, що кут падіння $= /2$ (кут падіння дорівнює куту відбивання).

Тоді з (1) маємо

$$\operatorname{tg} = \operatorname{tg} \frac{=}{2} = \frac{n_c}{n_p},$$

звідки

$$n_p = \frac{n_c}{\operatorname{tg} (/2)}; \quad n_p = 1,33.$$

Задача 2

Який кут складають між собою головні площини поляризаторів, якщо інтенсивність природного світла, що пройшло крізь два поляризатора, зменшилась у 3,29 разів? При проходженні

кожного з поляризаторів втрати на відбиття і поглинання світла дорівнюють $k = 10\%$.

Розв'язання

Поляризатор пропускає коливання, паралельні головній площині поляризатора, тому інтенсивність природного світла після проходження ідеального поляризатора зменшується вдвічі. З урахуванням втрат на відбиття і поглинання інтенсивність світла, що пройшло крізь перший поляризатор,

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k),$$

де I_0 — інтенсивність природного світла, що падає на перший поляризатор.

Інтенсивність світла, що пройшло крізь другий поляризатор (аналізатор) з урахуванням втрат, знайдемо за законом Малюса

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^2 \cos^2.$$

Згідно з умовою задачі $I_0 / I_2 = 3,29$, тоді

$$\begin{aligned} \cos &= \frac{1}{1 - k} \sqrt{\frac{2I_2}{I_0}}, \\ &= \arccos \left(\frac{1}{1 - k} \sqrt{\frac{2I_2}{I_0}} \right); = 30^\circ. \end{aligned}$$

Задача 3

Частково поляризоване світло проходить крізь поляризатор. При повороті його на кут $= 60^\circ$ від положення, що відповідає максимальному пропусканню, інтенсивність світла, яке пройшло, зменшилась у k 2 рази. Визначити: 1) відношення інтенсивностей плоскополяризованого I_n і природного I_0 світла; 2) ступінь поляризації падаючого світла. Поглинанням світла в поляризаторі знехтувати.

Розв'язання

Частково поляризоване світло можна розглядати як суміш плоскополяризованого і природного світла. Через поляризатор проходить половина падаючого на нього природного світла, яке перетворюється на поляризоване.

Зважаючи на те, що при початковому положенні поляризатора пропускання було максимальне, інтенсивність світла, що пройшло, дорівнює

$$I_1 = 0,5I_0 + I_n \quad (1)$$

де I_n — інтенсивність всього раніше поляризованого світла. При другому положенні поляризатора інтенсивність світла

$$I_2 = 0,5I_0 + I_n \cos^2 \quad (2)$$

За умовами задачі $I_1 = 2I_2$, тоді з (1) і (2) одержимо

$$0,5I_0 + I_n = 2(0,5I_0 + I_n \cos^2),$$

звідки маємо $I_0 = I_n$, тобто $I_n/I_0 = 1$.

Ступінь поляризації світла дорівнює

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (3)$$

де I_{\max} і I_{\min} — максимальна і мінімальна інтенсивності поляризованого світла, що пройшло крізь поляризатор.

Максимальна інтенсивність

$$I_{\max} = I_1 = 0,5I_0 + I_n = 1,5I_n. \quad (4)$$

При повороті поляризатора на 90° раніше поляризоване світло не проходить, тому мінімальна інтенсивність

$$I_{\min} = 0,5I_0 = 0,5I_n. \quad (5)$$

Підставимо (4) і (5) в (3) і одержимо ступінь поляризації

$$P = \frac{1,5I_n - 0,5I_n}{1,5I_n + 0,5I_n} = 0,5; \quad P = 0,5.$$

Задача 4

Пластинка кварцу товщиною $d = 4$ мм (питоме обертання кварцу $\alpha = 15$ град/мм) вирізана перпендикулярно оптичній осі, розміщена між схрещеними поляризатором і аналізатором. Визначити, в скільки разів зменшиться інтенсивність світла, яке пройшло через цю систему.

Розв'язання

Завдяки подвійному променезаломленню з поляризатора виходить незвичайний (e) промінь з інтенсивністю $I_0/2$ (звичайний (o) промінь повністю відбивається).

Кварцева пластинка обертає площину поляризації незвичайного променя на кут $\delta = d = 60^\circ$. Тоді кут між напрямком

електричного вектора \vec{E} , що пройшов крізь пластинку, і віссю аналізатора дорівнює $= 90^\circ - = 30^\circ$.

Згідно з законом Малюса, інтенсивність світла, що пройшло крізь аналізатор,

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha,$$

тобто зменшення інтенсивності світла, яке пройшло крізь систему,

$$\frac{I_0}{I} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}; \quad \frac{I_0}{I} = 2,7.$$

Задача 5

Визначити найменшу товщину пластинки в півхвилі для $\lambda = 530$ нм, якщо різниця показників заломлення звичайного і незвичайного променів для цієї довжини хвилі $n_e - n_o = 0,01$.

Розв'язання

Пластинкою в півхвилі називається кристалічна пластинка, вирізана паралельно оптичній осі, у якій при проходженні світла в напрямку, перпендикулярному оптичній осі, звичайний і незвичайний промені набувають різницю ходу $\Delta = \lambda/2$.

Різниця ходу $\Delta = d(n_e - n_o)$, $\Delta = \lambda/2$,

$$d(n_e - n_o) = \frac{\lambda}{2},$$

$$d = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o)}, \quad d = 26,5 \text{ мкм.}$$

Задача 6

Знайти зв'язок між груповою швидкістю u та фазовою швидкістю v для таких законів дисперсії: а) $v = a/\sqrt{\lambda}$; б) $v = bk$; в) $v = c/\lambda^2$, де a, b, c — сталі, k — відповідно довжина хвилі, хвильове число та циклічна частота.

Розв'язання

У загальному вигляді групова швидкість зв'язана з фазовою співвідношенням

$$u = v - \frac{dv}{dk}.$$

Щоб здобути відповіді на запитання задачі, треба підставити в цю формулу дані задачі:

$$\text{а) } v = \frac{a}{\sqrt{c}}; \quad u = \frac{a}{\sqrt{c}} + \left[\frac{1}{2} \frac{a}{(\sqrt{c})^3} \right] = \frac{3}{2} \frac{a}{\sqrt{c}} = \frac{3}{2} v;$$

$$\text{б) } v = bk = b \frac{2}{c}; \quad \frac{dv}{d} = -2 b^{-2}; \quad u = \frac{2}{c} b + \frac{2}{c} b = 2 \left(\frac{2}{c} b \right) = 2v;$$

$$\text{в) } v = \frac{c}{2}; \quad = kv = \frac{2}{c} v; \quad 2 = \frac{4}{2} \frac{2v^2}{c}; \quad v = \sqrt[3]{\frac{c}{4}} \cdot 2^{2/3};$$

$$\frac{dv}{d} = \frac{2}{3} \cdot -1/3 \sqrt[3]{\frac{c^2}{4}}; \quad u = \frac{1}{3} v.$$

Задача 7

Показник заломлення повітря в нормальних умовах ($T_1 = 273\text{К}$, $p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$) для жовтої лінії натрію ($\lambda = 5893 \cdot 10^{-10} \text{ м}$) $n_1 = 1,0002918$. Знайти показник заломлення n_2 повітря при температурі $t_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ та тиску $p_2 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Розв'язання

Показник заломлення

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{0 m \left(\frac{2}{0} - 2 \right)}, \quad (1)$$

де n_0 — концентрація електронів, e — заряд електрона, $0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — електрична стала, m — маса електрона, 0 — власна частота коливань електронів середовища, 2 — частота падаючого на речовину світла.

Рівняння стану ідеального газу для обох випадків $p_1 = n_{01} k_B T_1$, $p_2 = n_{02} k_B T_2$, k_B — стала Больцмана.

Тоді

$$\frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}. \quad (2)$$

Згідно з рівнянням (1)

$$n_1^2 = 1 + \frac{n_{01} e^2}{0 m \left(\frac{2}{0} - 2 \right)}; \quad n_2^2 = 1 + \frac{n_{02} e^2}{0 m \left(\frac{2}{0} - 2 \right)},$$

звідки, з урахуванням (2), маємо

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1} = \frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}.$$

Тоді показник заломлення n_2 дорівнює

$$n_2 = \sqrt{\frac{(n_1^2 - 1)p_2 T_1}{p_1 T_2}} + 1; \quad n_2 = 1,00774.$$

Задача 8

Показник заломлення прозорої речовини для невеликого інтервалу довжини хвилі (хвильового пакету), далеко від лінії поглинання, зв'язаний з довжиною хвилі співвідношенням $n = A + B/\lambda^2$. Визначити: а) показник дисперсії речовини; б) фазову швидкість; в) групову швидкість.

Розв'язання

Для визначення показника дисперсії скористаємось формулою

$$D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

Беручи до уваги умови задачі, маємо результат:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}.$$

Присутність мінуса свідчить, що дисперсія нормальна. Фазову швидкість можна знайти з її визначення, тобто

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{A + B/\lambda^2}.$$

Групова швидкість знаходиться за формулами:

$$u = v - \frac{dv}{d\lambda}; \quad \frac{dv}{d\lambda} = \frac{2Bc}{(A^2 + B)^2}; \quad u = \frac{c^2(A^2 - B)}{(A^2 + B)^2}.$$

Задача 9

При проходженні в деякій речовині відстані x інтенсивність світла зменшилась в 3 рази. Визначити, в скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні шляху довжиною $2x$.

Розв'язання

Інтенсивність світла, що пройшло в речовині відстань x , за законом Бугера — Ламберта дорівнює

$$I_1 = I_0 e^{-kx}, \quad \frac{I_0}{3} = I_0 e^{-kx},$$

де k — коефіцієнт поглинання.

Тоді

$$e^{-kx} = \frac{1}{3}, \quad kx = \ln 3.$$

В другому випадку

$$I_2 = I_0 e^{-2kx} = I_0 e^{-2 \ln 3},$$

$$\frac{I_0}{I_2} = e^{2 \ln 3}, \quad \frac{I_0}{I_2} = 9.$$

Задачі для самостійного розв'язання

4.1. Визначити кут повної поляризації при відбитті світла від скла, показник заломлення якого дорівнює 1,57.

Відповідь: $= 57^\circ 30'$.

4.2. Кут заломлення променя у рідині $= 35^\circ$. Визначити показник заломлення n рідини, якщо відомо, що відбитий пучок світла максимально поляризований.

Відповідь: $n = 1,48$.

4.3. Граничний кут повного внутрішнього відбиття для деякої речовини дорівнює 45° . Чому дорівнює для цієї речовини кут повної поляризації ?

Відповідь: $= 54^\circ 44'$.

4.4. Промінь світла проходить крізь рідину, яка налита у скляну посудину ($n = 1,5$) і відбивається від дна. Відбитий промінь повністю поляризований при його падінні на дно посудини під кутом $42^\circ 37'$. Знайти: 1) показник заломлення рідини; 2) під яким кутом повинен падати на дно посудини промінь світла, щоб спостерігалось його повне внутрішнє відбиття.

Відповідь: 1) $n_p = 1,63$; 2) $= 66^\circ 56'$.

4.5. На скільки відсотків зменшиться інтенсивність світла після проходження крізь призму Ніколя, якщо втрати світла складають 10 % ?

Відповідь: на 55 %.

4.6. Знайти ступінь поляризації світла, що падає на ніколь, якщо інтенсивність його збільшується вдвічі при повороті ніколя на 30° відносно положення, що відповідає мінімальній інтенсивності.

Відповідь: $P = 0,11$.

4.7. Ступінь поляризації частково поляризованого світла $P = 0,2$. Знайти відношення інтенсивності поляризованої складової цього світла до інтенсивності природної складової I_n / I_0 .

Відповідь: $I_n / I_0 = 0,25$.

4.8. Визначити, в скільки разів послабиться інтенсивність світла, що пройшло крізь два ніколя, розташованих так, що кут між головними площинами $= 60^\circ$, а в кожному ніколі втрачається $k = 10\%$ інтенсивності падаючого на нього світла.

Відповідь: $I_0 / I_2 = 9,9$.

4.9. Визначити ступінь поляризації P світла, утвореного сумішшю природного світла з плоскополяризованим, якщо інтенсивність поляризованого світла у три рази більше за інтенсивність природного.

Відповідь: $P = 0,75$.

4.10. Кут між головними площинами аналізатора і поляризатора дорівнює 60° . У скільки разів збільшиться інтенсивність світла, що виходить з аналізатора, якщо кут зменшити до 45° ?

Відповідь: $I_2 / I_1 = 2$.

4.11. Чому дорівнює кут між головними площинами поляризатора та аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, яке пройшло крізь них, зменшиться у чотири рази? Поглинанням світла знехтувати.

Відповідь: $= 45^\circ$.

4.12. Природне світло падає на систему з трьох послідовно розташованих однакових поляроїдів. Головний напрямок середнього поляроїда складає кут $= 60^\circ$ з головними напрямками двох інших поляроїдів. Кожний поляроїд поглинає лінійно поляризоване світло, а максимальний коефіцієнт пропускання при цьому дорівнює $= 0,81$. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження цієї системи?

Відповідь: $I_0 / I = 60$.

4.13. Пучок природного світла падає на систему з шести поляризаторів, головна площина кожного з яких повертається на кут $= 30^\circ$ відносно попереднього поляризатора. Яка частина світлового потоку проходить крізь систему?

Відповідь: $I_0 / I_6 = 11,8\%$.

4.14. Природне світло проходить крізь поляризатор і аналізатор, кут між головними площинами яких дорівнює 45° . Поляризатор, як і аналізатор, поглинає і відбиває по 10 % падаючого на нього світла. Визначити кут α , якщо інтенсивність світла, що вийшло з аналізатора, дорівнює 12 % інтенсивності світла, що падає на поляризатор.

Відповідь: $\alpha = 52^\circ 14'$.

4.15. Пластинка кварцу товщиною $l_1 = 3$ мм, у якої оптична вісь кристалу перпендикулярна поверхні пластинки, повертає площину поляризації монохроматичного світла на кут $\alpha = 30^\circ$. Знайти товщину l_2 кварцової пластинки, розташованої між паралельними ніколами, при якій світло крізь цю систему не проходить.

Відповідь: $l_2 = 9$ мм.

4.16. Плоскополяризоване світло, довжина хвилі якого у вакуумі $\lambda = 530$ нм, падає на пластинку з кварцу перпендикулярно оптичній осі. Визначити показники заломлення кварцу для звичайного (n_o) і незвичайного (n_e) променів, якщо довжини хвиль цих променів в кристалі дорівнюють $\lambda_o = 344$ нм, $\lambda_e = 341$ нм.

Відповідь: $n_o = 1,54$, $n_e = 1,55$.

4.17. Визначити найменшу товщину кристалічної пластинки в чверть довжини хвилі для $\lambda = 530$ нм, якщо різниця показників заломлення звичайного і незвичайного променів для даної довжини хвилі дорівнює $n_e - n_o = 0,01$.

Відповідь: $d = 13,3$ мкм.

4.18. Визначити товщину кварцевої пластини, для якої кут повороту площини поляризації монохроматичного світла $\alpha = 180^\circ$. Питоме обертання в кварці для даної довжини хвилі $\alpha = 0,52$ рад/мм.

Відповідь: $d = 6,04$ мм.

4.19. Два нікола N_1 та N_2 розташовані так, що кут між їх площинами пропускання $\alpha = 60^\circ$. Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність I_0 природного світла при проходженні: 1) крізь один ніколь (N_1); 2) крізь два нікола. Коефіцієнт поглинання світла в ніколі $k = 0,05$. Втрати на відбиття світла не враховувати.

Відповідь: 1) у 2,1 рази; 2) у 8,86 разів.

4.20. Паралельний пучок природного світла падає на стопу з 5 кварцевих пластин так, що площина головного перерізу кожної наступної пластини утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з площиною головного

перерізу попередньої. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження такої системи?

Відповідь: $I_0/I = 6,3$.

4.21. Яка концентрація цукру у розчині, якщо кут повороту площини поляризації жовтого світла при його проходженні крізь трубку з розчином дорівнює 20° ? Довжина трубки 15 см. Відносне питоме обертання для цукру дорівнює $1,7 \cdot 10^{-3}$ рад·м²/кг.

Відповідь: $C = 200$ кг/м³.

4.22. Розчин цукру з масовою концентрацією $C_1 = 0,21$ г/см³, що знаходиться у скляній трубці, повертає площину поляризації монохроматичного світла, що проходить крізь розчин, на кут $\alpha_1 = 24^\circ$. Визначити масову концентрацію C_2 іншого розчину цукру в трубці тієї ж довжини, якщо він повертає площину поляризації на кут $\alpha_2 = 18^\circ$.

Відповідь: $C_2 = 0,157$ г/см³.

4.23. Показник заломлення насиченої пари бензолу (C_6H_6) при температурі $40^\circ C$ та тиску 7,6 мм рт. ст. $n_1 = 1,001812$ для світла з довжиною хвилі, яка відповідає жовтій лінії натрію, тобто $\lambda = 5893 \cdot 10^{-10}$ м. Чому дорівнюватиме показник заломлення цього газу при температурі $400^\circ C$ та тиску 60,5 мм рт. ст.?

Відповідь: $n_2 = 1,000684$.

4.24. Показник заломлення для води в інтервалі від 546 до 569 нм змінюється від 1,33447 до 1,33300. Визначити середню фазову та середню групову швидкості світла для цього інтервалу довжин хвиль.

Відповідь: $v = 22,5 \cdot 10^8$ м/с; $u = 2,21 \cdot 10^8$ м/с.

4.25. Показник заломлення деякої прозорої речовини при довжині хвилі λ_1 дорівнює n_1 , а при довжині хвилі λ_2 дорівнює n_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$; $n_1 < n_2$). Визначити відношення групової та фазової швидкостей світла у цьому середовищі для світла з довжиною хвилі $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$.

Відповідь: $\frac{u}{v} = 1 + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)(n_2 - n_1)}{2n_2(\lambda_2 - \lambda_1)}$.

4.26. При проходженні в речовині відстані $x_1 = 1,5$ см інтенсивність світла зменшилась в 3 рази. Чому дорівнює шлях x_2 , на якому інтенсивність світла зменшиться в 9 разів?

Відповідь: $x_2 = 3$ см.

4.27. При проходженні в деякій речовині шляху l інтенсивність світла зменшується у 2 рази. У скільки разів зменшиться I при проходженні шляху $3l$?

Відповідь: у 8 разів.

4.28. Визначити коефіцієнт поглинання деякої прозорої речовини k , якщо відомо, що інтенсивність світла при проходженні крізь цю речовину товщиною 4 мм зменшується на 12 %.

Відповідь: $k = 3,2 \text{ м}^{-1}$.

4.29. Коефіцієнт поглинання кремнію 10^4 см^{-1} . Якої товщини шар кремнію пропускає 50 % інтенсивності світла?

Відповідь: $d = 6,93 \text{ мкм}$.

4.30. Монохроматичний пучок світла падає нормально на поверхню плоскопаралельної пластини товщиною $l = 0,5 \text{ см}$. Коефіцієнт поглинання речовини пластинки змінюється лінійно вздовж нормалі до її поверхні від $k_1 = 0,025 \text{ см}^{-1}$ до $k_2 = 0,055 \text{ см}^{-1}$. Коефіцієнт відбиття від кожної поверхні $r = 0,08$. Нехтуючи вторинним відбиттям, визначити коефіцієнт пропускання такої пластинки τ .

Відповідь: $\tau = 0,83$.

5 Квантова оптика

Квантова оптика — розділ оптики, що вивчає світлові явища, в яких проявляються квантові (корпускулярні) властивості світла. До них відносяться: теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, ефект Комптона та інші.

5.1. Природа і основні характеристики теплового випромінювання

Випромінювання електромагнітних хвиль взагалі, і світла зокрема, обумовлене переходом атомів, молекул чи інших атомних систем із стану з більшою до стану з меншою енергією, або із збудженого стану до нормального.

В класичній фізиці збуджений стан атомних систем (речовини) — це стан, в якому збуджені коливання електричних зарядів, які входять до складу системи (електронів та іонів). Коливання іонів обумовлюють випромінювання низьких частот (інфрачервоне) внаслідок значної їх маси. Випромінювання, що виникає внаслідок руху електронів (коливань зв'язаних електронів та поступального руху, що нерегулярно гальмується, вільних електронів у металах), має високі частоти (видиме та ультрафіолетове випромінювання).

Тіло, що випромінює, втрачає енергію. Для того щоб забезпечити можливість тривалого випромінювання енергії, необхідно поповнювати її спад, іншими словами, слід поновлювати збуджений стан. Інакше випромінювання буде супроводжуватися внутрішніми змінами в системі і її стан буде постійно змінюватися. Процеси, які відновлюють збуджений стан і отже підтримують випромінювання, можуть бути різноманітними, різноманітним буде й характер випромінювання.

