

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт з дисципліни

«ФІЗИКА»

ЧАСТИНА 1

(Механіка та молекулярна фізика)

для студентів усіх форм навчання

напрямів 6.040301 «Прикладна математика», 6.040302 «Інформатика», 6.040303 «Системний аналіз», 6.050101 «Комп'ютерні науки», 6.050102 «Комп'ютерна інженерія», 6.050103 «Програмна інженерія», 6.050201 «Системна інженерія», 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка», 6.050802 «Електронні пристрої та системи», 6.050803 «Акустотехніка», 6.050901 «Радіотехніка», 6.050902 «Радіоелектронні апарати», 6.050903 «Телекомунікації», 6.051001 «Метрологія та інформаційно-вимірвальні технології», 6.051002 «Метрологія, стандартизація та сертифікація», 6.051004 «Оптитехніка», 6.051402 «Біомедична інженерія», 6.051501 «Видавничо-поліграфічна справа», 6.170101 «Безпека інформаційних і комунікаційних систем», 6.170102 «Системи технічного захисту інформації», 6.170103 «Управління інформаційною безпекою»

Електронне видання

ЗАТВЕРДЖЕНО

кафедрою фізики.

Протокол № 6 від 30.12.2013 р.

ХАРКІВ 2014

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Фізика» (Частина 1, «Механіка та молекулярна фізика») для студентів усіх форм навчання напрямів 6.040301 «Прикладна математика», 6.040302 «Інформатика», 6.040303 «Системний аналіз», 6.050101 «Комп'ютерні науки», 6.050102 «Комп'ютерна інженерія», 6.050103 «Програмна інженерія», 6.050201 «Системна інженерія», 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка», 6.050802 «Електронні пристрої та системи», 6.050803 «Акустотехніка», 6.050901 «Радіотехніка», 6.050902 «Радіоелектронні апарати», 6.050903 «Телекомунікації», 6.051001 «Метрологія та інформаційно-вимірювальні технології», 6.051002 «Метрологія, стандартизація та сертифікація», 6.051004 «Опtotехніка», 6.051402 «Біомедична інженерія», 6.051501 «Видавничо-поліграфічна справа», 6.170101 «Безпека інформаційних і комунікаційних систем», 6.170102 «Системи технічного захисту інформації», 6.170103 «Управління інформаційною безпекою» [Електронне видання] / Упоряд.: Коваленко О. М., Лазоренко О. В., Орел Р. П. – Харків: ХНУРЕ, 2014. – 83 с.

Упорядники: О. М. Коваленко,  
О. В. Лазоренко,  
Р. П. Орел.

Рецензент: В. О. Стороженко, докт. техн. наук, проф. каф. фізики.

## ЗМІСТ

Загальні положення .....	4
1 Ознайомлення з приладами для вимірювання лінійних розмірів.	
Визначення густини твердого тіла .....	6
2 Вивчення поступального руху на приладі Атвуда .....	10
3 Вивчення закономірностей частково пружного удару .....	16
4 Визначення моменту інерції тіл методом скочування з похилої площини .....	21
5 Вивчення законів обертального руху твердого тіла на пристрої	
Обербека .....	25
6 Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника .....	31
7 Визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника .....	35
8 Визначення моменту інерції тіл на трифілярному підвісі .....	42
9 Дослідження згасаючих коливань .....	47
10 Вивчення вимушених коливань. Резонанс .....	52
11 Визначення відношення теплоємностей газу методом Клемана і Дезорма .....	58
12 Вимірювання коефіцієнта в'язкості рідини за методом Стокса .....	63
Додаток А. Обробка результатів лабораторних вимірювань .....	68
Додаток Б. Зразок оформлення звіту .....	78
Рекомендована література .....	82

## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Дане видання містить методичні вказівки до виконання робіт фізичного практикуму, створеного на кафедрі фізики університету. Воно призначене для студентів, що виконують лабораторні роботи з механіки та молекулярної фізики (перша частина курсу фізики).

Мета лабораторного практикуму:

- експериментальне підтвердження фізичних законів;
- надбання елементарних навичок наукового дослідження;
- освоєння студентами методів обробки і оцінки достовірності експериментальних результатів;
- забезпечення зв'язку практикуму з лекційним курсом і практичними заняттями з фізики.

Виконання лабораторного завдання складається із попередньої підготовки, проведення лабораторного експерименту і складання звіту про результати роботи.

Лабораторні роботи виконуються відповідно до семестрового графіка, який знаходиться на стенді в лабораторії, тому кожен студент має можливість підготуватися до них заздалегідь.

Підготовка до роботи повинна проводитися в наступній послідовності. Перш за все, потрібно ознайомитись з описом роботи і вивчити її теоретичний вступ, звернувши особливу увагу на виведення розрахункових формул. Для більш повного з'ясування деяких питань теорії слід звернутися до відповідних розділів рекомендованої літератури [1,2,3,4], а також до конспекту лекцій.

Готовність кожного студента до виконання роботи перевіряється викладачем перед початком роботи опитуванням (письмово чи усно). Питання для опитування вибираються викладачем з наступного переліку:

- назва та мета роботи;
- порядок виконання роботи;
- прилади і обладнання, що використовуються в лабораторній роботі;
- фізична модель досліду;
- фізичні величини, що вивчаються та досліджуються в даній лабораторній роботі, їх одиниці вимірювань;
- загальний вигляд законів та залежностей, що планується використати в ході виконання лабораторної роботи;
- прямі вимірювання, які проводяться в даній лабораторній роботі;

- непрямі вимірювання, які проводяться в даній лабораторній роботі;
- формули для розрахунків похибок прямих та непрямих вимірювань.

Під час роботи в лабораторії повинні суворо виконуватися правила внутрішнього розпорядку та техніки безпеки.

Проведення лабораторного експерименту виконується відповідно до вказівок розділу „Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання”. Для отримання правильних результатів дослідження рекомендується прямі вимірювання проводити не менше п’яти разів. Отримані результати заносять до таблиці.

Звіт по кожній лабораторній роботі повинен містити назву та мету роботи, схему (рисунок) лабораторної установки, результати вимірювань (у вигляді таблиць), робочу формулу та результати розрахунків у вигляді графіків (або таблиць), формулу для розрахунку похибок та результат цього розрахунку, висновки з результатів, що одержані в роботі. Зразок оформлення звіту наведений у додатку Б.

Захист оформлених звітів проводять у вигляді здачі циклу лабораторних робіт (3-4 роботи) на підсумковому занятті згідно графіку.

До здачі циклу допускаються студенти, які виконали лабораторні роботи і оформили звіти. Захист робіт проводиться у формі опитування по змісту виконаних лабораторних робіт. Перелік контрольних запитань та завдань наведений у кінці опису кожної роботи і у методичних вказівках [5].

Дане видання підготували: С.Ю. Протасеня – лабораторні роботи 1, 5, 9, 12; О.М. Коваленко – 2, 6, 7, 8, 10, 11; Р.П. Орел – 3,4; І.М. Кібець – 5; О.В. Вишнівецький – додаток А.

# 1 ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПРИЛАДАМИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ. ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТВЕРДОГО ТІЛА.

**1.1 Мета роботи:** ознайомлення з простими приладами для вимірювання лінійних розмірів тіл; визначення густини твердих тіл різної форми.

## 1.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити з чого складається штангенциркуль, ознайомитись із правилами зважування тіл.

Вивчити основи теорії похибок (додаток А) та [5].

## 1.3 Опис лабораторної установки

В механіці часто необхідно вимірювати час протікання фізичного процесу, лінійні розміри тіл та їх маси. Для цього існують спеціальні прилади: секундомір, штангенциркуль (масштабна лінійка чи мікрометр), ваги відповідно.