Люмінесценція — випромінювання тіл (речовини), яке виникає внаслідок різноманітних зовнішніх впливів на нього.

Хемілюмінесценція — процес випромінювання, який виникає і підтримується хімічними перетвореннями всередині тіла (світіння дерева, що гниє; світіння фосфору, що повільно окислюється на повітрі).

Фотолюмінесценція — випромінювання, яке викликане опроміненням тіла видимим світлом чи ультрафіолетовим випромінюванням.

Електролюмінесценція — світіння, збуджене електричним впливом на випромінюючу систему (світіння газів та парів під дією електричного розряду, що проходить через них).

Катодолюмінесценція — світіння твердих тіл, яке виникає при бомбардуванні їх електронами.

Процеси люмінесценції всіх видів не рівноважні. *Рівноважним* станом системи (тіло — випромінювання) є такий стан, при якому розподіл енергії між тілом та випромінюванням лишається незмінним для кожної довжини хвилі.

Єдиним видом випромінювання, яке може знаходитися у рівновазі з випромінюючим тілом, є теплове випромінювання.

Теплове (температурне) випромінювання — електромагнітне випромінювання тіл, яке виникає внаслідок зміни внутрішньої енергії випромінюючого тіла і залежить тільки від температури та оптичних властивостей цього тіла. Випромінюються всі частоти (спектр суцільний), але з різною інтенсивністю.

Поповнення енергії, витраченої тілом на випромінювання, відбувається передачею тілу такої ж її кількості через теплоту. Це найбільш поширене випромінювання. Воно є одним із способів передачі енергії неупорядкованого руху частинок одного тіла неупорядкованому руху частинок іншого (теплообміну).

Усі тіла випромінюють енергію через свої поверхні та поглинають енергію випромінювання, що падає на їхні поверхні. Усередненою енергетичною мірою будь-якого виду неупорядкованого руху є температура, тому і характер теплового випромінювання визначається температурою.

Тіло та поле його випромінювання складають термодинамічну систему. Якщо ця система адіабатична (обмежена непроникненою для енергії оболонкою), то між тілом та полем теплового випромінювання встановлюється мікроскопічна рівновага і таке випромінювання називається *рівноважним (або чорним)*.

Відповідно до принципу детальної рівноваги (кожному мікропроцесу, який проходить в системі, з тією ж імовірністю відповідає мікропроцес, що проходить у зворотному напрямку) кількість енергії, яку випромінює тіло на даній частоті (довжині хвилі) в будь-який проміжок часу, дорівнює кількості енергії, яку поглинає тіло на цій частоті за той же проміжок із падаючого на нього випромінювання.

Рівноважне випромінювання — це найбільш імовірне випромінювання в адіабатичній системі, а тому воно ізотропне або хаотичне (за напрямом поширення, інтенсивністю та поляризацією). Його можна розглядати як сукупність елементарних неполяризованих та некогерентних хвиль з частотами від 0 до ∞ , усі напрямки поширення яких рівноімовірні. Оскільки система тіло — випромінювання знаходиться в стані рівноваги, температура $T = \text{const}$ по всій системі. Таку ж температуру має і випромінювання. До нього застосовують закони статистичної фізики та термодинаміки.

Будь-яке випромінювання характеризується об'ємною густиною енергії випромінювання та спектральною густиною цієї об'ємної густини.

Об'ємна густина енергії випромінювання

Під *об'ємною густиною енергії випромінювання* w розуміють сумарну енергію одиниці об'єму електромагнітних хвиль усіх можливих частот ($0 \leq \nu \leq \infty$):

$$w = \frac{dW}{dV}.$$

$$[w] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Основною особливістю рівноважного теплового випромінювання є те, що рівноважна густина енергії випромінювання w , розподіл її по спектру частот (довжин хвиль), напрямок поширення та поляризація ніяк не залежать від матеріалу тіл та форми поверхонь, а визначається лише їх температурою, тобто $w = w(T)$.

Спектральна густина об'ємної густини енергії випромінювання

Під *спектральною густиною об'ємної густини енергії випромінювання* (спектральна густина випромінювання) $u(\nu, T)$ розуміють енергію в одиниці об'єму електромагнітних хвиль вузького інтервалу частот $\nu, \nu + d\nu$ або інтервалу довжин хвиль $\lambda, \lambda + d\lambda$.

Для рівноважного випромінювання спектральна густина випромінювання є функцією частоти і температури або функцією довжини хвилі і температури $u(\nu, T)$ або $u(\lambda, T)$.

$$u(\nu, T) = \frac{dw}{d\nu}; \quad u(\lambda, T) = \frac{dw}{d\lambda};$$

$$[u(\nu, T)] = 1 \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{м}^3}; \quad [u(\lambda, T)] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^4}.$$

Об'ємна густина енергії рівноважного випромінювання є універсальною функцією тільки температури і визначається інтегруванням функції $u(\nu, T)$ або $u(\lambda, T)$ в усьому інтервалі частот або довжин хвиль:

$$w(T) = \int_0^{\infty} u(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} u(\lambda, T) d\lambda. \quad (5.1)$$

Для характеристики теплового випромінювання використовуються як інтегральні, так і спектральні (диференціальні) поняття.

Потік енергії

Основною енергетичною характеристикою випромінювання є *потік енергії*, який характеризує потужність (інтенсивність) теплового випромінювання і визначається так:

$$= \frac{dW}{dt}.$$

Іншими словами, — енергія, що випромінюється тілом за одиницю часу.

$$[] = 1 \text{ Вт}$$

Енергетична світність

Енергетична світність тіла $R_e(T)$ — потік енергії всіх можливих частот, який випромінюється при даній температурі одиницею поверхні цього тіла в усіх напрямках (в межах тілесного кута 2π)

$$R_e = \frac{d}{dS}.$$

Цю властивість називають ще *повною (інтегральною) випромінювальною здатністю*.

$$[R_e] = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Спектральна випромінювальна здатність

Спектральною характеристикою теплового випромінювання тіла є *спектральна випромінювальна здатність* $r(\lambda, T)$; $r(\lambda, T)$, яка чисельно дорівнює потоку енергії, що випромінюється при заданій температурі одиницею поверхні тіла в усіх напрямках в інтервалі частот $\lambda, \lambda + d$, або в інтегралі довжини хвиль $\lambda, \lambda + d$:

$$r(\lambda, T) = \frac{dR_e}{d\lambda}; \quad r(\lambda, T) = \frac{dR_e}{d\lambda};$$

$$[r(\lambda, T)] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}; \quad [r(\lambda, T)] = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Повна (сумарна, інтегральна) випромінювальна здатність тіла визначається так:

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda. \quad (5.2)$$

У випадку, коли інтервали $d\lambda$ і $d\lambda$ стосуються однієї й тієї самої частини спектра,

$$r(\lambda, T) d\lambda = r(\lambda, T) d\lambda. \quad (5.3)$$

Оскільки $d\lambda = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$, то $|d\lambda| = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$ і вираз (5.3) набуває вигляду

$$r(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} r(\lambda, T). \quad (5.4)$$

З урахуванням $d\lambda = 2 \frac{c}{\lambda^3} d\lambda$, $|d\lambda| = \frac{2c}{\lambda^3} d\lambda$ отримаємо співвідношення:

$$r(\lambda, T) = \frac{2}{c} r(\lambda, T);$$

$$r(\lambda, T) = \frac{2}{2c} r(\lambda, T); \quad (5.5)$$

$$r(\lambda, T) = \frac{2}{2c} r(\lambda, T).$$

Спектральна
поглинальна
здатність

Падаюче на тіло випромінювання d_0 частково поглинається ним — $d_{\text{погл}}$, частково відбивається $d_{\text{відб}}$ та частково проходить крізь нього — $d_{\text{проп}}$.

Нехай d_0 потік енергії, яка падає на одиницю поверхні тіла в інтервалі частот від ν до $\nu + d\nu$; $d_{\text{відб}}$ та $d_{\text{проп}}$ — відбитий та пропущений потоки енергії в цьому інтервалі частот.

За законом збереження енергії:

$$d_{\text{погл}} + d_{\text{відб}} + d_{\text{проп}} = d_0. \quad (5.6)$$

Поділимо обидві частини рівності (5.6) на d_0 , одержимо:

$$\frac{d_{\text{погл}}}{d_0} + \frac{d_{\text{відб}}}{d_0} + \frac{d_{\text{проп}}}{d_0} = 1, \quad (5.7)$$

де $d_{\text{погл}}/d_0 = \alpha(\nu, T)$ — *спектральна поглинальна здатність тіла*, яка показує, яку частину падаючого випромінювання (поток енергії) в інтервалі частот ν ; $\nu + d\nu$ тіло поглинає при заданій температурі; $d_{\text{проп}}/d_0 = \tau(\nu, T)$ — *спектральна пропускна здатність тіла*; $d_{\text{відб}}/d_0 = \rho(\nu, T)$ — *спектральна відбивна здатність тіла*.

Очевидно, що

$$\alpha(\nu, T) + \rho(\nu, T) + \tau(\nu, T) = 1.$$

Розглянемо граничні випадки.

- 1) Коли $\rho = 0$, тоді $\alpha + \tau = 1$ — *тіло непрозоре*.
- 2) Якщо при цьому і $\rho = 0$, тоді $\alpha = 1$ — *ідеальне дзеркало* (тіло все відбиває, нічого не поглинає).
- 3) А якщо $\rho = 0$, а $\tau = 1$ — *абсолютно чорне тіло* (тіло нічого не відбиває, а все поглинає).
- 4) Якщо ж $\alpha(\nu, T) < 1$ — *сіре тіло* (коефіцієнт поглинання однаковий для усіх частот і залежить тільки від температури матеріалу та стану поверхні ($\alpha(\nu, T) = \text{const} = \alpha(T)$)).

5.2. Абсолютно чорне тіло. Закон Кірхгофа

Абсолютно чорне тіло — *тіло, поглинальна здатність якого $\alpha(\nu, T) \equiv 1$ для всіх частот і при всіх температурах*. Абсолютно чорних тіл у природі немає. Однак деякі з них за своїми властивостями, у видимій області спектра, наближаються до них (сажа, платинова чернь). Ідеальною моделлю абсолютно чорного тіла є замкнена порожнина, у стінці якої зроблено малий отвір (рис. 5.1).

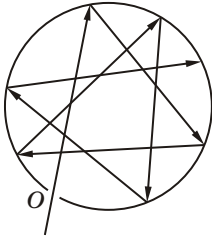


Рис. 5.1

Правило Прево

Нехай у деякій порожнині зі стінками при температурі оболонки T існує декілька тіл (рис. 5.2). Експеримент показує, що тіла різної температури обмінюються енергією між собою і оболонкою шляхом випромінювання і поглинання електромагнітних хвиль. Через деякий час

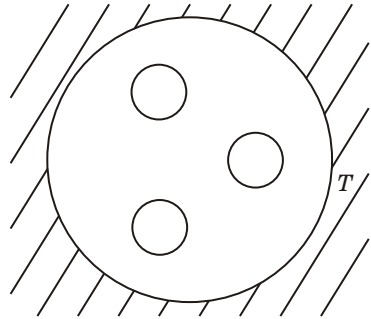


Рис. 5.2

всі тіла прийдуть до стану термодинамічної рівноваги з температурою оболонки T . Термодинамічна рівновага має динамічний характер, тобто й при однакових температурах всіх тіл відбувається випромінювання і поглинання променистої енергії, але так, що в одиницю часу тіло стільки ж випромінює енергії, скільки й поглинає. Звідки зрозуміло, що якщо два тіла мають різні здатності до поглинання, то й їхня здатність до випромінювання не може бути однаковою. Дійсно, якщо встановилася термодинамічна рівновага, то для кожного тіла повинна виконуватися рівність між кількістю випромінюваної та поглинальної ним в одиницю часу енергії.

У 1809 році П. Прево сформував закон, відомий як *правило Прево: якщо два тіла при одній і тій же температурі мають різні поглинальні здатності, то будуть різними і їх випромінювальні здатності.*

Закон Кірхгофа

Правило Прево, що встановлює зв'язок між здатністю тіла поглинати та випромінювати енергію, мало якісний характер. Півстоліття потому Г. Кірхгоф (1859 р.) надав йому вигляд строго кількісного закону. Цей закон відіграє основну роль у всіх питаннях теплового випромінювання.

Закон Кірхгофа ґрунтується на другому законі термодинаміки, в силу якого термодинамічна рівновага, що встановлюється в ізольованій системі, не може бути порушена обміном енергії між окремими частинами системи. Він встановлює залежність між випромінювальною і поглинальною здатностями тіл: *відношення випромінювальної і поглинальної здатності тіла не залежить від природи тіла, однаково для всіх тіл, є універсальною функцією частоти (довжини хвилі) і температури і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла*

$$\frac{r_1(\lambda, T)}{\rho_1(\lambda, T)} = \frac{r_2(\lambda, T)}{\rho_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{r_n(\lambda, T)}{\rho_n(\lambda, T)} = f(\lambda, T), \quad (5.8)$$

або

$$\frac{r_1(\lambda, T)}{\rho_1(\lambda, T)} = \frac{r_2(\lambda, T)}{\rho_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{r_n(\lambda, T)}{\rho_n(\lambda, T)} = f(\lambda, T),$$

тобто $f(\lambda, T)$ — *універсальна* для всіх тіл функція частоти і температури, тоді як $r(\lambda, T)$ та $\rho(\lambda, T)$, взяті окремо, можуть змінюватися дуже сильно при переході від одного тіла до іншого.

Оскільки поглинальна здатність абсолютно чорного тіла $\rho(\lambda, T) = 1$, то для нього

$$\frac{r(\lambda, T)}{\rho(\lambda, T)} = f(\lambda, T) = \rho(\lambda, T). \quad (5.9)$$

Звідки випливає, що функція Кірхгофа є функцією розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла.

Із закону Кірхгофа випливає, що будь-яке тіло при заданій температурі випромінює хвилі тих довжин, які воно при тій самій температурі поглинає; тіло, яке при даній температурі не поглинає випромінювання в будь-якому інтервалі частот, не може й випромінювати в цьому ж інтервалі частот.

На рис. 5.3 наведено розкладену в спектр енергію випромінювання абсолютно чорного тіла для двох температур. Іншими словами, це експериментально визначений вид функції Кірхгофа.

При зниженні температури максимум випромінювальної енергії зміщується в бік більш довгих хвиль і зменшується.

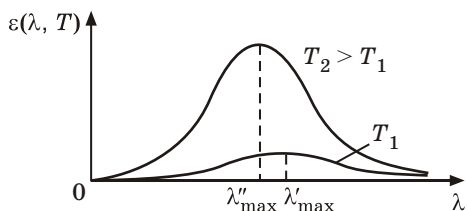


Рис. 5.3

5.3. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

Закон Кірхгофа становить в центр уваги теорії теплового випромінювання функцію $f(\lambda, T) = f(\lambda, T)$, яка являє собою випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла. Визначення виду цієї функції складало основну задачу вчення про температурне випромінювання. Розв'язок цієї задачі було одержано не відразу. Спочатку був встановлений теоретично і експериментально закон, що визначає сумарне випромінювання чорного тіла (закон Стефана — Больцмана); потім були визначені деякі основні риси цієї функції (закон Віна), знайдено досить точний експериментальний вид її залежності від λ для різних T . І нарешті, після ряду невдалих спроб, які мають величезне значення для розуміння цього питання (Міхельсон, Релей — Джинс, Він, Лоренц) Максу Планку вдалося знайти кінцевий теоретичний розв'язок цієї задачі.

**Закон
Стефана —
Больцмана**

Аналізуючи експериментальні дані про випромінювання нечорних тіл, австрійський фізик Йозеф Стефан у 1879 році запропонував закон, що встановлює залежність *сумарного* або *інтегрального* випромінювання (загального випромінювання всіх довжин хвиль) від температури. Він прийшов до висновку, що сумарна енергія, яка випромінюється з одиниці площі за одиницю часу (енергетична світність R_e) пропорціональна четвертому степеню абсолютної температури $R_e \sim T^4$.

Співвітчизник Стефана Больцман у 1884 році, спираючись на термодинамічні міркування та виходячи із наявності тиску променистої енергії, одержав теоретично залежність енергетичної світності R від температури і довів, що вона справедлива тільки для абсолютно чорного тіла.

Закон Стефана — Больцмана: *енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорціональна четвертому степеню його термодинамічної температури.*

$$R_e(T) = \sigma T^4, \quad (5.10)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ — константа Стефана — Больцмана.

Оскільки енергетична світність абсолютного чорного тіла

$$R_e(T) = \int_0^{\infty} f(\lambda, T) d\lambda,$$

то очевидно, що вона являє собою площу під кривою на рис. 5.4.

По відношенню до нечорних тіл цей закон зберегти неможна.

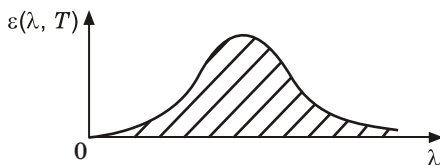


Рис. 5.4

Закон Віна

Закон Стефана — Больцмана стосується лише інтенсивності інтегрального випромінювання чорного тіла і нічого не говорить відносно спектрального розподілу енергії. Перше теоретичне дослідження виду функції Кірхгофа було зроблено російським фізиком Міхельсоном (1887 р.). Хоча формула Міхельсона не повністю задовольняє експериментальним даним, тим не менше наявність її зіграла значну роль в розв'язанні цієї задачі.

У 1893 р. німецький фізик Вільгельм Він теоретично обґрунтував закон чорного випромінювання, що вказує на характер функції $\epsilon(\lambda, T)$ ($\epsilon = f(\lambda, T)$), хоча й не дає можливості визначити її повністю.

Він розглянув задачу про адіабатичне стиснення чорного випромінювання в циліндричній посудині з дзеркальними стінками і поршнем. При зменшенні об'єму посудини і беручи до уваги зміну частоти випромінювання, яке відбивається при русі дзеркала (принцип Доплера) Він прийшов до висновку, що випромінююча здатність чорного тіла

$$\epsilon(\lambda, T) = c^3 f\left(\frac{\lambda}{T}\right), \tag{5.11}$$

де c — швидкість світла в оточуючому середовищі (в вакуумі), а f — функція, для визначення виду якої розвинуті Віном міркування виявилися недостатніми.

Незважаючи на те, що одержана В. Віном залежність (5.11) не була встановлена у конкретному вигляді, з неї виведено ряд важливих висновків.

Для абсолютно чорного тіла формула (5.4) має вигляд

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{c}{2} \epsilon(\lambda, T). \tag{5.12}$$

Тоді формула (5.11) набуває вигляду

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{c}{2} \epsilon(\lambda, T) = \frac{c^4}{5} f\left(\frac{c}{T}\right). \tag{5.13}$$

Прирівнявши нулю похідну $d(\epsilon(\lambda, T)/d\lambda)$, легко побачити, що положення максимуму λ_{\max} задовольняє умові

$$T \lambda_{\max} = b, \quad (5.14)$$

де b не залежить від температури. $b = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ (стала Віна).

Із (5.14) випливає:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (5.15)$$

Перший закон Віна: довжина хвилі λ_{\max} , на яку припадає максимум спектральної випромінюваної, здатності зміщується у бік коротких хвиль.

Цей закон ще називають **законом зміщення Віна**.

На рис. 5.5 наведено розподіл енергії у спектрі випромінювання чорного тіла для різних температур.

Формули (5.12) і (5.14) дають можливість розрахувати випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла в максимумі випромінювання.

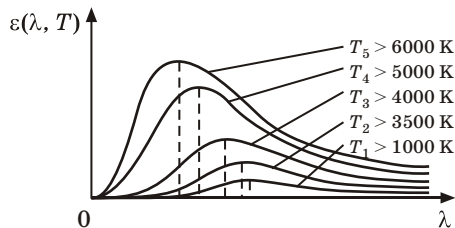


Рис. 5.5

$$\epsilon_{\max}(\lambda, T) = \frac{c^4}{b^5} T^5 f\left(\frac{c}{b}\right) = C T^5, \quad (5.16)$$

де

$$C = \frac{c^4}{b^5} f\left(\frac{c}{b}\right) = 1,25 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{К}^5}$$

— стала величина.

Другий закон Віна: випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла в максимумі випромінювання пропорційна п'ятому степеню температури.

Відмітимо, що $\epsilon(\lambda, T)$ і $\lambda_{\max}(T)$ пов'язані між собою (5.12), не пропорційні одна одній, тому їх максимуми лежать в різних частинах спектра, а відповідні їм значення ϵ_{\max} і λ_{\max} не пов'язані співвідношенням $\epsilon_{\max} \lambda_{\max} = c^5$.

5.4. Формула Релея — Джинса. «Ультрафіолетова катастрофа»

Релей і Джинс продовжили подальше дослідження виду функції Кірхгофа. На відміну від своїх попередників при вивченні закономірностей чорного випромінювання вони застосували не методи термодинаміки, а методи статистичної фізики.

Рівноважне випромінювання в замкнутій порожнині з дзеркальними стінками вони розглядали як сукупність стоячих хвиль різних частот і довільних орієнтацій площин поляризації.

У такій моделі абсолютно чорного тіла визначалося число стоячих хвиль у порожнині. Крім того, вони застосували до цих хвиль закон рівномірного розподілу енергії за ступенями свободи, приписавши кожному коливанию енергію, яка припадає на один коливальний ступінь свободи $\langle E \rangle = kT$.

Довжина хвиль (рис. 5.6) в порожнині приймає значення

$$= \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

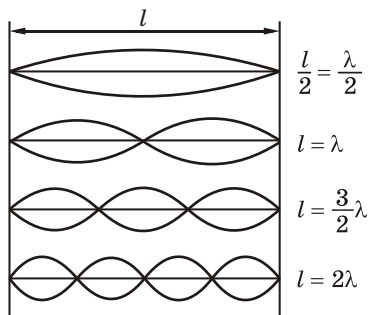


Рис. 5.6

Оскільки $v = \frac{c}{n}$, то $\nu = \frac{cn}{2l}$.

Було показано, що число коливань в одиниці об'єму з частотами ν + $d\nu$ дорівнює

$$dn = \frac{8}{c^3} \nu^2 d\nu. \quad (5.17)$$

Тоді енергія в одиниці об'єму

$$dw = dn \langle E \rangle,$$

де $\langle E \rangle$ — енергія одного коливання, або

$$dw = \frac{8}{c^3} \nu^2 d\nu \langle E \rangle. \quad (5.18)$$

Спектральна густина об'ємної густини енергії випромінювання $u(\nu, T)$ буде дорівнювати

$$u(\nu, T) = \frac{dw}{d\nu} = \frac{8}{c^3} \nu^2 k_B T. \quad (5.19)$$

Між спектральною випромінювальною здатністю $r(\nu, T)$, яка у абсолютно чорного тіла дорівнює $u(\nu, T)$, і спектральною густиною $u(\nu, T)$ існує такий зв'язок:

$$r(\nu, T) = \frac{c}{4} u(\nu, T). \quad (5.20)$$

Після підстановки (5.19) у (5.20) отримаємо:

$$r(\nu, T) = \frac{2}{c^2} \nu^2 k_B T. \quad (5.21)$$

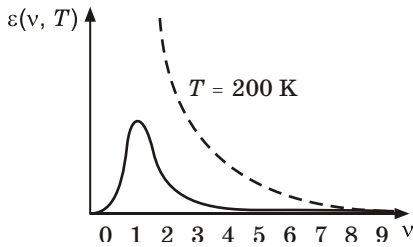


Рис. 5.7

Формула (5.21) називається формулою Релея — Джинса.

З точки зору класичної фізики формула Релея — Джинса одержана бездоганно. Але на практиці виявляється, що вона дуже добре описує розподіл енергії в довгохвильовій частині спектра випромінювання (для малих частот). Для великих частот

вона непридатна. На рис. 5.7 експериментальну криву показано суцільною лінією, криву, одержану за допомогою Релея — Джинса — штрихованою. Спектральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла монотонно зростає з ростом частоти (не має екстремумів), а енергетична світність сягає нескінченності.

$$R_e = \int_0^{\infty} (\nu, T) d\nu = \infty.$$

Нескінченності сягає і рівноважна густина енергії випромінювання. Цю розбіжність між формулою Релея — Джинса та експериментом назвали «ультрафіолетовою катастрофою».

Причина «ультрафіолетової катастрофи» пов'язана з одним із основних положень класичної фізики, згідно з яким енергія будь-якої системи може змінюватися неперервно, тобто може приймати будь-які, як завгодно близькі одне до одного, значення.

5.5. Квантова гіпотеза. Формула Планка

Відхилення експериментального значення спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від передбаченого формулою Релея — Джинса при високих частотах вказує на те, що класичні уявлення про механізм випромінювання і поглинання в деякій мірі хибні, неповні і мають бути уточненими.

Це зробив німецький фізик Макс Планк. Випромінювання абсолютно чорного тіла він розглядав як випромінювання сукупності гармонічних осциляторів із усілякими власними частотами (теоретична модель). Кожний з таких осциляторів випромінює монохроматичну хвилю з середнім значенням енергії осцилятора $\langle E \rangle$ і власною частотою ν .

Гіпотеза Планка

Вираз для середньої енергії осцилятора і функції Кірхгофа вдалося знайти Планку шляхом введення квантової гіпотези, зовсім чужій класичній фізиці.

Гіпотеза Планка: атомні осцилятори випромінюють енергію не неперервно, а у вигляді окремих порцій. Енергія кожної такої порції-кванта випромінювання, пропорціональна його частоті.

$$E_0 = h \nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2 \pi \hbar c}{\lambda},$$

де h та \hbar — сталі Планка (квант дії)

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Енергія випромінювання повинна бути кратною величині кванта

$$E_n = nE_0 = nh \nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Розподіл осциляторів по можливих енергетичних станах описується розподілом Больцмана:

$$N_n = N_0 e^{-\frac{E_n}{k_B T}},$$

де N_n — кількість осциляторів з енергією E_n ; N_0 — кількість осциляторів з енергією E_0 , k_B — стала Больцмана.

Повна кількість гармонічних осциляторів N дорівнює:

$$N = \sum_{n=0}^{\infty} N_n = N_0 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{k_B T}}.$$

Середнє значення енергії випромінювання

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \frac{N_1 E_1 + N_2 E_2 + \dots + N_n E_n}{N_1 + N_2 + \dots + N_n} = \frac{N_0 \sum e^{-\frac{E_n}{k_B T}} E_n}{N_0 \sum e^{-\frac{E_n}{k_B T}}} = \\ &= \frac{\sum nh e^{-\frac{nh}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{nh}{k_B T}}} = h \frac{\sum ne^{-\frac{nh}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{nh}{k_B T}}}. \end{aligned}$$

Введемо позначення $x = \frac{h}{k_B T}$, тоді

$$\sum e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots + e^{-nx} = \frac{1}{1 - e^{-x}};$$

$$\sum n e^{-nx} = -\frac{d}{dx} \sum e^{-nx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1 - e^{-x}} \right) = \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2};$$

$$\langle E \rangle = h \frac{e^{-x}(1 - e^{-x})}{(1 - e^{-x})^2} = h \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = h \frac{1}{e^x - 1}.$$

Формула Планка приймає вид:

$$(\rho, T) = \frac{2}{c^2} \frac{h}{e^{\frac{h}{k_B T}} - 1}. \quad (5.22)$$

Формула Планка (5.22) повністю узгоджується з експериментальними результатами у всьому інтервалі частот.

При малих частотах формула Планка переходить у формулу Релея — Джинса.

Розкладемо в ряд $e^{h/k_B T}$, отримаємо:

$$e^{\frac{h}{k_B T}} = 1 + \frac{h}{k_B T} + \frac{1}{2!} \left(\frac{h}{k_B T} \right)^2 + \dots$$

При $\frac{h}{k_B T} \ll k_B T$ маємо

$$e^{\frac{h}{k_B T}} - 1 = 1 + \frac{h}{k_B T} - 1 = \frac{h}{k_B T}.$$

Тоді

$$(\rho, T) = \frac{2}{c^2} \frac{h}{h/k_B T} = \frac{2}{c^2} k_B T$$

— формула Релея — Джинса.

Для великих частот $h \gg kT$ формула Планка переходить в формулу Віна. Одиницею в знаменнику можна знехтувати:

$$(\rho, T) = \frac{2}{c^2} h e^{-\frac{h}{k_B T}} = \frac{2}{c^2} h^3 e^{-\frac{h}{k_B T}}$$

— формула Віна.

З формули Планка можна вивести закони випромінювання абсолютно чорного тіла.

Запишемо формулу Планка залежно від довжини хвилі і температури:

$$(\lambda, T) = \frac{2}{c^2} \frac{h^3}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1};$$

Оскільки $(\lambda, T) = \frac{c}{2} (\nu, T)$, а $\lambda = \frac{c}{\nu}$, то

$$(\nu, T) = \frac{2}{5} \frac{hc^2}{e^{\frac{hc}{k_B T}} - 1}. \quad (5.23)$$

**Перший закон
Віна**

Візьмемо похідну по довжині хвилі в формулі (5.23), прирівняємо її нулю і тим самим знайдемо екстремум функції (λ, T) :

$$\frac{d(\lambda, T)}{d\lambda} = 2hc^2 - \frac{5}{6 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \right)} + \frac{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \frac{hc}{2k_B T}}{5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \right)^2} = 0.$$

Позначимо $\frac{hc}{k_B T} = x$:

$$\left(-5 + \frac{e^x x}{e^x - 1} \right) = 0 \Rightarrow -5e^x + 5 + xe^x = 0. \quad (5.24)$$

Розв'язком трансцендентного рівняння (5.24) є число $x = 4,965$.
Тоді $\lambda_{\max} = \frac{hc}{k_B T x}$; $\frac{hc}{k_B x} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

Це число співпадає зі сталою b в законі Віна. Таким чином отримано закон зміщення Віна $\lambda_{\max} = b/T$.

**Другий закон
Віна**

Запишемо формулу Планка з урахуванням закону зміщення Віна:

$$(\lambda_{\max}, T) = \frac{2}{b^5} \frac{hc^2 T^5}{e^{\frac{hct}{bk_B T}} - 1} = CT^5,$$

де $C = \frac{2 hc^2}{b^5 (e^{bc} - 1)} = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{К}^5}$ повністю співпадає зі значен-

ням константи у другому законі Віна.

**Закон
Стефана —
Больцмана**

Енергетична світність абсолютно чорного тіла R_e :

$$R_e = \int_0^{\infty} (, T) d .$$

Замість $(, T)$ підставимо його значення у формулу Планка

$$R_e = \frac{2 h}{c^2} \int \frac{^3 d}{\frac{h}{e^{k_B T} - 1}} .$$

Покладемо $\frac{h}{k_B T} = x \Rightarrow = \frac{k_B T}{h} x, d = \frac{k_B T}{h} dx$.

Тоді

$$R_e = \frac{2 h}{c^2} \int_0^{\infty} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^4 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2 h k_B^4 T^4}{c^2 h^4} \frac{4}{15} = \frac{2^5 k_B^4}{15 c^2 h^3} T^4 = T^4 ,$$

де

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{4}{15} \text{ (табличний інтеграл),}$$

а $\frac{2^5 k_B^4}{15 c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{Т}^4}$ повністю співпадає зі значенням

сталой Стефана — Больцмана.

Формула Планка вичерпно описує рівноважне теплове випромінювання і дає явний вид функції Кірхгофа. Це перший результат досягнення квантової фізики.

5.6. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей світла. Фотон та його характеристики

До середини ХІХ століття хвильова природа світла вважалася доведеною остаточно. Її підтверджували явища інтерференції та дифракції світла. А дослід Фуко (1850 р) з визначення швидкості світла, здавалося, виключив будь-яку можливість корпускулярних уявлень про світло. Це дійсно було би так, якщо б малася на увазі корпускулярна теорія в ньютонівському розумінні.

Але і хвильова теорія світла, навіть в її електромагнітному вигляді, виявилася недостатньою для тлумачення всієї сукупності оптичних явищ. Вперше це було усвідомлено при розв'язанні проблеми рівноважного (чорного) випромінювання. Наполегливі спроби вирішити цю проблему в рамках хвильових уявлень на основі класичних електродинаміки і статистики закінчилися невдало. Формула, узгоджена з дослідом у всьому діапазоні частот (довжин хвиль) була вгадана Планком спочатку емпірично, а згодом він знайшов і теоретичний вивід своєї формули. Це явилось початком виникнення принципово нових — *квантових* — уявлень.

Сам Планк гадав, що квантові властивості світла виявляються тільки при випромінюванні і поглинанні, тобто *при взаємодії світла з речовиною*. Поширення ж світла в просторі, на його погляд, відбувається *неперервно* й описується класичними рівняннями Максвелла.

Більш радикальна й скінченна форма квантовій теорії світла була надана Ейнштейном в 1905 р.

Ейнштейн висунув гіпотезу, згідно з якою світло не тільки випромінюється та поглинається речовиною, але і розповсюджується у вигляді окремих дискретних квантів електромагнітного випромінювання — *фотонів*. Поширення світла — потік фотонів, енергія кожного з яких визначається формулою Планка

$$= h \cdot$$

Це не було простим поверненням до ньютонівської корпускулярної теорії світла. Не можна дивитися на фотони як на звичайні частинки світла, аналогічні матеріальним точкам класичної механіки, що рухаються по визначених траєкторіях у просторі. Це видно вже з того, що фотонам властива *інтерференція* і *дифракція*. Вони мають не тільки *корпускулярні*, а й *хвильові властивості*. Така особливість фотонів називається *корпускулярно-хвильовим дуалізмом*. Була би безнадійною спроба тлумачення корпускулярно-хвильового дуалізму в дусі уявлень класичної фізики. Уява людини не в змозі створити образ, який би одночасно мав як риси корпускули, так і риси хвилі. Проте природа багатша за людські уявлення. При її вивченні треба керуватися ні тим, що доступне уявленню людини, а тим, що дають спостереження й дослід. Гіпотеза Ейнштейна була підтверджена цілим рядом дослідів. Розглянемо деякі з них.

Дослід В. Боте

Якщо світло має корпускулярні властивості, то повинні мати місце і флуктуації в світлових потоках. Такі флуктуації спочатку були виявлені німецьким

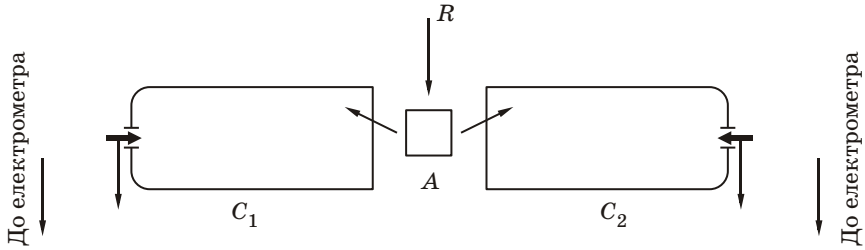


Рис. 5.8

фізиком Вальтером Боте для короткохвильового рентгенівського випромінювання. Використовувалися два швидкодіючих лічильники Гейгера C_1 та C_2 , що реєстрували проходження кожного рентгенівського кванта (рис. 5.8).

Симетрично між лічильниками вміщувалася тонка залізна або мідна фольга A . Фольга освітлювалася збоку рентгенівськими променями R достатньої жорсткості і завдяки цьому сама ставала джерелом випромінювання (рентгенівська флуоресценція). Влучення рентгенівського кванта в один із лічильників викликало негайне (менш ніж через 0,001 с) здригання нитки електрометра. Такі здригання реєструвалися автоматично на рухомій стрічці. Якщо б із джерела A в усі боки розповсюджувалися хвилі, як того потребує класична теорія, то обидва лічильники спрацювали б одночасно і відмітки на стрічці розташовувалися б одна проти одної. Якщо б джерело A випромінювало рентгенівські кванти ліворуч і праворуч безладно й незалежно, то лічильники спрацювали би так само безладно в часі й незалежно. Дослід показав, що все відбувається так, якщо б рентгенівське випромінювання флуоресценції розповсюджувалося у вигляді квантів, випадково спрямованих то до лівого то до правого лічильника. Так і повинно бути за квантовими розрахунками. По суті вивчалися флуктуаційні явища в слабких потоках рентгенівського випромінювання.

Дослід
С. І. Вавілова

Особливе значення має виявлення флуктуацій світлових потоків для видимого світла. Такі спостереження виконав радянський вчений С. І. Вавілов. Він скористався тим, що периферійні ділянки сітчатки людського ока (палички), яке достатньо довго перебувало у темряві, мають необхідну чутливість до слабого світла, з яким доводилося мати справу при досліді. Вавілов також використовував наявність порога зорового відчуття.

Якщо кількість квантів, що попадає при короткочасному спалаху на периферійну ділянку сітчатки, перевищує деяку мінімальну

величину n_0 , то око бачить спалах. Якщо ж воно менше, то спалаху не видно зовсім.

Вавілов застосував статистичні методи і на основі експериментальних даних визначив середню кількість фотонів у світловому потоці. За його оцінкою вона складає всього декілька десятків, а можливо, навіть декілька квантів. Використавши вказані властивості ока, він розробив чутливий метод візуальних спостережень флуктуацій інтенсивності видимого світла в слабких світлових потоках. У результаті багаторічних досліджень таких флуктуацій Вавілов дійшов висновку про те, що вони відбуваються аналогічно флуктуаціям числа молекул газу, тобто так, якби світло складалося із кінцевих порцій, або *квантів*.

Отже дослідями В. Боте і С. І. Вавілова була доведена дискретна, квантова структура світла, а саме доведено існування особливих світлових частинок — *фотонів*.

Якщо фотон має енергію $= h\nu$, то він повинен мати і імпульс, як того вимагає теорія відносності. Імпульс фотона проявляється, наприклад, у тиску світла. Зв'язок між енергією та імпульсом рухомої частинки в теорії відносності має вигляд:

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 - p^2 = (m_0 c)^2. \quad (5.25)$$

При цьому припускається, що під час руху внутрішній стан частинки, а з ним і її маса спокою m_0 залишаються без зміни. Фотон рухається в вакуумі зі швидкістю світла c , тобто він є *релятивістською частинкою*. Якщо б маса спокою фотона m_0 була відмінна від нуля, то його релятивістська маса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

була би нескінченно великою. Тому треба припустити, що для фотона маса спокою $m_0 = 0$. Внаслідок цього співвідношення (6.25) запишеться у вигляді

$$E = pc. \quad (5.26)$$

(Знак мінус при добутку квадратного кореня треба опустити, зважаючи на те, що імпульс фотона \vec{p} спрямований у бік розповсюдження світла.)

Імпульс фотона

$$p_{\Phi} = \frac{\Phi}{c} = \frac{h}{c} = \frac{\hbar}{c} = \frac{2}{c} \hbar = k\hbar, \quad (5.27)$$

де $k = 2\pi / \lambda$ — модуль хвильового вектора \vec{k} . У векторній формі співвідношення (5.27) набуває вигляду

$$\vec{p}_{\Phi} = \hbar \vec{k}. \quad (5.28)$$

Таким чином, корпускулярні властивості фотона пов'язані з наявністю у нього енергії і імпульсу \vec{p} , хвильові — з частотою ν та хвильовим вектором \vec{k} .

Тиск світла

Одним із експериментальних підтверджень наявності у фотона імпульсу є існування світлового тиску.

Двоїста природа світла (корпускулярно-хвильовий дуалізм) дає можливість глибше зрозуміти і пояснити таке явище як тиск світла на освітлювані ним тіла.

З точки зору електромагнітної (хвильової) теорії світла виникнення світлового тиску пояснюється на прикладі дії електромагнітної хвилі на лист металу (рис. 5.9). Електричний \vec{E} і магнітний \vec{B} вектори світлової хвилі лежать у площині поверхні листа. Під дією сили $\vec{F}_e = q\vec{E}$ позитивні електричні заряди тіла зміщуються у напрямі \vec{E} , а негативні — у протилежному. Електричне поле збуджує струм $\vec{j} = \vec{E}$. Магнітне поле діє на електрон, що рухається, з силою Лоренца $\vec{F}_L = e[\vec{v}, \vec{B}]$. Напрямок сили співпадає

з напрямом руху хвилі, тобто вона спрямована в середину тіла. Сила, що діє на одиницю площі поверхні — тиск світла. На основі електромагнітної теорії Дж. Максвелл одержав формулу для обчислення тиску, що створює плоска хвиля на тіло

$$P = (1 + \langle w \rangle \cos^2 \theta), \quad (5.29)$$

де θ — кут падіння світла на тіло; $\langle w \rangle$ — коефіцієнт відбиття; $\langle w \rangle$ — об'ємна густина енергії падаючої хвилі.