Технічні ваги використовують для визначення маси тіл з точністю до 0,1г. В лабораторній роботі маси тіл вказані на них з урахуванням похибки.

Штангенциркуль використовують для вимірювання лінійних розмірів тіл з точністю до 0,1-0,05 мм. Штангенциркуль складається із сталюї лінійки з міліметровою шкалою, вздовж якої може пересуватися невелика додаткова лінійка з поділками, яка називається ноніус (рис. 1.1).

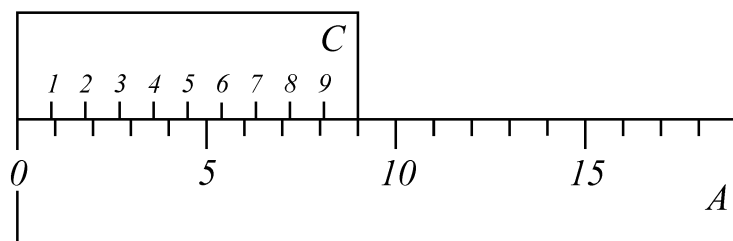


Рисунок 1.1 – Лінійний ноніус

Ноніус буває лінійним – для вимірювання лінійних величин, та кутовий для – для вимірювання кутових величин.

Кількість цілих міліметрів вимірюється за основною шкалою, частини – за шкалою ноніусів.

Розглянемо процес вимірювання за допомогою ноніуса, який має такий устрій, що загальна довжина поділок дорівнювала  $(n-1)$  поділок основної шкали.

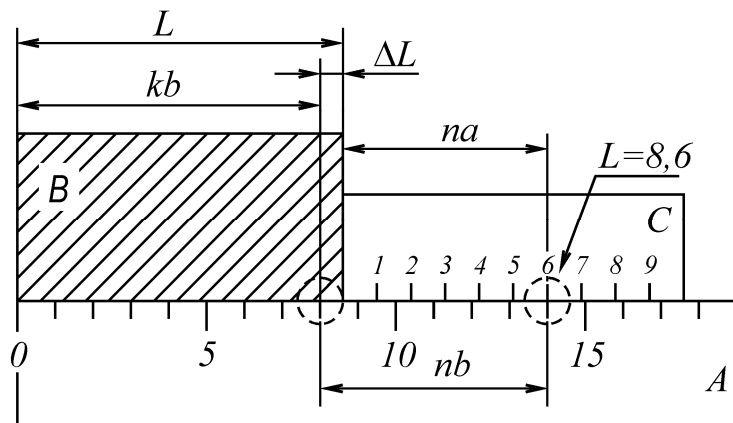


Рисунок 1.2 – Лінійний ноніус

Наприклад, на рис.1.1 десять поділок ноніуса відповідають дев'яти поділкам основної шкали.

Якщо  $x$  – ціна поділки ноніуса,  $y$  – ціна поділки основної шкали,  $n$  – кількість поділок основної шкали ноніуса (рис 1.2), тоді

$$(n-1)y = nx, \quad (1.1)$$

звідси

$$x = \frac{(n-1)}{n} y; \quad (1.2)$$

різниця

$$y - x = \frac{y}{n}, \quad (1.3)$$

називається точністю ноніуса, яка зазвичай на ньому вказується.

Деталь, довжина якої вимірюється, затискають губками штангенциркуля. Відлік роблять за шкалою та ноніусом. Верхні губки необхідні для вимірювання внутрішніх розмірів.

Тіло, що вимірюють, розміщується між нульовими поділками основної шкали і шкали ноніуса. В загальному випадку кінець вимірюемого тіла буде десь між  $(k-m)$  та  $[(k+1)-m]$  поділками основної шкали, а  $m$  поділка ноніуса співпаде (чи майже співпаде) з якою-небудь поділкою основної шкали.