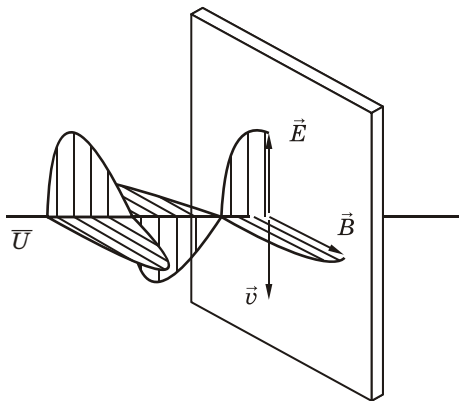


Рис. 5.9

При нормальному падінні світла ($\theta = 0$) тиск

$$P = (1 + \langle w \rangle). \quad (5.30)$$

З точки зору *корпускулярної теорії* тиск світла зумовлено зміною імпульсу фотонів при поглинанні та відбитті їх поверхнею тіла.

Нехай на поверхню будь-якого тіла падає по нормалі потік фотонів. Відповідно до формули (5.27) імпульс фотона дорівнює h/c , після відбиття його імпульс буде $-h/c$, а значить зміна імпульсу фотона при відбитті становить $2h/c$. При поглинанні фотон повністю передає свій імпульс поверхні і його зміна буде h/c . Якщо на одиницю поверхні в одиницю часу падає N монохроматичних фотонів, то при їх повному відбиванні зміна імпульсу дорівнює $2Nh/c$, а при повному поглинанні — $-Nh/c$. З іншого боку, зміна імпульсу за одиницю часу дорівнює діючій силі. *Зміна імпульсу N фотонів, які падають за одиницю часу на одиницю поверхні, дорівнює силі, що діє на одиницю площі поверхні, тобто тиску світла.*

При повному відбитті тиск світла визначається формулою

$$P = 2N \frac{h}{c}, \quad (5.31)$$

а при повному поглинанні

$$P = N \frac{h}{c}. \quad (5.32)$$

Якщо ρ — коефіцієнт відбиття, то очевидно, що відбивається ρN фотонів, а поглинається $(1 - \rho)N$ фотонів, то тиск в цьому випадку

$$P = 2N \frac{h}{c} + (1 - \rho)N \frac{h}{c} = (1 + \rho)N \frac{h}{c}. \quad (5.33)$$

Виразимо число падаючих фотонів через їх об'ємну густину n і швидкість руху c : $N = nc$, тоді тиск

$$P = (1 + \rho) \frac{nc h}{c} = (1 + \rho) n h = (1 + \rho) \langle w \rangle, \quad (5.34)$$

де $\langle w \rangle = n h c$ — об'ємна густина енергії фотонів. Формула (5.34) співпадає з формулою (5.30) для тиску, яка отримана із електромагнітної теорії.

Величина світлового тиску досить мала. За межами атмосфери Землі інтенсивність сонячного випромінювання дорівнює 1400 Вт/м^2 ; відповідний тиск при цьому нормальному падінні

світла на поверхню $z = 0,5$ дорівнює $7 \cdot 10^{-6}$ Па. Ця величина дуже мала, вона у 10^{10} разів менша за атмосферний тиск.

Сила гравітаційної взаємодії малих частинок і сила світлового тиску можуть бути однакових порядків.

5.7. Фотоелектричний ефект. Закони фотоэффекту

Гіпотеза Планка, яка блискуче вирішила проблему теплового випромінювання чорного тіла, отримала підтвердження і подальший розвиток при поясненні *фотоэффекту* — явища, відкриття й дослідження якого зіграло важливу роль в становленні квантової теорії. Розрізняють фотоэффект *зовнішній, внутрішній і вентильний*.

Зовнішнім фотоелектричним ефектом (фотоэффектом) називається явище емісії електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання.

Фотоэффект був виявлений Генріхом Герцем у 1887 році при спостереженні підсилення процесу розряду при освітленні іскрового проміжку ультрафіолетовим випромінюванням.

Досліди
Столетова

Перші фундаментальні дослідження фотоэффекту були виконані російським вченим О. Г. Столетовим. На рис. 5.10 показано схему установки для дослідження фотоэффекту.

Два електроди (катод К із досліджуваного металу і анод А — в схемі Столетова застосовувалася металева сітка) розміщені у вакуумній трубці. Електроди підключені до батареї так, що за допомогою потенціометра R можна змінювати не тільки величину, а і знак подаваної на них напруги. Сила струму, що виникає при освітлюванні катода монохроматичним випромінюванням (через кварцеве віконце), вимірюється увімкнутим в ланцюг міліамперметром.

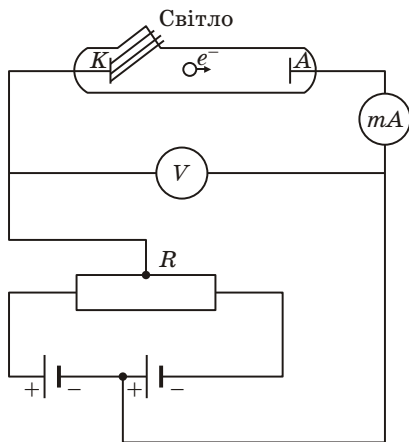


Рис. 5.10

Опромінюючи катод світлом різних довжин хвиль, Столетов установив наступні закономірності:

1. Найбільш ефективно діє ультрафіолетове випромінювання.

2. Сила струму, що виникає під дією світла, прямо пропорційна його інтенсивності.

3. Випромінювані під дією світла заряди негативні.

Через 10 років Ленард і Томсон виміряли питомий заряд випромінюваних під дією світла частинок. Ці виміри показали, що під дією світла вириваються *електрони*.

Вольт-амперна характеристика фотоелектру

Якщо при постійних інтенсивності і частоті падаючого світла змінювати напругу U між катодом і анодом (рис. 5.10), то залежність фотоструму I від U зображується кривою, яка називається *вольт-амперною характеристикою фотоелектру*. На рис 5.11 наведено таку залежність, яка відповідає двом різним освітленостям E_e катода (частота світла в обох випадках однакова). Із збільшенням напруги U фотострум поступово зростає, тобто все більша кількість фотоелектронів досягає анода.

При деякому значенні напруги U сила фотоструму досягає $I_{\text{нас}}$.

Максимальне значення струму $I_{\text{нас}}$ — *фотострум насичення* — визначається напругою, при якій всі електрони, емітовані катодом, досягають анода.

$$I_{\text{нас}} = e \cdot n,$$

де n — кількість електронів, що їх емітує катод за 1 с.

Із вольт-амперної характеристики випливає, що при $U = 0$ фотострум не зникає. Це свідчить про те, що електрони, вибиті світлом із катода, мають початкову швидкість. Тому щоб їх згальмувати, треба прикласти *гальмівну напругу* U_0 . При $U = U_0$ ні один із електронів, навіть той, що має при виліті з катода максимальну швидкість v_{max} , не може подолати гальмівну напругу і досягнути

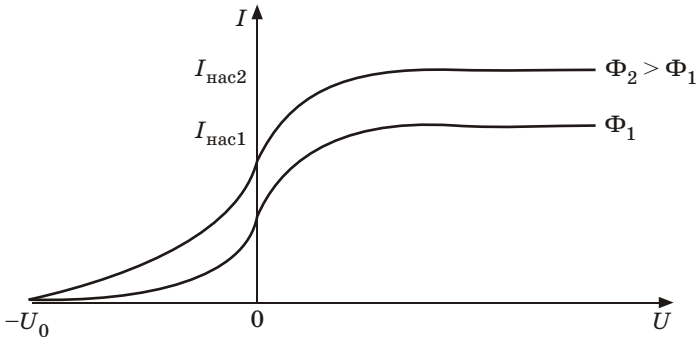


Рис. 5.11

анода. Гальмівна напруга не залежить від інтенсивності світла. Її величина дає змогу визначити кінетичну енергію вивільнених електронів:

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_0. \quad (5.35)$$

Якщо виміряти гальмівну напругу, можна визначити максимальне значення швидкості фотоелектронів.

Експериментальні дослідження зовнішнього фотоефекту показали, що він залежить не тільки від хімічної природи металу, але й від чистоти стану його поверхні, тому виміри проводяться у вакуумі й на свіжих поверхнях.

Аналізуючи вольт-амперні характеристики різних металів при різних частотах падаючого на катод випромінювання й різних енергетичних освітленостях катода та узагальнюючи результати експериментальних даних, було встановлено наступні *три закони зовнішнього фотоефекту*.

I. Закон Столетова: фотострум насичення (тобто число фотоелектронів, які вивільнені з катода за одиницю часу) пропорціональний інтенсивності освітлення.

II. Максимальна початкова швидкість фотоелектронів визначається частотою світла і не залежить від його інтенсивності.

III. Для кожної речовини існує червона межа фотоефекту, тобто мінімальна частота ν_0 світла, при якій ще можливий фотоефект (ν_0 залежить від хімічної природи речовини і чистоти її поверхні).

Фотоефект — явище *безінерційне*, тобто з припиненням освітлення поверхні він припиняється.

Закони фотоефекту протирічать уявленням хвильової теорії світла, згідно з якими електрон речовини під дією поля світлової хвилі здійснює вимушені коливання, амплітуда яких пропорціональна амплітуді хвилі. При достатній інтенсивності коливань зв'язок електрона з речовиною може бути порушеним і електрони будуть виходити за межі тіла із початковою швидкістю, яка повинна залежати від амплітуди (інтенсивності) світлової хвилі. В дійсності такої залежності немає — швидкість електронів залежить лише від частоти падаючого світла.

5.8. Квантова теорія фотоелекту

Явище фотоелекту і його закономірності повністю пояснюються квантовою теорією світла, побудованою А. Ейнштейном. Вона базується на уявленні про світло як потік фотонів.

Однофотонний фотоелект

По Ейнштейну, кожний квант поглинається тільки одним електроном. Тому кількість вирваних фотоелектронів повинна бути пропорційною інтенсивності світла (I закон фотоелекту).

Безінерційність фотоелекту пояснюється тим, що передача енергії при зіткненні фотона з електроном відбувається майже миттєво. В результаті поглинання фотона електрон одержує енергію $h \nu$. Якщо $h \nu > A$ — роботи виходу електрона з металу, то електрон може залишити метал.

За законом збереження енергії:

$$h \nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}. \quad (5.36)$$

Рівняння (5.36) називається *рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоелекту*. Це рівняння одержано в припущенні, що електрони не взаємодіють між собою. Тому передача фотонем енергії одному електрону не змінює енергії інших. Це *однофотонний фотоелект*.

Рівняння Ейнштейна пояснює закони фотоелекту. Безпосередньо з (5.35) випливає, що максимальна кінетична енергія фотоелектрона лінійно зростає при збільшенні частоти падаючого випромінювання і не залежить від його інтенсивності (числа фотонів), тому що ні робота виходу A , ні частота від інтенсивності світла не залежать (II закон фотоелекту).

Оскільки із зменшенням частоти світла кінетична енергія фотоелектронів зменшується ($A = \text{const}$ для даного металу), то при деякій достатньо малій частоті ν_0 кінетична енергія буде дорівнювати нулю і фотоелект припиниться (III закон фотоелекту). Тоді $h \nu_0 = A$, а

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \quad (5.37)$$

і є «червона межа» фотоелекту для даного металу. Вона залежить тільки від роботи виходу електрона, тобто від хімічної природи речовини та стану її поверхні.

Вираз (5.36) з урахуванням (5.35) можна записати у вигляді:

$$h \nu = A + eU_0,$$

звідки гальмівна напруга U_0 буде дорівнювати:

$$U_0 = \frac{h}{e} - \frac{A}{e}. \quad (5.38)$$

Оскільки робота виходу $A = h \nu_0$, то (5.38) можна записати інакше, а саме:

$$U_0 = \frac{h}{e} - \frac{h \nu_0}{e}$$

і звідси знайти сталу Планка

$$h = \frac{eU_0}{\nu_0}. \quad (5.39)$$

**Багатофотонний
фотоефект**

При великій інтенсивності світла (лазерні пучки) можливий *багатофотонний (нелінійний) фотоефект*. Це відбувається, коли електрон, який випромінює метал, одночасно отримує енергію від N фотонів. Рівняння Ейнштейна в такому випадку набуває вигляду:

$$Nh = A + \frac{1}{2}mv_{\max}^2.$$

Оскільки в лазерних пучках густина фотонів дуже велика, то електрон може поглинути не один, а декілька фотонів. При цьому електрон може придбати енергію, необхідну для виходу із речовини, навіть під дією світла з частотою, меншою за «червону границю» — порога однофотонного фотоефекту. Як наслідок, червона межа зсувається в бік більш довгих хвиль.

**Внутрішній
фотоефект**

Внутрішній фотоефект — це викликані електромагнітним випромінюванням переходи електронів всередині напівпровідника або діелектрика. У цих речовинах існують заборонені зони енергії. Вони створюють такі умови для фотоефекту, що він у діелектриках і напівпровідниках має деякі інші властивості, ніж у металах. Якщо у зовнішньому фотоефекті електрони при освітленні металу вилітають за його межі, то у внутрішньому фотоефекті електрони під дією поглинутого світла переходять з валентної зони у зону провідності, але за межі напівпровідника або діелектрика не вилітають. В результаті концентрація носіїв струму збільшується, що призводить до виникнення *фотопровідності* (підвищення електропровідності напівпровідника чи діелектрика при його освітленні) або до виникнення електрорушійної сили (ЕРС).

Вентильний фотоелемент

Вентильний фотоелемент — це виникнення електрорушійної сили при освітленні контакту двох напівпровідників різного типу, або контакту напівпровідника з металом (за відсутності зовнішнього електричного поля). Вентильний фотоелемент відкриває, таким чином, шляхи для безпосереднього перетворення світлової енергії в електричну.

Фотоелементи та їх застосування

На явищі фотоелементу заснована дія фотоелектронних приладів, які широко застосовуються в науці і техніці (телебачення, космічна техніка і т. ін.).

Фотоелементи — прилади, що працюють на основі фотоелементу і перетворюють енергію випромінювання в електричну.

Найпростішим фотоелементом із зовнішнім фотоелементом є *вакуумний фотоелемент* (рис. 5.12).

Він являє собою відкачаний скляний балон, внутрішня поверхня якого (за винятком віконця для попадання випромінювання) покрита світлочутливим шаром — *фотокатодом*. *Анод* має форму кільця, кульки або сітки, яка розміщується в центрі балона. Фотоелемент вмикається в електричне коло батареї, ЕРС якої підбирається так, щоб забезпечити фотострум насичення. Дуже важливим моментом є вибір матеріалу фотокатода. Для реєстрації видимого світла та інфрачервоного випромінювання використовується катод цезієвий; для ультрафіолетового випромінювання та короткохвильової частини видимого світла — сурма-цезієвий. Вакуумні фотоелементи безінерційні і це дозволяє їх використання в якості фотометричних приладів (експозиметр, люксметр та інші).

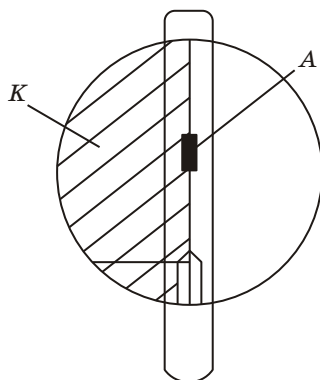


Рис. 5.12

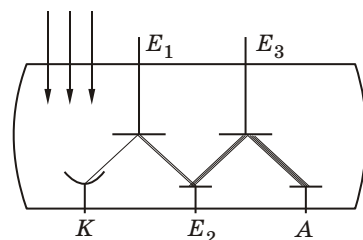


Рис. 5.13

Для підсилення фотоструму використовують *фотопомножувачі* (рис. 5.13), в яких поряд з фотоелементом використовується явище вторинної електронної емісії. Фотопомножувачі підсилюють первинний фотострум у багато разів, що дає

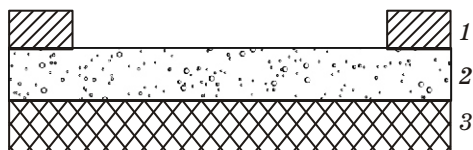


Рис. 5.14

1 можливість реєструвати дуже слабе випромінювання, аж до самого кванта.

2 Фоторезистори — (фотоелементи з внутрішнім фотоелементом) складаються з ізоляційної основи 3

(рис. 5.14), на яку нанесено тонкий шар напівпровідника 2 з металевим електродами 1.

Така система вміщується в ебонітову або пластмасову оправу з віконцем.

Світлочутливий шар покривають прозорим лаком, що виключає вплив оточуючого середовища. На відміну від фотоелементів із зовнішнім фотоелементом, які мають односторонню провідність, фоторезистори в однаковій мірі проводять струм в обох напрямках. Застосування фоторезисторів дає можливість проводити вимірювання в далекій інфрачервоній області, а також в областях рентгеновського і γ -випромінювання. Фоторезистори дуже інерційні, тому вони непридатні для реєстрації швидкозмінних світлових потоків.

Вентильні фотоелементи

Фотоелементи з запираючим шаром — це фотоелементи з вентильним фотоелементом. Вони мають велику інтегральну чутливість і не мають потреби у зовнішньому джерелі ЕРС. До вентильних фотоелементів відносяться германієві, кремнієві, селенові, сернисто-срібні та інші. Кремнієві та інші вентильні фотоелементи застосовуються для утворення сонячних батарей.

Розглянуті фотоелементи використовуються для контролю, управління і автоматизації різних процесів на виробництві, у військовій техніці для сигналізації і локації невидимим випромінюванням, в техніці звукового кіно, у різних системах зв'язку і т. ін.

Розглянуті фотоелементи використовуються для контролю, управління і автоматизації різних процесів на виробництві, у військовій техніці для сигналізації і локації невидимим випромінюванням, в техніці звукового кіно, у різних системах зв'язку і т. ін.

5.9. Гальмівне рентгеновське випромінювання та його спектр

Рентгеновське випромінювання (рентгеновські промені) — електромагнітне випромінювання, що займає спектральну область між ультрафіолетовим і гамма-випромінюванням у межах довжин хвиль від 10^2 до 10^{-3} нм (або енергій фотонів h від 10 еВ до декількох МеВ). Відкрито у 1895 році німецьким фізиком В. Рентгеном. Рентгеновське випромінювання з $\lambda < 0,2$ нм має значну

проникальну здатність і називається *жорстким*; при $> 0,2$ нм воно сильно поглинається речовиною і називається *м'яким*.

Найбільш поширеним джерелом рентгенівського випромінювання є рентгенівська трубка (рис. 5.15) в якій електрони, що вириваються із катода К внаслідок термоелектронної або автоелектронної емісії, прискорюються зовнішнім електричним полем, бомбардують анод А (металева мішень з важких металів, наприклад, вольфрам, молібден, хром тощо), площина якого утворює з напрямком руху електронів кут 45° .

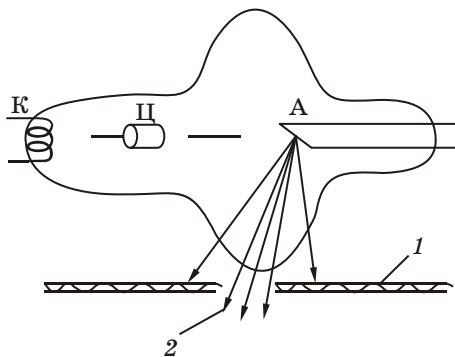


Рис. 5.15

Внаслідок цього рентгенівське випромінювання 2, що виникає при гальмуванні електронів анодом, виходить із трубки через отвір захисного свинцевого екрану 1. Оскільки напруга на трубці досить висока, то вона завжди працює в режимі струму насичення.

Хвильову природу рентгенівського випромінювання доказано дослідами по його дифракції і розглянуто у розділі 3.8.

Дослідження спектрального складу рентгенівського випромінювання показали, що його спектр має складну структуру і залежить як від енергії електронів, так і від матеріалу анода. Він являє собою накладання суцільного спектра та лінійчатого — сукупності окремих ліній на фоні суцільного спектра.

Було показано, що при низьких напругах рентгенівське випромінювання утворює суцільний спектр, який визначається лише енергією бомбардуючих анод електронів. При досягненні анода електрони гальмуються, внаслідок чого виникає рентгенівське випромінювання, яке називають *гальмівним*, а суцільний рентгенівський спектр — *гальмівним спектром*.

При підвищенні напруги на рентгенівській трубці, тобто при достатньо великій енергії бомбардуючих анод електронів, на фоні суцільного спектра з'являються окремі різкі лінії — лінійчатий спектр, який визначається матеріалом анода (природою речовини, з якої виготовлено анод). Виникаюче рентгенівське випромінювання називають *характеристичним*, а лінійчатий рентгенівський

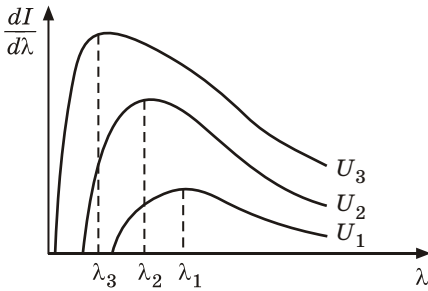


Рис. 5.16

спектр — *характеристичним спектром*. Це випромінювання буде розглянуто далі.

Розглянемо більш детально гальмівне рентгенівське випромінювання.

Згідно з класичною електродинамікою, при гальмуванні електрона повинні виникати хвилі всіх довжин — від нуля до нескінченності. Довжина

хвилі, на яку припадає максимум інтенсивності випромінювання, повинна зменшуватися при збільшенні напруги U на рентгенівській трубці. На рис. 5.16 експериментальні криві розподілення інтенсивності гальмівного рентгенівського випромінювання за довжинами хвиль, отримані для різних значень U ($U_3 > U_2 > U_1$).

При підвищенні напруги інтенсивність випромінювання збільшується, а короткохвильова межа зсувається в бік коротких хвиль. Наявність чіткої короткохвильової межі λ_{\min} є характерною особливістю суцільних рентгенівських спектрів.

Класична теорія не може пояснити існування короткохвильової межі λ_{\min} .

Експериментально встановлено, що *короткохвильова границя гальмівного рентгенівського спектра λ_{\min} пов'язана з прискорюючою напругою U співвідношенням:*

$$\lambda_{\min} = \frac{12\,390 \text{ (Å)}}{U \text{ (В)}}. \quad (5.40)$$

З погляду фотонної теорії кожний електрон при гальмуванні породжує один фотон. При повному переході енергії електрона в енергію випромінювання виникає фотон з максимальним значенням енергії, яка не може бути більшою, ніж енергія електрона. Звідки випливає, що частота випромінювання не може перевищити значення $\nu = eU/h$, тоді довжина хвилі не може бути меншою значення

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}. \quad (5.41)$$

Знайдене із співставлення (5.41) і (5.40) значення сталої Планка h добре узгоджується із її значеннями, визначеними іншими методами. Але метод визначення h на основі вимірювання

короткохвильової границі гальмівного рентгенівського спектра вважають найточнішим.

5.10. Ефект Комптона

У 1923 році американський фізик Артур Комптон відкрив явище, яке як і фотоэффект підтверджує гіпотезу фотонів. Комптон вивчав розсіювання жорсткого рентгенівського випромінювання на тілах, які складаються із легких атомів (графіт, парафін та інші). Схему його установки показано на рис. 5.17.

Джерелом рентгенівського випромінювання була рентгенівська трубка з молібденовим анодом. Вузький потік монохроматичного рентгенівського випромінювання виділявся діафрагмами D_1 і D_2 і розсіювався на досліджуваному тілі R . Для дослідження спектрального складу розсіяного випромінювання після проходження ряду діафрагм воно попадало на кристал K рентгенівського спектрографа, а потім в іонізаційну камеру або на фотоплівку P .

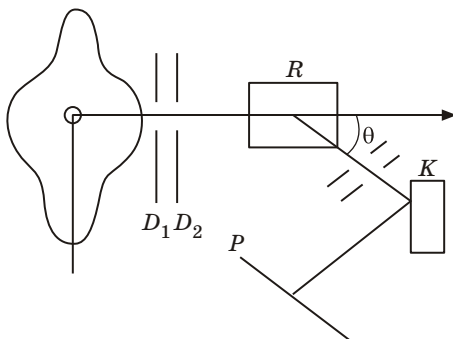


Рис. 5.17

Виявилось, що в розсіяному випромінюванні поряд з випромінюванням первісної довжини хвилі з'являються промені з довжиною хвилі $\lambda' > \lambda$. Зміна довжини хвилі $\lambda' - \lambda$ в бік довгохвильової частини спектра при розсіянні випромінювання було назване *комptonівським зміщенням*, а само явище — *ефектом Комптона*. Дослід показав, що *комptonівське зміщення* ($\lambda' - \lambda$) для досліджуваних речовин не залежить від складу речовини тіла, що розсіює, та довжини падаючої хвилі λ . Воно пропорційально квадрату синуса половини кута розсіювання θ .

Експериментально була встановлена така закономірність:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (5.42)$$

де θ — кут, що утворює напрям розсіяного випромінювання з напрямом первинного пучка; $\frac{h}{m_0 c}$ — стала величина (довжина хвилі Комптона), яка дорівнює $2,4 \cdot 10^{-12}$ м.

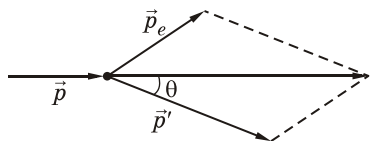


Рис. 5.18

Ефект Комптона можна пояснити тільки на основі уявлень про корпускулярну природу випромінювання. З цією метою розглянемо модель пружного зіткнення кванта рентгівського випромінювання з майже

вільним електроном, тобто з таким електроном, у якого енергія зв'язку з атомом набагато менша за енергію кванта (рис. 5.18). В цьому випадку для рентгівського випромінювання і електрона повинні виконуватися закони збереження енергії та імпульсу:

$$\begin{cases} E_{\Phi} + m_0 c^2 = E'_{\Phi} + E'_e; \\ \vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e. \end{cases} \quad (5.43)$$

Оскільки при зіткненні з фотоном електрон може одержати релятивістські швидкості, то і зіткнення повинно розглядатися на основі релятивістської механіки.

До зіткнення енергія фотона $E_{\Phi} = h\nu = pc$, а його імпульс $p = h\nu/c$; енергія електрона $E_e = m_0 c^2$, де m_0 — маса спокою електрона, а його імпульс $p_e = 0$. Після зіткнення енергія фотона $E'_{\Phi} = h\nu' = p'c$, імпульс $p' = h\nu'/c$, енергія електрона $E'_e = c\sqrt{p_e^2 + m_0^2 c^2}$, імпульс p_e . Перепишемо систему рівнянь (5.43) у вигляді:

$$\begin{cases} pc + m_0 c^2 = p'c + c\sqrt{p_e^2 + m_0^2 c^2}; \\ \vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} p + m_0 c = p' + \sqrt{p_e^2 + m_0^2 c^2}; \\ \vec{p}_e = \vec{p} - \vec{p}'. \end{cases} \quad (5.44)$$

Після певних математичних перетворень отримаємо

$$\begin{cases} p^2 - 2pp' + p'^2 + 2m_0 c(p - p') + m_0^2 c^2 = p_e^2 + m_0^2 c^2; \\ p_e^2 = p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2. \end{cases} \quad (5.45)$$

Звідки отримаємо імпульс фотона після зіткнення

$$p' = p \frac{m_0 c}{m_0 c + p(1 - \cos \theta)}. \quad (5.46)$$

Оскільки $p = \frac{h}{\lambda}$, а $p' = \frac{h}{\lambda'}$, то

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

або

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (5.47)$$

Величина $\frac{h}{m_0 c}$ називається **комptonівською довжиною хвилі**.

Отже, теоретично одержані дані повністю збігаються з результатами експерименту. Цим самим ефект Комптона не тільки підтверджує фотонну структуру світла, але й доводить справедливність законів збереження енергії та імпульсу при взаємодії фотона з електроном.

Контрольні запитання та завдання для самоперевірки

1. Що вивчає квантова оптика?
2. Який стан системи називають рівноважним?
3. Що є причиною виникнення теплового випромінювання?
4. Від чого залежить теплове випромінювання?
5. Визначити об'ємну густину енергії випромінювання.
6. Дати визначення спектральній густині об'ємної густини енергії випромінювання.
7. Яка величина є основною характеристикою випромінювання? Визначити її.
8. Що називають випромінювальною здатністю тіла, а що спектральною випромінювальною здатністю?
9. Що таке спектральна поглинальна здатність?
10. Чим відрізняється сіре тіло від чорного?
11. В чому полягає фізичний зміст універсальної функції Кірхгофа?
12. Сформулювати закон Кірхгофа для абсолютно чорного тіла.
13. Записати закони Стефана — Больцмана, Віна.
14. Що являє собою модель абсолютно чорного тіла за Релеєм і Джинсом?
15. Який вигляд має формула Релея — Джинса?
16. Що таке ультрафіолетова катастрофа?
17. Сформулювати гіпотезу Планка.

18. Запишіть формулу Планка.
19. Чому дорівнює енергія, імпульс та маса фотона?
20. Чому дорівнює маса спокою фотона?
21. Чому дорівнює швидкість фотона?
22. Запишіть формулу для світлового тиску при нормальному падінні світла.
23. Чому дорівнює відношення тисків на дзеркальну та чорну поверхні?
24. Які існують види фотоефекту?
25. Сформулюйте закони фотоефекту.
26. Що таке вольт-амперна характеристика фотоефекту? Наведіть графік.
27. Дати визначення гальмівній напрузі.
28. Запишіть рівняння Ейнштейна для фотоефекта.
29. Що таке робота виходу електрона з металу?
30. Що таке «червона межа» фотоефекту? Від чого вона залежить?
31. Як за допомогою рівняння Ейнштейна пояснити I та II закони фотоефекту?
32. Нарисуйте та поясніть вольт-амперні характеристики, що відповідають двом різним освітленостям катода (при заданій частоті світла), та двом різним частотам (при заданій освітленості).
33. У чому різниця характеру взаємодії фотона і електрона при фотоефекті та ефекті Комптона?
34. Що називається ефектом Комптона?
35. Запишіть формулу для зміни довжини хвилі при ефекті Комптона.
36. Чому дорівнює комптонівська довжина хвилі?
37. Як із дослідів по фотоефекту знаходиться стала Планка?
38. Запишіть основні рівняння, що зв'язують корпускулярно-хвильові властивості електромагнітного випромінювання (енергія та імпульс) з хвильовими властивостями (частота або довжина хвилі).

Приклади розв'язання задач

Задача 1

Поверхня Сонця за своїми властивостями близька до абсолютно чорного тіла. Максимум емісійної здатності припадає на довжину хвилі $m = 0,5\text{мкм}$ (у випромінюванні Сонця, що пройшло крізь атмосферу і досягло поверхні Землі, максимум припадає на

$m = 0,55$ мкм). Визначити: 1) температуру T сонячної поверхні; 2) енергію E , що випромінюється Сонцем за 1 секунду у вигляді електромагнітних хвиль; 3) масу m , що втрачає Сонце за 1 секунду за рахунок випромінювання; 4) приблизний час, за який маса Сонця зменшилась би за рахунок випромінювання на 1 %, якби температура Сонця залишалася сталою.

Розв'язання

1) За законом зміщення Віна температура сонячної поверхні

$$T = \frac{b}{\lambda} = 5,8 \text{ кК.}$$

2) Енергія, що випромінюється Сонцем

$$E = \dots \cdot t.$$

Потік енергії

$$= R_e S.$$

Енергетична світність за законом Стефана — Больцмана $R_e = T^4$, площа сонячної поверхні $S = 4 r_c^2$, а її температура $T = b/\lambda$, тоді

$$E = 4 r_c^2 \frac{b^4 t}{4} = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Дж.}$$

3) Кожної секунди маса Сонця зменшується на величину m ; енергія, що при цьому виділяється, $E = m \cdot c^2$.

Ця ж сама енергія

$$E = \dots \cdot t.$$

Тоді

$$m = \frac{t}{c^2} = 4,3 \cdot 10^9 \text{ кг} \quad 4,3 \text{ Гкг.}$$

4) Оскільки кожної секунди маса Сонця зменшується за рахунок випромінювання на m , то зміна маси Сонця на 1 % ($m_1 = 0,01 M_c$), відбувається за час

$$= \frac{m_1}{m} = \frac{0,01 M_c}{m} = \frac{0,01 \cdot 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot \text{с}}{4,3 \cdot 10^9 \text{ кг}} = 0,46 \cdot 10^{19} \text{ с} \approx 10^{11} \text{ років.}$$

Задача 2

Температура поверхні однієї зірки дорівнює $T_1 = 10^4$ К. Знайти температуру поверхні другої зірки, якщо довжина хвилі, що відповідає максимуму її випромінювальної здатності, на $= 0,5$ мкм більша за довжину хвилі, що відповідає максимуму випромінювальної здатності першої зірки.

Розв'язання

За законом зміщення Віна:

$$m_1 = \frac{b}{T_1}, \quad m_2 = \frac{b}{T_2}.$$

Відповідно до умови $m_2 = m_1 + \dots$. Тоді

$$T_2 = T_1 \frac{m_1}{m_2} = T_1 \frac{m_1}{m_1 + \dots} = \frac{b}{\frac{b}{T_1} + \dots} = 3670 \text{ К.}$$

Задача 3

Внаслідок зміни температури абсолютно чорного тіла максимум спектральної густини випромінювальності $(r, T)_{\max}$ змінився з $\lambda_1 = 2,4$ мкм до $\lambda_2 = 0,8$ мкм. Як і у скільки разів змінилася випромінювальність R_e тіла та максимальна спектральна густина випромінювальності?

Розв'язання

Використаємо закони Стефана — Больцмана та Віна.

$$(R_e)_1 = T_1^4; \quad (R_e)_2 = T_2^4;$$
$$(m)_1 = \frac{b}{T_1}; \quad (m)_2 = \frac{b}{T_2}.$$

Тоді

$$\frac{(R_e)_2}{(R_e)_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 81 \text{ раз.}$$

Максимальна спектральна густина випромінювальності $(r, T)_{\max} = CT^5$, де $C = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/м³ · К⁵.

Тоді

$$\frac{(r, T)_{\max 2}}{(r, T)_{\max 1}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 243 \text{ рази.}$$

Задача 4

Площа, що обмежена графіком спектральної густини енергетичної світності r, T чорного тіла, при переході від температури T_1 до температури T_2 збільшилася у 5 разів. Як при цьому зміниться довжина хвилі λ_{\max} , що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності чорного тіла?

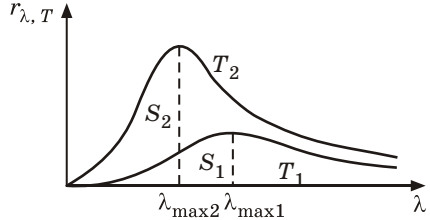


Рис. 5.19

Розв'язання

Площа, обмежена графіком r, T (рис. 5.19):

$$S_1 = R_{e_1} = \int_0^{\infty} r_{, T_1} \cdot d ; S_2 = R_{e_2} = \int_0^{\infty} r_{, T_2} \cdot d$$

Використуємо закони Стефана — Больцмана та Віна

$$R_{e_1} = T_1^4 ; R_{e_2} = T_2^4 ;$$

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_{\max 1}} ; T_2 = \frac{b}{\lambda_{\max 2}}$$

Звідки маємо:

$$\frac{\lambda_{\max 1}}{\lambda_{\max 2}} = \frac{T_2}{T_1} = 4 \sqrt[4]{\frac{R_{e_2}}{R_{e_1}}} = 4 \sqrt[4]{\frac{S_2}{S_1}} = 4 \sqrt[4]{5} = 1,49.$$

Довжина хвилі зменшилася у 1,49 разів.

Задача 5

Пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм падає нормально на дзеркальну плоску поверхню. Потік енергії $P = 0,6$ Вт. Знайти силу F тиску на цю поверхню, число фотонів N , що падають на неї за час $t = 5$ с.

Розв'язання

Сила світлового тиску F на поверхню S дорівнює

$$F = pS.$$

Світловий тиск

$$p = \frac{E_e (+ 1)}{c},$$

де E_e — опроміненість поверхні, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість світла, тоді

$$F = \frac{E_e S (1 + \dots)}{c}$$

Але $E_e \cdot S = \dots$ і $F = \dots (1 + \dots)$.

Оскільки поверхня дзеркальна $\dots = 1$, тоді сила світлового тиску буде дорівнювати

$$F = \dots \cdot 2 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \quad 3 \text{ нН.}$$

Кількість фотонів N , що падають за час t на поверхню:

$$N = \frac{W}{\dots} = \dots t;$$

Енергія фотона $\dots = h \nu = \frac{hc}{\lambda}$, тому

$$N = \frac{\dots \cdot t}{hc} = 9 \cdot 10^{18} \text{ фотонів.}$$

Задача 6

Тиск p монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм падає на чорну поверхню, розташовану перпендикулярно випромінюванню, і складає $0,1$ мкПа. Знайти концентрацію електронів у світловому пучку.

Розв'язання

Світловий тиск при нормальному падінні виражається формулою

$$p = w(1 + \dots)$$

Об'ємна густина енергії $w = \dots / V = \dots \cdot n$, де n — концентрація електронів. Але енергія фотона $\dots = h \nu = hc/\lambda$, тоді густина енергії $w = \frac{hc}{\lambda} n$. З іншого боку $w = \frac{p}{1 + \dots}$.

Із цих 2-х рівностей випливає:

$$n = \frac{p}{(1 + \dots)hc} = 3,02 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}.$$

Задача 7

Знайти довжину хвилі фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу електрона, що пройшов різницю потенціалів $U = 9,8$ В.

Розв'язання

Імпульс електрона $p_e = m_e v$.

Швидкість знайдемо за умови $eU = \frac{m_e v^2}{2}$, тоді

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}},$$

а імпульс

$$p_e = m_e \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{2m_e eU}.$$

Імпульс фотона $p_\phi = \frac{h}{\lambda}$.

Але $p_e = p_\phi$, тоді

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{p_\phi} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = 392 \text{ нм}.$$

Задача 8

Знайти максимальну швидкість v_{\max} фотоелектронів, що вириваються з поверхні цинку: 1) ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 0,155$ мкм; 2) -випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 3$ нм. Робота виходу електрона з цинку дорівнює $A = 4$ еВ, енергія спокою електрона $E_0 = 0,51$ МеВ.

Розв'язання

Максимальну швидкість фотоелектронів визначимо з рівняння Ейнштейна для фотоелектру

$$= A + T_{\max}.$$

Енергія фотона

$$= h\nu = h\frac{c}{\lambda}.$$

Кінетична енергія фотоелектрона в залежності від швидкості, яка йому надається, може бути виражена за класичною формулою

$$T = \frac{m_0 v^2}{2},$$

або за релятивістською

$$T = (m - m_0)c^2.$$

Швидкість фотоелектрона залежить від енергії фотона, що викликає фотоэффект: якщо енергія фотона значно менша за енергію спокою електрона E_0 , то електрон вважається класичною частинкою; якщо ж енергія фотона за порядком величини співпадає з енергією спокою електрона, то електрон вважається релятивістською частинкою.

1. Для ультрафіолетового випромінювання:

$$h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 8 \text{ еВ.}$$

Бачимо, що $h\nu_1 \ll E_0$. Тоді

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(h\nu_1 - A)}{m_0}} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с} \approx 1,08 \text{ Мм/с.}$$

2. Обчислимо енергію фотона ν_2 -випромінювання

$$h\nu_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = 6,63 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \approx 0,414 \text{ МеВ.}$$

Робота виходу електрона $A \ll h\nu_2$, тому можна вважати, що $h\nu_2 = T_{\text{max}} = 0,414 \text{ МеВ.}$

$$T = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \right) \cdot c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right),$$

де $\frac{v}{c} = \beta$, а $E_0 = m_0 c^2$.

Після математичних перетворень знаходимо:

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + T)T}}{E_0 + T} = 0,833;$$

$$v = \beta c = 250 \text{ Мм/с.}$$

Задача 9

Червона межа фотоэффекту для деякого металу дорівнює 500 нм. Знайдіть: 1) роботу виходу електронів із цього металу;

2) максимальну швидкість електронів, що вириваються з цього металу світлом з довжиною хвилі 400 нм.

Розв'язання

Робота виходу електронів із металу

$$A = h \nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = 3,978 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \quad 2,49 \text{ еВ.}$$

Максимальну швидкість фотоелектронів знайдемо із формули Ейнштейна для фотоефекту:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_{\max}^2}{2};$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mv_{\max}^2}{2}; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = 4,68 \cdot 10^5 \text{ м/с} \quad 468 \text{ км/с.}$$

Задача 10

При освітленні катода вакуумного фотоелемента монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 310$ нм фототок припиняється при деякій затримуючій різниці потенціалів. Якщо довжина хвилі збільшиться на 25 %, затримуюча напруга зменшиться на 0,8 В. За цими експериментальними даними знайти сталу Планка.

Розв'язання

Фототок припиниться при умові

$$T = eU.$$

Формула Ейнштейна набуває вигляду

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A + eU_1; \quad \frac{hc}{\lambda_2} = A + eU_2;$$

$$hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = e(U_1 - U_2);$$

$$hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{1,25 \lambda_1} \right) = e U; \quad h = \frac{5e}{c} \frac{U}{\lambda_1} = 6,61 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Задача 11

Фотон при зіткненні з електроном розсіявся на кут $\theta = 90^\circ$. Знайти енергію розсіяного фотона $h\nu'$, якщо енергія фотона до розсіяння $h\nu = 1,85$ МеВ.

Розв'язання

Зміна довжини хвилі фотона при розсіянні його на електроні на кут θ :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta).$$

Виразимо довжини хвиль через відповідні енергії:

$$\begin{aligned} \lambda' &= \frac{hc}{h\nu'} \Rightarrow \lambda' = \frac{hc}{\nu'}; \\ \lambda &= \frac{hc}{h\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\nu}. \end{aligned}$$

Тоді

$$\frac{hc}{\nu'} - \frac{hc}{\nu} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta),$$

або

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{1}{m_0 c} (1 - \cos \theta).$$

Оскільки $m_0 c^2 = E_0 = 0,51$ МеВ — енергія спокою електрона та $\theta = 90^\circ$, маємо:

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{1}{E_0} \Rightarrow \nu' = \frac{E_0}{\frac{1}{\nu} + E_0} = 0,4 \text{ МеВ}$$

Задача 12

В результаті ефекта Комптона фотон з довжиною хвилі $\lambda = 5$ пм був розсіяний на кут $\theta = 90^\circ$. Знайти зміну довжини хвилі фотона при розсіянні на вільному електроні та енергією електрона віддачі.

Розв'язання

Згідно з формулою Комптона

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = 2,43 \text{ пм.}$$

Кінетична енергія електрона віддачі T дорівнює різниці між енергією падаючого фотона та енергією γ розсіяного фотона.

$$T = h\nu - h\nu' ;$$

$$= \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} ;$$

$$T = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} = 130 \cdot 10^{-16} \text{ Дж} = 81,3 \cdot 10^3 \text{ еВ}$$

Задача 13

Довжина хвилі фотона до комптонівського розсіяння дорівнює $\lambda = 5 \text{ нм}$, після — $\lambda' = 7,4 \text{ нм}$. Знайти імпульс електрона віддачі при умові, що фотон розсіявся на кут $\theta = 90^\circ$.

Розв'язання

Згідно з законом збереження імпульсу (рис. 5.20)

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e$$

Звідки $p_e = \sqrt{p^2 + p'^2}$.

Оскільки

$$p = \frac{h}{\lambda}; \quad p' = \frac{h}{\lambda'};$$

$$p_e = \sqrt{\frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2}} = 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

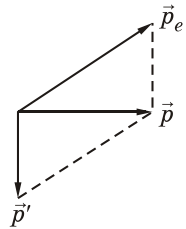


Рис. 5.20

Задачі для самостійного розв'язання

5.1. Визначити потік енергії Φ , що випромінюється з оглядового віконця плавильної печі, якщо площа отвору печі $S = 6 \text{ см}^2$, а температура печі $T = 1 \text{ кК}$.

Відповідь: $\Phi = 34 \text{ Вт}$.

5.2. За $t = 1 \text{ хв}$ з оглядового віконця плавильної печі площею $S = 8 \text{ см}^2$ випромінюється енергія $W = 5,65 \text{ Дж}$. Знайти температуру плавильної печі.

Відповідь: $T = 1,2 \text{ кК}$.

5.3. Вважаючи, що муфельна піч випромінює як абсолютно чорне тіло і розсіює стінками 70 % потужності, визначити температуру її внутрішньої поверхні при відкритому оглядовому отворі площею $S = 20 \text{ см}^2$, якщо потужність, яка споживається піччю, дорівнює $P = 1,4 \text{ кВт}$.

Відповідь: $T = 1380 \text{ К}$.

5.4. Знайти площу оглядового віконця плавильної печі, якщо при температурі печі $T = 1041 \text{ К}$ за час $t = 2$ хв. випромінюється енергія $W = 56,7 \text{ Дж}$.

Відповідь: $S = 10 \text{ см}^2$.

5.5. Термодинамічна температура абсолютно чорного тіла зросла у 3 рази. Визначити, у скільки разів збільшилася при цьому його енергетична світність? У скільки разів і як змінилася довжина хвилі, яка відповідає максимуму його випромінювальної здатності?

Відповідь: 1) $\frac{R_1}{R_2} = 81$; 2) зменшилася у 3 рази.

5.6. Потік енергії Φ , що випромінюється з поверхні Зірки площею $S = 1 \text{ км}^2$ становить $56,7 \text{ ГВт}$. Чому дорівнює температура верхніх шарів цієї Зірки?

Відповідь: $T = 10 \text{ кК}$.

5.7. Вважаючи нікель абсолютно чорним тілом, знайти потужність P , необхідну для підтримання температури розплавленого нікелю $t = 1453 \text{ }^\circ\text{C}$ сталюю, якщо площа його поверхні становить $S = 0,5 \text{ см}^2$. Втратами енергії знехтувати.

Відповідь: $P = 25,2 \text{ Вт}$.

5.8. Знайти температуру тіла, при якій воно при температурі оточуючого середовища $t_0 = 23 \text{ }^\circ\text{C}$ випромінювало енергії у 10 разів більше, ніж поглинало.

Відповідь: $T = 533 \text{ К}$.

5.9. До мідної кульки діаметром $d = 2 \text{ см}$ при температурі оточуючого середовища $t_0 = -13 \text{ }^\circ\text{C}$ підводять потужність $P = 0,107 \text{ Вт}$. Яку слід прийняти поглинальну здатність міді, для того, щоб температуру кульки підтримувати рівною $t = 17 \text{ }^\circ\text{C}$. Вважати теплові витрати обумовленими лише випромінюванням.

Відповідь: $\tau = 0,6$.

5.10. У скільки разів потрібно збільшити термодинамічну температуру абсолютно чорного тіла, щоб його випромінювальність R_e зросла у 2 рази?

Відповідь: у 1,19 разів.

5.11. Можна умовно вважати, що Земля випромінює як сіре тіло з коефіцієнтом чорноти $\tau = 0,26$. При якій температурі Землі випромінювальність її поверхні становить $R_e = 325 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \cdot \text{год}}$?

Відповідь: $T = 280 \text{ К}$.

5.12. Чорне тіло знаходиться при температурі $T_1 = 3$ кК. При охолодженні тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальності, змінилася на $= 8$ мкм. Знайти температуру, до якої тіло було охолоджене.

Відповідь: $T_2 = 323$ К.

5.13. Температура поверхні зірки $T = 4,98$ кК. Вважаючи, що зірка випромінює як абсолютно чорне тіло, знайти довжину хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальності $(r, T)_{\max}$.

Відповідь: $= 58$ нм.

5.14. При збільшенні термодинамічної температури T абсолютно чорного тіла у два рази довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальності $(r, T)_{\max}$, зменшилася на $= 400$ нм. Визначити початкову T_1 та кінцеву T_2 температури тіла.

Відповідь: $T_1 = 3,62$ кК; $T_2 = 7,24$ кК.

5.15. При переході від температури T_1 до температури T_2 площа, яка обумовлена графіком функції розподілу густини енергії рівноважного випромінювання по довжинам хвиль, збільшується у 16 разів. Як зміниться при цьому довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум емісійної здатності абсолютно чорного тіла?

Відповідь: λ_m зменшується у два рази.

5.16. Внаслідок нагрівання абсолютно чорного тіла довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини випромінювання змінилася з $\lambda_1 = 690$ нм до $\lambda_2 = 500$ нм. У скільки разів збільшилася при цьому енергетична світність тіла?

Відповідь: у 3,6 рази.

5.17. Температура T абсолютно чорного тіла змінилася з $T_1 = 1000$ К до $T_2 = 3000$ К. У скільки разів збільшилася при цьому його енергетична світність R_e ? На скільки змінилася довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум спектральної густини випромінювання? У скільки разів збільшилася його максимальна спектральна густина енергетичної світності $(r, T)_{\max}$?

Відповідь: 1) у 81 раз; 2) від $\lambda_2 = 2,9$ мкм до $\lambda_2 = 0,97$ мкм; 3) у 243 рази.

5.18. На скільки зменшиться маса Сонця за рік внаслідок випромінювання? За який час маса Сонця зменшиться удвічі?

Температуру поверхні Сонця вважати $T = 5800$ К. Випромінювання Сонця стає.

Відповідь: $m = 1,4 \cdot 10^{17}$ кг; $\tau = 7 \cdot 10^{12}$ років.

5.19. Температура абсолютно чорного тіла $T = 2$ К. Визначити:

1) спектральну густину випромінювальності $r_{\lambda, T}$ для довжини хвилі $\lambda_1 = 750$ нм; 2) випромінювальність R^* в інтервалі довжин хвиль від $\lambda_1 = 750$ нм до $\lambda_2 = 610$ нм. Вважати, що середня густина випромінювальності тіла в цьому інтервалі дорівнює значенню, що знайдене для довжини хвилі $\lambda_1 = 750$ нм.

Відповідь: 1) 30 МВт/(м²нм); 2) 600 Вт/м².

5.20. Куля радіусом $R = 8$ см випромінює як сіре тіло. Потужність випромінювання при сталій температурі кулі $T_1 = 1000$ К дорівнює $P = 800$ Вт. Визначити коефіцієнт чорноти кулі.

Відповідь: $\epsilon = 0,18$.

5.21. Довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, збільшилася на $\Delta\lambda = 600$ нм при охолодженні абсолютно чорного тіла. Термодинамічна температура тіла при цьому зменшилася у три рази. Знайти початкову і кінцеву температури і довжини хвиль, на які припадають максимуми випромінювальної здатності на цих температурах. У скільки разів змінилась випромінювальна здатність?

Відповідь: 1) $T_1 = 9,66$ К, $T_2 = 3,22$ К; 2) $\lambda_1 = 300$ нм, $\lambda_2 = 900$ нм; 3) $\frac{r_1}{r_2} = 243$.

5.22. Довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, зменшилася у три рази при збільшенні його температури від T_1 до T_2 . Визначити, у скільки і як зміниться площа, що обмежена графіком функції випромінювальної здатності тіла від довжини хвилі.

Відповідь: збільшиться у 81 раз.

5.23. Куб, ребра якого $a = 20$ см, нагрітий до деякої сталої температури. Випромінювальна потужність куба $P = 2$ кВт, коефіцієнт чорноти $\epsilon = 0,2$. Знайти температуру куба.

Відповідь: $T = 930$ К.

5.24. По дроту діаметром $d = 1$ мм протікає струм $I = 5$ А. Температура дроту підтримується сталою і рівною $t = 727$ °С. Питомий опір дроту $\rho = 9,2 \cdot 10^{-7}$ Ом · м. Температура оточуючого дрiт

середовища $t_0 = 17^\circ\text{C}$. Знайти поглинальну здатність дроту, вважаючи його поверхню сірою.

Відповідь: $\alpha_T = 0,165$.

5.25. Використавши формулу Планка, знайти спектральну густину потоку випромінювання одиниці поверхні чорного тіла, що припадає на вузький інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda = 5\text{ нм}$ навколо максимуму спектральної густини енергетичної світності, якщо температура чорного тіла $T = 2500\text{ К}$.

Відповідь: $(r_{\lambda, T}) = 6,26 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$.

5.26. Знайти поверхневу густину I потоку енергії випромінювання, що падає на дзеркальну поверхню, якщо світловий тиск p при нормальному падінні променів дорівнює 10 мкПа .

Відповідь: $I = 1,5\text{ кВт/м}^2$.

5.27. На поверхню площею $S = 0,01\text{ м}^2$ в одиницю часу падає світлова енергія $W = 1,05\text{ Дж/с}$. Знайти світловий тиск p у випадках, коли поверхня повністю відбиває і повністю поглинає промені, що на неї падають.

Відповідь: $p_1 = 0,7\text{ мкПа}$; $p_2 = 0,35\text{ мкПа}$.

5.28. Світловий тиск на стінки електричної 100-ватної лампи дорівнює $p = 10,4\text{ мкПа}$. Знайти радіус колби, зробленої у формі сфери. Стінки лампи відбивають 4% , а пропускають 6% світла, що на них падає. Вважати, що потужність, яка споживається при цьому повністю витрачається на випромінювання.

Відповідь: $R = 0,05\text{ м}$.

5.29. Монохроматичний пучок світла $\lambda = 490\text{ нм}$ падає нормально на деяку поверхню й здійснює світловий тиск $p = 4,9\text{ мкПа}$. Знайти число фотонів, що падають в одиницю часу на одиницю площі цієї поверхні. Коефіцієнт відбиття $\rho = 0,25$.

Відповідь: $N = 2,9 \cdot 10^{21}$.

5.30. Знайти енергію фотона, при якій його еквівалентна маса дорівнює масі спокою електрона. Відповідь подати в електронвольтах.

Відповідь: $E = 512\text{ кеВ}$.

5.31. Швидкість електрона $v_e = 1,46 \cdot 10^3\text{ м/с}$. Чому дорівнює довжина хвилі електрона, якщо його імпульс дорівнює імпульсу фотона?

Відповідь: $\lambda = 0,5\text{ мкм}$.

5.32. З якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона, довжина хвилі якого $= 2$ пм.

Відповідь: $v = 0,77$ м/с.

5.33. Кінетична енергія електрона дорівнює енергії фотона. Знайти довжину хвилі електрона, якщо його швидкість $v = 935$ км/с.

Відповідь: $= 0,5$ мкм.

5.34. При якій температурі T кінетична енергія молекули двоатомного газу буде дорівнювати енергії фотона з довжиною хвилі $= 589$ нм?

Відповідь: $T = 9800$ К.

5.35. Знайти червону межу фотоелектру для цезія, якщо при опроміненні його поверхні фіолетовим світлом довжиною хвилі $= 400$ нм, максимальна швидкість v_{\max} фотоелектронів дорівнює $0,65$ Мм/с.

Відповідь: $\lambda_0 = 640$ нм.

5.36. Довжина хвилі, що відповідає червоній границі фотоелектру для деякого металу, $\lambda_0 = 196$ нм. Знайти мінімальну енергію фотона, що викликає фотоелектр.

Відповідь: $\lambda_{\min} = 6,3$ еВ.

5.37. Червона межа фотоелектру для металу $\lambda_0 = 10^{15}$ с⁻¹. Метал опромінюється монохроматичним світлом. Затримуюча різниця потенціалів становить $U = 2$ В. Знайти роботу виходу електронів з металу A і частоту світла, яким опромінювався метал.

Відповідь: $A = 4,1$ еВ; $\nu = 1,5 \cdot 10^{15}$ с⁻¹.

5.38. Червона межа фотоелектру для цинку $\lambda_0 = 310$ нм. Знайти роботу виходу електронів A з цинку, максимальну швидкість v_{\max} і енергію фотоелектронів E при опроміненні цинку світлом з довжиною хвилі $= 220$ нм. Яка доля енергії витрачається на виривання електрона?

Відповідь: $A = 4$ еВ; $v_{\max} = 8,8 \cdot 10^5$ м/с; $E = 2,2$ еВ; $= 0,65$.

5.39. Фотони з енергією $= 4,9$ еВ вибивають електрони з металу, робота виходу з якого становить $A = 4,5$ еВ. Знайти максимальний імпульс p_{\max} , що передається поверхні металу при виліті кожного електрона.

Відповідь: $p_{\max} = 3,45 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с.

5.40. На цинкову пластину падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 220$ нм. Знайти максимальну швидкість v_{\max} фотоелектронів.

Відповідь: $v_{\max} = 760$ нм/с.

5.41. Максимальна швидкість v_{\max} фотоелектронів, що вилітають із металу при опроміненні його λ -фотонами, дорівнює 291 Мм/с. Знайти енергію E фотонів.

Відповідь: $E = 1,59$ МеВ.

5.42. На поверхню літію падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 310$ нм. Яку різницю потенціалів слід прикласти, щоб припинити емісію електронів? Робота виходу електронів із літію $A = 2,3$ еВ.

Відповідь: $U = 1,7$ В.

5.43. Плоский срібний електрод освітлюється монохроматичним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 83$ нм. На яку максимальну відстань від поверхні електрода може віддалитися фотоелектрон, якщо поза електродом існує затримуюче електричне поле, напруженість якого $E = 10$ В/см. Червона межа фотоелементу для срібла $\lambda_0 = 264$ нм.

Відповідь: $S = 1,03$ см.

5.44. При освітленні вакуумного фотоелемента монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,4$ мкм він заряджається до різниці потенціалів $U_1 = 2$ В. До якої різниці потенціалів зарядиться фотоелемент, якщо його освітлювати монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0,3$ мкм?

Відповідь: $U_2 = 3,04$ В.

5.45. Відокремлена срібна кулька заряджена до потенціалу $U = 1,28$ В. Робота виходу електрона із срібла $A = 4,7$ еВ. Знайти довжину хвилі ультрафіолетового випромінювання, що освітлює цю кульку.

Відповідь: $\lambda = 208$ нм.

5.46. На металеву пластинку, що приєднана до електрометра, падає рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 20$ нм. До якого потенціалу зарядилася пластинка? Роботою виходу знехтувати.

Відповідь: $U = 62$ В.

5.47. Фотон з енергією $E = 0,75$ МеВ розсіявся на вільному електроні під кутом $\theta = 60^\circ$. Знайти: 1) енергією E' розсіяного фотона;

2) кінетичну енергію електрона віддачі; 3) напрямок руху електрона. Вважати, що кінетична енергія та імпульс електрона до зіткнення з фотоном були нехтовно малі.

Відповідь: $\lambda' = 0,43 \text{ MeV}$; $T = 0,32 \text{ MeV}$; $\theta = 35^\circ$.

5.48. Вузкий пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання падає на розсіюючу речовину. З'ясувалося, що довжини хвиль розсіяного під кутами $\theta_1 = 60^\circ$ і $\theta_2 = 120^\circ$ випромінювання відрізняються у 1,5 рази. Знайти довжину хвилі падаючого випромінювання. Вважати, що розсіяння відбувається на вільних електронах.

Відповідь: $\lambda = 3,64 \text{ пм}$.

5.49. Під яким кутом розсіявся фотон, якщо довжина хвилі розсіяного фотона виявилася рівною комптонівській довжині хвилі. Енергія падаючого фотона $\lambda = 1,025 \text{ MeV}$.

Відповідь: $\theta = 60^\circ$.

5.50. В результаті комптонівського ефекту фотон розсіявся на вільному електроні на кут $\theta = \pi/2$. Енергія фотона після розсіювання $\lambda' = 83,7 \text{ кеВ}$. Знайти енергію фотона до розсіювання.

Відповідь: $\lambda = 100 \text{ кеВ}$.

5.51. Знайти кут розсіювання фотона, якщо його енергія до розсіювання $\lambda = 0,25 \text{ MeV}$, а кінетична енергія електрона віддачі $T = 106 \text{ кеВ}$.

Відповідь: $\theta = 120^\circ$.

5.52. При комптонівському розсіюванні енергія падаючого фотона розподіляється порівну між розсіяним фотоном і електроном віддачі. Кут розсіювання $\theta = \pi/2$. Знайти енергію λ' і імпульс p' розсіяного фотона.

Відповідь: $\lambda' = 0,26 \text{ MeV}$; $p' = 9,3 \cdot 10^{-12} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

5.53. Яка була довжина хвилі λ_0 рентгенівського випромінювання, якщо при комптонівському розсіюванні цього випромінювання графітом під кутом $\theta = 60^\circ$ довжина хвилі розсіяного фотона стала рівною $\lambda = 25,4 \text{ пм}$.

Відповідь: $\lambda_0 = 24,5 \text{ пм}$.

5.54. Знайти імпульс p електрона віддачі при ефекті Комптона, якщо фотон з енергією λ , що дорівнює енергії спокою електрона E_0 , був розсіяний на кут $\theta = 180^\circ$. Вважати електрон релятивістським.

Відповідь: $p = 3,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

5.55. Знайти максимальну зміну довжини хвилі при комптонівському розсіюванні на вільних протонах.

Відповідь: $w_{\max} = 2,64$ фм.

5.56. При кутах розсіяння $\alpha_1 = 60^\circ$; $\alpha_2 = 90^\circ$; $\alpha_3 = 180^\circ$ знайти частку енергії w_1 падаючого фотона, яка припадає на розсіяний фотон, та частку w_2 цієї енергії, отриману електроном віддачі. Енергія падаючого фотона дорівнює енергії спокою електрона.

Відповідь: 1) $w_1 = 0,67$; $w_2 = 0,33$; 2) $w_1 = w_2 = 0,5$; 3) $w_1 = 0,33$; $w_2 = 0,67$.

5.57. Визначити кут розсіяння фотона, який зазнав зіткнення з вільним електроном, якщо довжина хвилі при ефекті Комптона змінилася на $\Delta w = 3,62$ пм.

Відповідь: $\alpha_1 = 120^\circ$; $\alpha_2 = 240^\circ$.

5.58. Фотон з довжиною хвилі $w = 700$ нм (видима частина спектра) розсіюється під кутом $\alpha = \pi/2$ на вільному електроні, що знаходиться у спокої. Знайти: а) яку частку первісної енергії втрачає при цьому фотон; б) яку швидкість придбав електрон.

Відповідь: $w = 0,347 \cdot 10^{-5}$; $v = 1,47$ км/с.

5.59. Розв'язати попередню задачу для випадку $w = 0,1$ нм (рентгенівське випромінювання).

Відповідь: $w = 0,024$; $v = 1,03 \cdot 10^7$ м/с.

5.60. α -квант з енергією $w = 1$ МеВ розсіявся під кутом $\alpha = 90^\circ$ на вільному протоні, що знаходиться у стані спокою. Знайти: а) яку кінетичну енергію T передає α -квант протону; б) з якою швидкістю буде рухатися протон після «зіткнення».

Відповідь: а) $T = 1,07$ кеВ ; б) $v = 4,5 \cdot 10^5$ м/с.



I. Оптика

1.1. Геометрична оптика

- 1. Що таке світло за сучасними уявленнями?**
 - а) хвильовий процес;
 - б) механічні коливання;
 - в) повздовжні хвилі;
 - г) потік квантів.
- 2. Що вивчається в геометричній оптиці?**
 - а) властивості світла, його фізична природа та взаємодія з речовиною;
 - б) закони розповсюдження світла в прозорих середовищах, що базуються на уявленні про нього як про сукупність променів;
 - в) закони розповсюдження світла та його взаємодія з речовиною, обумовлені хвильовою природою світла;
 - г) закони розповсюдження світла та його взаємодія з речовиною, обумовлені корпускулярно-хвильовим дуалізмом світла.
- 3. Де на шкалі електромагнітних хвиль розташований діапазон видимого світла?**
 - а) між радіохвилями і інфрачервоним випромінюванням;
 - б) між інфрачервоним і ультрафіолетовим випромінюванням;
 - в) між ультрафіолетовим і рентгенівським випромінюванням;
 - г) між рентгенівським і гамма-випромінюванням.
- 4. Яке зображення предмета в плоскому дзеркалі?**
 - а) уявне;
 - б) зменшене;
 - в) дійсне;
 - г) збільшене.
- 5. В яких одиницях вимірюється оптична сила лінзи?**
 - а) в метрах;
 - б) в метрах за секунду;

- в) в герцах;
- г) в діоптріях.

6. Виберіть правильне твердження:

- а) світлові хвилі поширюються тільки у вакуумі;
- б) при переході світлових хвиль з повітря в воду змінюється їх частота;
- в) для поширення світлових хвиль обов'язково необхідне пружне середовище;
- г) при переході світлових хвиль з повітря у скло змінюється довжина хвилі.

7. Промінь падає на плоске нерухоме дзеркало під кутом 30° . На який кут зміниться напрямок променя після відбиття його від плоского дзеркала?

- а) 150° ;
- б) 120° ;
- в) 30° ;
- г) 60° .

8. Предмет, розташований на відстані 20 см від плоского дзеркала, пересунули на 10 см ближче до дзеркала. Виберіть правильне твердження:

- а) відстань від предмета до зображення стала 20 см;
- б) відстань від зображення до дзеркала стала 20 см;
- в) зображення предмета знаходиться на поверхні дзеркала.
- г) відстань від предмета до зображення зменшилась на 10 см.

9. Яким буде зображення предмета, якщо відстань від предмета до збирної лінзи більше подвійної фокусної відстані?

- а) пряме уявне зменшене;
- б) пряме уявне збільшене;
- в) обернене дійсне зменшене;
- г) обернене дійсне збільшене.

10. Чому дорівнює фокусна відстань лінзи, якщо при відстані предмета до неї, що дорівнює 30 см, висота зображення 6 см? Висота предмета 3 см.

- а) $F = 20$ см;
- б) $F = 2$ м;
- в) $F = 0,3$ м;
- г) $F = 1,5$ м.

11. За яких умов реальну оптичну систему можна вважати ідеальною?

- а) система працює в паралельних променях;
- б) на систему падає пучок похилих променів,
- в) система працює в параксіальних променях;
- г) виключені хроматичні і сферичні аберації.

12. З якого рівняння можна обчислити кут повного внутрішнього відбиття?

- а) $\sin \theta = n_{21}$;
- б) $\operatorname{tg} \theta = n_{21}$;
- в) $I = kI_0 \cos^2 \theta$;
- г) $I = I_0 e^{-x}$.

13. Що називають елементом геометричної довжини шляху між двома точками?

- а) ndl ;
- б) dl ;
- в) $\int_L ndl$;
- г) $\int_L dl$.

14. Що називають геометричною довжиною шляху між двома точками?

- а) ndl ;
- б) dl ;
- в) $\int_L ndl$;
- г) $\int_L dl$.

15. Що називають елементом оптичної довжини шляху між двома точками?

- а) ndl ;
- б) dl ;
- в) $\int_L ndl$;
- г) $\int_L dl$.

16. Що називають оптичною довжиною шляху між двома точками?

- а) ndl ;
- б) dl ;
- в) $\int_L ndl$;
- г) $\int_L dl$.

17. Якою умовою описується принцип Ферма?

- а) $\frac{dn}{d} > 0$;
- б) $\frac{dn}{d} < 0$;
- в) $\frac{dn}{d} = 0$;
- г) $\int_A^B ndl = 0$.

1.2. Хвильова оптика

18. Що вивчають в хвильовій оптиці?

- а) властивості світла, його фізичну природу та взаємодію з речовиною;
- б) закони розповсюдження світла в прозорих середовищах, що базуються на уявленні про нього як про сукупність променів;
- в) закони розповсюдження світла та його взаємодію з речовиною, обумовлені хвильовою природою світла;
- г) закони розповсюдження світла та його взаємодію з речовиною, обумовлені корпускулярно-хвильовим дуалізмом світла.

19. Які явища є наслідком хвильової природи світла?

- а) інтерференція і дифракція світла;
- б) фотоефект;
- в) поляризація світла;
- г) тиск світла.

20. Що називають явищем інтерференції?

- а) явище додавання когерентних хвиль, в результаті якого спостерігається їх підсилення в одних точках простору та послаблення в інших;
- б) явище додавання когерентних електромагнітних хвиль оптичного діапазону, в результаті якого спостерігається їх підсилення в одних точках простору та послаблення в інших;
- в) явище огинання хвилями перешкод, що трапляються на їхньому шляху;
- г) явище огинання електромагнітними хвилями оптичного діапазону перешкод, що трапляються на їхньому шляху.

21. Що називають хвильовим цугом?

- а) переривчасте випромінювання світла атомами у вигляді окремих коротких імпульсів;
- б) когерентність коливань, які існують в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохроматичності хвиль;
- в) максимальну відстань поперечно напрямку розповсюдження хвилі, на якій можливо існування інтерференції;
- г) середня тривалість одного періоду коливань.

22. Що називають часовою когерентністю?

- а) переривчасте випромінювання світла атомами у вигляді окремих коротких імпульсів;
- б) когерентність коливань, які існують в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохроматичності хвиль;
- в) максимальну відстань поперечно напрямку розповсюдження хвилі, на якій можливо існування інтерференції;
- г) середня тривалість одного періоду коливань.

23. Що називають часом когерентності?

- а) переривчасте випромінювання світла атомами у вигляді окремих коротких імпульсів;
- б) когерентність коливань, які існують в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохроматичності хвиль;
- в) максимальну відстань поперечно напрямку розповсюдження хвилі, на якій можливо існування інтерференції;
- г) середня тривалість одного циклу коливань.

24. Що називають радіусом когерентності?

- а) переривчасте випромінювання світла атомами у вигляді окремих коротких імпульсів;
- б) когерентність коливань, які існують в одній і тій самій точці простору, що визначається ступенем монохроматичності хвиль;
- в) максимальну відстань поперечно напрямку розповсюдження хвилі, на якій можливо існування інтерференції;
- г) середня тривалість одного періоду коливань.

25. Який ефект спостерігається при накладанні двох світлових хвиль з однаковою частотою і постійною різницею фаз?

- а) заломлення світла;
- б) відбиття світла;
- в) інтерференція світла;
- г) дисперсія світла.

26. В деякій точці простору накладаються одна на одну дві когерентні світлові хвилі з різницею ходу півтори довжини хвилі. Яка різниця фаз цих хвиль?

- а) фази хвиль в даній точці простору однакові;
- б) фази хвиль відрізняються на $\pi/2$;
- в) хвилі приходять в дану точку в протифазі;
- г) фази хвиль відрізняються на $\pi/4$.

27. В деяку точку простору приходять дві когерентні світлові хвилі з різницею ходу 1,2 мкм. При якій довжині хвилі буде спостерігатись інтерференційний максимум?

- а) = 450 нм;
- б) = 525 нм;
- в) = 600 нм;
- г) = 675 нм.

28. При якій різниці ходу для фіолетових променів ($\lambda = 400$ нм) буде спостерігатись інтерференційний максимум першого порядку?

- а) = 400 нм;
- б) = 200 нм;
- в) = 800 нм;
- г) = 1200 нм.

29. Яке співвідношення визначає інтенсивність за умов інтерференції двох хвиль?

- а) $I = I_0 e^{-x}$;
- б) $I = I_1 + I_2 + I_{12}$;
- в) $I = \pm m$, $m \in \mathbb{Z}$;
- г) $I = \pm(2m + 1)\frac{I_0}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$.

30. Який вигляд має умова інтерференційних максимумів?

- а) $I = I_0 e^{-x}$;
- б) $I = I_1 + I_2 + I_{12}$;
- в) $I = \pm m$, $m \in \mathbb{Z}$;
- г) $I = \pm(2m + 1)\frac{I_0}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$.

31. Який вигляд має умова інтерференційних мінімумів?

- а) $I = I_0 e^{-x}$;
- б) $I = I_1 + I_2 + I_{12}$;
- в) $I = \pm m$, $m \in \mathbb{Z}$;
- г) $I = \pm(2m + 1)\frac{I_0}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$.

32. У чому полягає просвітлення оптики?

- а) у збільшенні прозорості оптичного скла;
- б) у застосуванні світлофільтрів;
- в) у збільшенні вхідного отвору оптичної системи;
- г) в інтерференції світла на поверхні оптичного скла.

33. Яку мінімальну товщину повинна мати плівка, нанесена на пластинку, для погашення зеленого світла при відбитті ($\lambda = 560 \text{ нм}$, $n_{\text{пластинки}} > n_{\text{плівки}}$, $n_{\text{плівки}} = 1,4$, світло падає нормально)?

- а) $d_{\min} = 300 \text{ нм}$;
- б) $d_{\min} = 100 \text{ нм}$;
- в) $d_{\min} = 560 \text{ нм}$;
- г) $d_{\min} = 280 \text{ нм}$.

34. Який ефект називають дифракцією світла?

- а) явище додавання когерентних хвиль, в результаті якого спостерігається їх підсилення в одних точках простору та послаблення в інших;
- б) явище додавання когерентних електромагнітних хвиль оптичного діапазону, в результаті якого спостерігається їх підсилення в одних точках простору та послаблення в інших;
- в) явище огинання хвилями перешкод, що трапляються на їхньому шляху;
- г) явище огинання електромагнітними хвилями оптичного діапазону перешкод, що трапляються на їхньому шляху.

35. Чому дорівнює різниця ходу променів, що приходять в дану точку від двох сусідніх зон Френеля?

- а) $\frac{\lambda}{2}$; б) λ ; в) 0 ; г) $\frac{3\lambda}{2}$;

36. Яка буде освітленість E в точці, до якої доходить світло від перших двох зон Френеля, при дифракції світла на круглому отворі? (E_1 і E_2 — освітленості, створені першою та другою зонами Френеля).

- а) $E = E_1 + E_2$;
- б) $E = \frac{1}{2}(E_1 - E_2)$;
- в) $E = E_1 - E_2$;
- г) $E = \frac{1}{2}(E_1 + E_2)$.

37. Чому дорівнює амплітуда результуючого коливання в точці, куди приходять сигнал від нескінченного числа зон Френеля?

- а) половині амплітуди коливання від центральної зони;
- б) сумі амплітуд коливань від усіх зон Френеля;
- в) амплітуді від першої зони Френеля;
- г) сумі амплітуд коливань від перших двох зон Френеля.

38. Чому дорівнює радіус m -ї зони Френеля сферичної хвилі?
- а) $\sqrt{\frac{ab}{a+b}}m$; б) \sqrt{bm} ; в) $\sqrt{\frac{ab}{a+b}}$; г) \sqrt{b} .
39. Чому дорівнює радіус m -ї зони Френеля плоскої хвилі?
- а) $\sqrt{\frac{ab}{a+b}}m$; б) \sqrt{bm} ; в) $\sqrt{\frac{ab}{a+b}}$; г) \sqrt{b} .
40. Чому дорівнює період дифракційної решітки?
- а) $\frac{\sin}{\cos}$; б) $\frac{1}{m}, m \in N$; в) $—$; г) $a+b$.
41. Яка умова дифракційного максимуму для дифракції на щілини шириною b ?
- а) $b \sin \theta = m$;
- б) $b \sin \theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$;
- в) $d \sin \theta = m$;
- г) $d \sin \theta = 0$.
42. Яка умова дифракційного максимуму для дифракції на дифракційній решітці зі сталою $d = b + a$?
- а) $b \sin \theta = m$;
- б) $b \sin \theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$;
- в) $d \sin \theta = m$;
- г) $d \sin \theta = 0$.
43. Чому дорівнює різниця ходу променів червоного світла ($\lambda = 760$ нм) для максимуму другого порядку в дифракційному спектрі?
- а) $\lambda = 760$ нм ;
- б) $\lambda = 380$ нм ;
- в) $\lambda = 1520$ нм ;
- г) $\lambda = 1900$ нм ;
44. Чому дорівнює стала дифракційної решітки, якщо червона лінія ($\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м) в спектрі другого порядку спостерігається під кутом 30° до нормалі к решітці?
- а) $d = 1,4 \cdot 10^{-7}$ м ;
- б) $d = 7 \cdot 10^{-7}$ м ;
- в) $d = 2,8 \cdot 10^{-6}$ м ;
- г) $d = 2,1 \cdot 10^{-5}$ м ;

45. Чому дорівнює дисперсійна область дифракційної решітки?

- а) $\frac{d}{d}$; б) $\frac{d}{m}$, $m \in N$; в) —; г) $a + b$.

46. Чому дорівнює кутова дисперсія дифракційної решітки?

- а) $\frac{d}{d}$; б) $\frac{d}{m}$, $m \in N$; в) —; г) $a + b$.

47. Чому дорівнює роздільна здатність дифракційної решітки?

- а) $\frac{d}{d}$; б) $\frac{d}{m}$, $m \in N$; в) —; г) $a + b$.

48. Для яких променів використовується просторова решітка кристала як дифракційна решітка?

- а) променів видимого діапазону;
б) інфрачервоних;
в) ультрафіолетових;
г) рентгенівських.

49. Які характеристики відповідають тільки поляризованому світлу?

- а) світло поширюється в одному напрямку;
б) світлова хвиля — поперечна;
в) вектори \vec{E} і \vec{H} мають певні орієнтації;
г) світлові хвилі поширюються у взаємно перпендикулярних напрямках.

50. Що називають площиною поляризації?

- а) площину, в якій розташований вектор напруженості магнітного поля;
б) площину, в якій розташований вектор електричного поля;
в) відбиваючу поверхню;
г) площину, що збігається з площиною рисунка.

51. Що стверджує закон Малюса?

- а) $\sin \theta = n_{21}$;
б) $\operatorname{tg} \theta = n_{21}$;
в) $I = kI_0 \cos^2 \theta$;
г) $I = I_0 e^{-\alpha x}$.

52. З якого співвідношення можна визначити кут Брюстера?

- а) $\sin \theta = n_{21}$;
б) $\operatorname{tg} \theta = n_{21}$;

- в) $I = kI_0 \cos^2$;
 г) $I = I_0 e^{-x}$.

53. Завдяки чому може обертатись площина поляризації?

- а) зміна концентрації розчину;
 б) зміна напруженості електричного поля;
 в) зміна спектрального складу світла;
 г) збільшення інтенсивності падаючого світла.

54. Що відбувається з інтенсивністю світла, що пройшло через один поляризатор?

- а) не змінюється;
 б) зменшуються в 0,25 рази;
 в) посилюється в 0,25 рази;
 г) зменшується в 2 рази;

55. Чому дорівнює кут між головними площинами поляризатора і аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, що пройшло крізь поляризатор і аналізатор, зменшилась у 8 разів?

- а) $= 30^\circ$; б) $= 45^\circ$; в) $= 22,5^\circ$; г) $= 60^\circ$.

56. Пучок природного світла падає на систему з шести ніколів, площина пропускання кожного з яких повернена на кут 30 відносно попереднього ніколя. Яка частина світла пройде через цю систему?

- а) 1/3; б) 0,12; в) 0,07; г) 0,14.

57. Ступінь поляризації частково поляризованого світла 0,25. Знайти відношення інтенсивності поляризованої складової цього світла до інтенсивності природного світла.

- а) 0,25; б) 0,5; в) 0,75; г) 0,05.

58. Що стверджує закон Бугера — Ламберта?

- а) $\sin = n_{21}$;
 б) $\text{tg} = n_{21}$;
 в) $I = kI_0 \cos^2$;
 г) $I = I_0 e^{-x}$.

59. За якої умови в середовищі дисперсія відсутня?

- а) $\frac{dn}{d} > 0$; б) $\frac{dn}{d} < 0$; в) $\frac{dn}{d} = 0$; г) $\int_A^B n dl = 0$.

60. За якої умови в середовищі спостерігається нормальна дисперсія?

а) $\frac{dn}{d} > 0$; б) $\frac{dn}{d} < 0$; в) $\frac{dn}{d} = 0$; г) $\int_A^B n dl = 0$.

61. За якої умови в середовищі спостерігається аномальна дисперсія?

а) $\frac{dn}{d} > 0$; б) $\frac{dn}{d} < 0$; в) $\frac{dn}{d} = 0$; г) $\int_A^B n dl = 0$.

62. В чому полягає ефект Керра?

- а) у випусканні електронів речовиною під впливом світла;
- б) в обертанні площини поляризації оптично неактивних речовин під дією магнітного поля;
- в) в зміні довжини хвилі рентгенівських променів під час розсіювання їх електронами;
- г) у створенні оптичної анізотропії речовини під дією електричного поля.

63. В чому полягає ефект Фарадея?

- а) у випусканні електронів речовиною під впливом світла;
- б) в обертанні площини поляризації оптично неактивних речовин під дією магнітного поля;
- в) у зміні довжини хвилі рентгенівських променів під час розсіювання їх електронами;
- г) у створенні оптичної анізотропії речовини під дією електричного поля.

1.3. Квантова оптика

64. Що вивчає квантова оптика?

- а) властивості світла, його фізична природа та взаємодія з речовиною;
- б) закони розповсюдження світла в прозорих середовищах, що базуються на уявленні про нього як про сукупність променів;
- в) закони розповсюдження світла та його взаємодія з речовиною, обумовлені хвильовою природою світла;
- г) закони розповсюдження світла та його взаємодія з речовиною, обумовлені корпускулярно-хвильовим дуалізмом світла.

65. Що таке «теплове випромінювання»?

- а) електромагнітне випромінювання, джерелом енергії якого є тепловий рух частинок речовини;
- б) теплообмін між поверхнею тіла та оточуючим середовищем;
- в) процес переносу теплоти від одного середовища до іншого;
- г) явище, обумовлене взаємозв'язком між електричними і тепловими процесами в провіднику.

66. Яка умова є необхідною для абсолютно чорного тіла?

- а) коефіцієнт відбиття дорівнює одиниці;
- б) відношення спектральної густини випромінювання до коефіцієнта поглинання є постійним для усіх частот та температур;
- в) коефіцієнт поглинання для всіх частот та температур дорівнює одиниці;
- г) енергетична світлимість тіла дорівнює нулю.

67. В яких ефектах виявляються корпускулярні властивості світла?

- а) в інтерференції світла;
- б) у фотоефекті;
- в) у дифракції світла на щілині;
- г) в гальмівному рентгенівському випромінюванні.

68. Що називають поглинальною здатністю тіла?

- а) енергія, що поглинається тілом за одиницю часу;
- б) енергетична світність тіла;
- в) відношення поглинутої енергії до падаючої на тіло;
- г) відношення поглинутої енергії до випроміненої.

69. Що називається енергетичною світністю тіла?

- а) кількість енергії, яка випромінюється всією поверхнею тіла за одиницю часу;
- б) кількість енергії, яка випромінюється всією поверхнею тіла;
- в) кількість енергії, яка випромінюється в одиничному спектральному інтервалі з одиниці площі за одиницю часу;
- г) кількість енергії, яка випромінюється тілом з одиниці площі за одиницю часу.

70. В якому прикладі максимум випромінювання припадає на найменшу довжину хвилі?

- а) розплавлений метал;
- б) поверхня Сонця;

- в) сніг у сонячний день;
- г) поверхня нагрітої праски.

71. Чому дорівнює спектральна густина випромінювання?

- а) $R_e = \frac{d}{dS}$,
- б) $r(\lambda, T) = \frac{dW}{dt dS d\lambda}$,
- в) $R_e = \int r(\lambda, T) d\lambda$,
- г) $R_e = \frac{dW}{dt}$.

72. Як формулюється закон Кірхгофа для теплового випромінювання?

- а) довжина хвилі максимуму випромінювання абсолютно чорного тіла обернено пропорційно абсолютній температурі;
- б) енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури;
- в) для будь-якого тіла відношення його спектральної густини енергетичної світності до поглинальної здатності при однаковій довжині хвилі і температурі дорівнює енергетичній світності абсолютно чорного тіла;
- г) максимальна спектральна густина енергетичної світності абсолютно чорного тіла пропорційна п'ятому степеню його температури.

73. Який закон теплового випромінювання найбільш універсальний?

- а) Стефана — Больцмана;
- б) Планка;
- в) Віна;
- г) Релея — Джинса.

74. Яка гіпотеза є підґрунтям закону Планка для теплового випромінювання?

- а) енергетична світність тіла пов'язана з його поглинальною здатністю;
- б) теплове випромінювання має електромагнітну природу;
- в) частотний склад теплового випромінювання змінюється зі зміною температури;
- г) теплове випромінювання є дискретним.

75. Який вигляд має формула Планка?

$$\text{а) } R_e = \frac{2^4 k^4}{15c^2 h^3} T^4,$$

$$\text{б) } r(\lambda, T) = \frac{2ckT}{4},$$

$$\text{в) } r(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT}} - 1},$$

$$\text{г) } r(\lambda, T) = \frac{e^{-\lambda/T}}{\lambda^2}.$$

76. Який вигляд має закон Стефана — Больцмана?

$$\text{а) } R_e = \int_0^\infty r(\lambda, T) d\lambda,$$

$$\text{б) } R_e = \sigma T^4,$$

$$\text{в) } r_{\max} = \frac{b}{T},$$

$$\text{г) } r_{\max} = CT^3.$$

77. Знайти температуру печі, за умови, що енергія, яка випромінюється за 1 с одиницею поверхні отвору печі дорівнює $91,2 \cdot 10^4$ Дж/м².

$$\text{а) } 1000 \text{ К,}$$

$$\text{б) } 2000 \text{ К,}$$

$$\text{в) } 3500 \text{ К,}$$

$$\text{г) } 4000 \text{ К.}$$

78. Розрахуйте кількість енергії, що випромінюється з 1 м² за 1 с абсолютно чорним тілом, температура якого 1000 К.

$$\text{а) } 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2},$$

$$\text{б) } 2,85 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2},$$

$$\text{в) } 5,7 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2},$$

$$\text{г) } 7,1 \cdot 10^5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

79. Потік енергії, яка випромінюється з отвору плавильної печі, дорівнює 34 Вт. Знайти температуру печі, якщо площа отвору 6 см^2 .

- а) 10^4 К , б) 10^3 К , и) $2 \cdot 10^3 \text{ К}$, г) $2 \cdot 10^4 \text{ К}$.

80. Чому дорівнює довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювання абсолютно чорного тіла з температурою 1700 К?

- а) $1,5 \cdot 10^7 \text{ м}$; б) 2,5 мкм; в) $3,4 \cdot 10^{-9} \text{ м}$; г) 1,7 мкм.

81. Який вигляд має закон зміщення Віна?

а) $R_e = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda$,

б) $R_e = T^4$,

в) $r_{\text{max}} = \frac{b}{T}$,

г) $r_{\text{max}} = CT^3$.

82. Що таке фотоефект?

- а) випромінювання електронів розжареними тілами;
б) випромінювання електронів тілами під впливом світла;
в) випромінювання електронів тілами при їх бомбардуванні швидкими частинками;
г) випромінювання електронів тілами під впливом сильного електричного поля.

83. Від чого не залежить швидкість електрона для даної речовини при фотоефекті?

- а) від довжини хвилі світлового кванту;
б) від інтенсивності світла;
в) від роботи виходу;
г) від частоти світлового кванту.

84. Як залежить величина фотоструму насичення від інтенсивності монохроматичного світла, що падає на тіло?

- а) зменшується пропорційно інтенсивності;
б) зростає пропорційно інтенсивності;
в) зростає пропорційно квадрату інтенсивності;
г) зменшується пропорційно квадрату інтенсивності.

85. Що називають червоною межею фото ефекту?

- а) найменша довжина світлової хвилі, що викликає фото ефект;
- б) найменша частота світла, що викликає фото ефект;
- в) найбільша частота світла, що викликає фото ефект;
- г) максимальна енергія світлового кванту, що викликає фото ефект.

86. Яка величина швидкості фотоелектронів, якщо затримуюча різниця потенціалів дорівнює 200 В?

- а) $4,4 \cdot 10^7$ м/с, б) $2,2 \cdot 10^5$ м/с, в) 4,8 Мм/с, г) 8,4 Мм/с.

87. Від чого залежить робота виходу електрона при фото ефекті?

- а) від частоти світлового кванта;
- б) від довжини хвилі світла, падаючого на метал;
- в) від сили світла, падаючого на метал;
- г) від властивостей металу, на який падає світло.

88. Що вивчається в дослідах Лебедева?

- а) розсіювання електронів кристалами;
- б) хвильова природа нейтральних атомів та молекул за результатами їх розсіювання на двовимірній дифракційній решітці;
- в) тиск світла;
- г) розсіювання потоку α -частинок атомами металу.

89. Від якої з наведених нижче величин не залежить тиск світла?

- а) від енергії світлового кванту;
- б) від властивості поверхні, на яку падає світло;
- в) від швидкості світла;
- г) від енергії електромагнітного поля світлової хвилі.

90. В чому полягає ефект Комптона?

- а) у випромінюванні електронів речовиною під впливом світла;
- б) в обертанні площини поляризації оптично неактивних речовин під дією магнітного поля;
- в) в зміні довжини хвилі рентгенівських променів під час розсіювання їх електронами;
- г) у створенні оптичної анізотропії речовини під дією електричного поля.

91. Від чого залежить зміна довжини хвилі в ефекті Комптона?

- а) від кута розсіювання;
- б) від матеріалу тіла, що розсіює;
- в) від довжини променів, що розсіюються;
- г) від енергії випромінювання, яке розсіюється.

92. Які зміни відбуваються в атомі речовини під час ефекту Комптона?

- а) відбувається розщеплення ядра;
- б) електрон набуває енергії;
- в) ядро випускає альфа-частинку;
- г) атом випромінює квант енергії.

93. Чому дорівнює комптонівська довжина хвилі?

- а) $\frac{h}{mc}$, б) $\frac{h}{mv}$, в) $\frac{h}{k}$, г) $\frac{d}{dk}$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Загальна фізика з прикладами і задачами [Текст]. Ч. I. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка : навч. посіб. / В. О. Стороженко, І. М. Кібець, А. І. Рибалка, Т. Б. Ткаченко. — Х. : Компанія СМІТ, 2006.
2. Загальна фізика з прикладами і задачами [Текст]. Ч. II. Електрика та магнетизм : навч. посіб. / І. М. Кібець, А. І. Рибалка, В. О. Стороженко. — Х. : Компанія СМІТ, 2011.
3. Савельев И. В. Курс общей физики [Текст]. Т. 2, 3 : учеб. пособие / И. В. Савельев. — М. : Наука, 1982.
4. Детлаф А. А. Курс физики [Текст] / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. — М. : Высшая школа, 1989.
5. Кучерук І. М. Загальна фізика [Текст]. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, В. П. Дущенко. — К. : Вища школа, 1991.
6. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы [Текст] / И. Е. Иродов. — 4-е изд., испр. — М. : Лаборатория Базовых Знаний; М. : Физматлит, 2002. — 319 с.
7. Саржевский А. М. Оптика [Текст]. Т. 1, 2 / А. М. Саржевский. — Минск : Университетска, 1984.
8. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела [Текст] / Ч. Киттель. — М. : Физматгиз, 1982.
9. Иродов И. Е. Задачи по общей физике [Текст] / И. Е. Иродов. — 7-е изд., стереотип. — М. : Бином, Лаборатория Знаний, 2007. — 431 с.
10. Чертов А. Г. Задачник по физике [Текст] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. — М. : Высшая школа, 1988.
11. Иродов И. Е. Волновые процессы: основные законы [Текст] / И. Е. Иродов. — М. ; СПб. : Физматлит; Невский диалект; Лаборатория Базовых Знаний, 2001. — 253 с.
12. Сивухин Д. В. Общий курс физики : В 5 т. Т. 3. Электричество [Текст] / Д. В. Сивухин. — М. : Изд-во МФТИ; Физматлит, 2004. — 656 с.

Основні фізичні сталі

Стала	Позначення	Числове значення
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна стала	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Стала Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Універсальна газова стала	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Молярний об'єм ідеального газу при нормальних умовах	V_0	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Нормальний атмосферний тиск	p_0	$1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Стала Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Маса спокою електрона	m_e	$5,49 \cdot 10^{-4} \text{ а.о.м.}$ $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,00728 \text{ а.о.м.}$ $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,00866 \text{ а.о.м.}$ $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Відношення заряду електрона до його маси	$-\frac{e}{m_e}$	$-1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$	$4 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ $= 12,57 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$
Швидкість світла в вакуумі	c	$2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Стефана — Больцмана		$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала в законі зміщення Віна	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала в другому законі Віна	C	$1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^5)$
Стала Рідберга	R_∞	$1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	e	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

Стала	Позначення	Числове значення
Магнетон Бора	e	$9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Ядерний магнетон	N	$5,05 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл
Атомна одиниця маси	а.о.м	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Коефіцієнт пропорційності між масою й енергією	c^2	$8,99 \cdot 10^{16}$ Дж/кг

Деякі астрономічні величини

Фізичні параметри	Сонце	Земля	Місяць
Маса, кг	$1,97 \cdot 10^{30}$	$5,96 \cdot 10^{24}$	$7,33 \cdot 10^{22}$
Радіус, м	$6,95 \cdot 10^8$	$6,37 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$
Середня густина,	1400	5518	3350
Середня відстань від Землі, км	$1,496 \cdot 10^8$	—	384 440

Густина речовини

Тверді тіла при 293 К		Рідини	
Речовина	$\cdot 10^3$, кг/м ³	Речовина	, кг/м ³
Алюміній	2,69	Бензол ($t = 20$ С)	879
Залізо	7,86	Вода ($t = +4$ С)	1000
хімічно чисте Латунь	8,3—8,7	Вода ($t = 100$ С)	958
Лід (0 С)	0,91	Гас ($t = 0$ С)	800
Мідь	8,88—8,96	Гліцерин ($t = 0$ С)	1260
електролітична Нікель	8,4—9,2	Рицинова олія ($t = 20$ С)	950
Олово лите	7,23	Скипидар ($t = 16$ С)	858
Сталь лита	7,7—8,0	Спирт етиловий ($t = 0$ С)	789
Свинець	11,22—11,44	Спирт метиловий ($t = 0$ С)	792
Срібло	10,42—10,57	Толуол ($t = 18$ С)	870
Цинк	6,86—7,24		
Ртуть ($t = 0$ С)	13 596		
Чавун	6,6—7,3		

Гази при нормальних умовах ($T_0 = 273,15$ К, $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па)

Речовина	, кг/м ³	Речовина	, кг/м ³
Азот	1,250	Кисень	1,429
Водень	0,089	Метан	0,717
Вуглекислий газ	1,977	Неон	0,900
Гелій	0,178	Повітря	1,293

Швидкість звуку

Речовина	$V_{зв}$, м/с
Вода	1450
Повітря	332

Питомий опір і температурний коефіцієнт опору (при 20 °С)

Провідник	Питомий опір, нОм·м	Температурний коефіцієнт опору, K^{-1}
Алюміній	28	0,0038
Вольфрам	55	0,0051
Вугілля	40	-0,0008
Графіт	8000	
Залізо	98	0,0062
Константан	480	0,00002
Мідь	17,2	0,0043
Нікелін	400	0,000017
Ніхром	980	0,00026
Ртуть	958	0,0009
Свинець	211	0,0042
Сталь	120	0,006

Діелектрична проникність речовин

Речовина	
Вода	81
Гас	2
Мастило трансформаторне	2,2
Парафін	2
Парафіновий папір	3,7
Слюда	6
Скло	5,5–10
Фарфор	6
Ебоніт	2,6

Робота іонізації, еВ

Азот	15,80
Аргон	15,70
Водень	15,40
Вуглекислий газ	14,40
Гелій	24,45
Кисень	13,56
Натрій	5,12
Неон	21,48

Електрохімічні еквіваленти, мг/Кл

Алюміній (Al ⁺⁺⁺)	0,093	Золото (Au ⁺⁺)	0,681	Нікель (Ni ⁺⁺⁺)	0,203
Вісмут (Bi ⁺⁺⁺)	0,719	Мідь (Cu ⁺)	0,660	Срібло (Ag ⁺)	1,118
Залізо (Fe ⁺⁺)	0,289	Мідь (Cu ⁺⁺)	0,329	Хром (Cr ⁺⁺⁺)	0,180
Залізо (Fe ⁺⁺⁺)	0,193	Нікель (Ni ⁺⁺)	0,304	Цинк (Zn ⁺⁺)	0,338
Золото (Au ⁺)	2,043				

Показники заломлення (середні для видимого проміння)

Алмаз	2,42	Лід (-4 C)	1,31
Вода (20 C)	1,33	Скипидар (20 C)	1,47
Кварц	1,54	Скло	1,50

Робота виходу електронів з металів, eВ

Вольфрам	4,50	Мідь	4,47	Рубідій	2,13
Залізо	4,74	Молибден	4,20	Срібло	4,74
Золото	4,68	Натрій	2,30	Тантал	4,07
Калій	2,00	Нікель	5,00	Цезій	1,97
Літій	2,40	Платина	5,29	Цинк	4,00
Магній	3,46	Ртуть	4,52		

Періоди піврозпаду деяких радіоактивних речовин

Вісмут $^{210}_{83}\text{Bi}$	5,02 доби	Натрій $^{24}_{11}\text{Na}$	15,3 років
Радон $^{222}_{86}\text{Rn}$	3,82 доби	Уран $^{235}_{92}\text{U}$	$7,1 \cdot 10^8$ років
Іридій $^{192}_{77}\text{Ir}$	75 діб	Полоній $^{210}_{84}\text{Po}$	138 діб
Стронцій $^{90}_{38}\text{Sr}$	28 років	Уран $^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ років
Кальцій $^{45}_{20}\text{Ca}$	164 доби	Радій $^{226}_{88}\text{Ra}$	1600 років
Торій $^{232}_{90}\text{Th}$	$1,39 \cdot 10^{11}$ років		

Маси деяких ізотопів, а.о.м.

^1_1H	1,00783	$^{11}_5\text{B}$	11,00930	$^{28}_{13}\text{Al}$	27,97690
^2_1D	2,01410	$^{12}_6\text{C}$	12,0	$^{28}_{14}\text{Si}$	27,97690
^3_1T	3,01605	$^{13}_7\text{N}$	13,00574	$^{30}_{14}\text{Si}$	29,97377
^4_2He	3,01603	$^{14}_7\text{N}$	14,00307	$^{31}_{15}\text{P}$	30,97376
^4_2He	4,00260	$^{16}_8\text{O}$	15,99491	$^{56}_{26}\text{Fe}$	55,93490
^6_3Li	6,01512	$^{17}_8\text{O}$	15,99491	$^{59}_{27}\text{Co}$	58,93320
^7_3Li	7,01600	$^{19}_9\text{F}$	18,99840	$^{60}_{29}\text{Ni}$	59,9308
^7_4Be	7,01693	$^{20}_{10}\text{Ne}$	19,99244	$^{131}_{54}\text{Xe}$	130,9051
^8_4Be	8,00531	$^{23}_{11}\text{Na}$	22,98977	$^{235}_{92}\text{U}$	235,0493
^9_4Be	9,01218	$^{24}_{11}\text{Na}$	23,99097	$^{238}_{92}\text{U}$	238,05353
$^{10}_5\text{B}$	10,01294	$^{27}_{13}\text{Al}$	26,98154		

Дебаївські температури деяких елементів

Елемент	Дебаївська температура T_D , К	Елемент	Дебаївська температура T_D , К
Li	400	Ar	85
Be	1000	Ne	63
Bi	120	B	1250
K	100	Au	170
Mg	318	C (алмаз)	1860

Ширина забороненої зони (енергія активації) деяких власних напівпровідників

Елемент	Si	Ge	Se
Ширина забороненої зони, еВ	1,12	0,67	1,8

Ширина забороненої зони (енергія активації) деяких домішкових напівпровідників

Елемент	Домішка				
	B	In	P	Al	As
Si	0,046	0,16	0,044	0,057	0,049
Ge	0,0104	0,0112	0,0120	0,0102	0,0127

Критична температура та критична напруженість (при К) магнітного поля для переходу деяких металів у надпровідний стан

Метал	Критична температура T_c , К	Критична напруженість магнітного поля $H_c(0) \cdot 10^3$, А/м
Pb	7,19	63,93
Cd	0,56	2,39
Al	1,196	7,88
Sn	3,72	24,28
In	3,40	23,33
Nb	9,26	157,64
Ga	1,091	4,06
Zn	0,875	4,22
Ti	0,39	7,96
Ta	4,48	66,01

Основні характеристики деяких елементарних частинок

Частинка	Символ	Заряд, 10^{-19} Кл	Маса, 10^{-27} кг
-частинка	$\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix}$	3,2	6,6446
Нейтрон	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ n \end{matrix}$	0	1,6748
Позитрон	$\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ e \end{matrix}$	1,6	0,000911
Протон	$\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ p \end{matrix}$	1,6	1,6724
Електрон	$\begin{matrix} 0 \\ -1 \\ e \end{matrix}$	-1,6	0,000911

Множники і префікси для утворення кратних і часткових одиниць

Найменування	Позначення	Множник	Найменування	Позначення	Множник
екса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^9	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^3	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	Ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

Латинський алфавіт

A, a — а	F, f — еф	K, k — ка	P, p — пе	U, u — у	X, x — ікс
B, b — бе	G, g — ге	L, l — ель	Q, q — ку	V, v — ве	Y, y — ігрек
C, c — це	H, h — аш	M, m — ем	R, r — ер	W, w —	Z, z — зет
D, d — де	I, I — і	N, n — ен	S, s — ес	дубль-ве	
E, e — е	J, j — йот	O, o — о	T, t — те		

Грецький алфавіт

A, — альфа	H, — ета	N, — ню	T, — тау
B, — бета	, — тета	, — ксі	, — іпсилон
, — гамма	I, — йота	O, — омікрон	, — фі
, — дельта	K, — каппа	, — пі	X, — хі
E, — епсилон	, — ламбда	P, — ро	, — пси
Z, — дзета	M, — мю	, — сигма	, — омега

Деякі сталі числа і наближені формули

Сталі числа	Наближені формули (при < 1)
$= 3,1416$	$(1 \pm)^n \approx 1 \pm n$
$^2 = 9,8696$	$e \approx 1 +$
$\sqrt{\quad} = 1,7725$	$\ln(1 +) \approx$
$e = 2,7183$	$\sin \approx$
$\lg e = 0,4343$	$\cos \approx 1 - \frac{^2}{2}$
$\ln 10 = 2,3026$	$\text{tg} =$

Навчальне видання

КІБЕЦЬ Інна Миколаївна
РИБАЛКА Антоніна Іванівна
СТОРОЖЕНКО Володимир Олександрович

ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА З ПРИКЛАДАМИ І ЗАДАЧАМИ

Частина III, том 1

Оптика

Навчальний посібник

В авторській редакції

Коректор *Л. Ф. Зінченко*
Комп'ютерна верстка *І. Г. П'ятигорської*
Дизайн обкладинки *О. Л. Герасименюк*

Формат $60 \times 90 \frac{1}{16}$. Умов. друк. арк. 14,5.
Тираж 500 прим. Зам. № 127

ТОВ «Компанія СМіТ»
61166, м. Харків, просп. Леніна, 14
Тел./факс: (057) 702-13-07
E-mail: book@smit.com.ua
<http://www.smit-book.com>

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 435 від 26.04.2001

Друк — ФОП Васильєва Н. В.
61166, м. Харків, просп. Леніна, 14
Тел. (057) 702-08-16