Тоді довжина тіла визначається за формулою:

$$L = ky + m \frac{y}{n} \quad (1.4)$$

Мікрометр – прилад, призначений для більш точних вимірювань довжини (0,01-0,005мм).

#### 1.4 Прядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

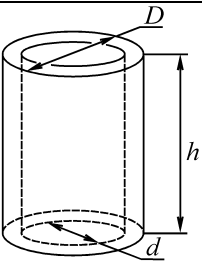
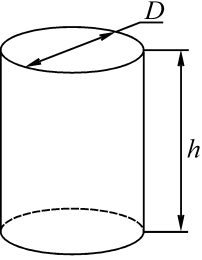
В лабораторній роботі необхідно виміряти густину твердого тіла (за вказівкою викладача). Нагадаємо, що густина речовини – це маса речовини, що знаходиться в одиниці об'єму:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

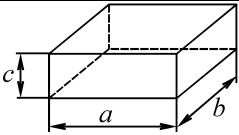
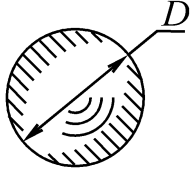
Необхідно:

1. Замалювати запропоноване тіло.
2. Одержати формулу для визначення густини даного тіла та розрахувати густину речовини.
3. Вивести формулу абсолютної похибки вимірювання густини та розрахувати її.
4. Отриманий результат записати вигляді  $\rho = \langle \rho \rangle \pm \Delta\rho$ . Зразки різних тіл, формули для розрахунку густини та абсолютної похибки наведено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Формули густини тіл різної форми

Назва тіла	Малюнок	Формула розрахунку густини
1. Полий циліндр		$\rho = \frac{4m}{\pi h(D^2 - d^2)}$
2. Суцільний циліндр		$\rho = \frac{4m}{\pi h d^2}$



3. Пластинка		$\rho = \frac{m}{abc}$
4. Куля		$\rho = \frac{6m}{\pi D^3}$

Після того, як буде отримано результат необхідно порівняти його з табличними значеннями густини різноманітних речовин та вказати з якої речовини зроблено тіло, що досліджувалось.

Деякі значення густин наведено у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Густина деяких речовин

Матеріал	Середнє значення густини, $10^3 \text{ кг/м}^3$
Алюміній	2,7
Залізо (чавун, сталь)	7,87
Латунь	8,5
Мідь	8,9
Нікель	8,9
Свинець	11,3
Скло	2,5
Срібло	10,5
Цегла	1,8
Золото	19,3
Платина	21,4
Вольфрам	19,3
Вода	1,0
Повітря	1,29
Деревина	0,7-0,9
Пластик	1,2-1,5

## **1.5 Зміст звіту**

Звіт має містити ескіз тіла, густина якого визначалась в роботі; розрахунок густини та абсолютної похибки; висновок.

## **1.6 Контрольні запитання та завдання**

1. Що таке вимірювання?
2. Які вимірювання називаються прямими та непрямыми? Наведіть приклад.
3. Які види похибок прямих вимірювань ви знаєте? Охарактеризуйте кожна з них.
4. Як враховуються похибки при прямих та непрямах вимірюваннях?
5. Як знайти відносну похибку прямих та непрямах вимірювань? Наведіть приклад.
6. Як оцінити абсолютну та відносну похибки вимірювання лінійних розмірів тіла?
7. Виведіть формулу лінійного (кругового) ноніуса.

## **2 ВИВЧЕННЯ ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ НА ПРИЛАДІ АТВУДА**

**2.1 Мета роботи:** вивчення прискореного руху системи вантажів і визначення динамічних характеристик (прискорення, сили та моменту сили тертя).

**2.2 Методичні вказівки до організації самостійної підготовки студентів**

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій та підручником [1,с.14-15,35-36, 2, с.35-39, 99-105]. Особливу увагу звернути на закони Ньютона, закони обертального руху, основні характеристики поступального та обертального руху.

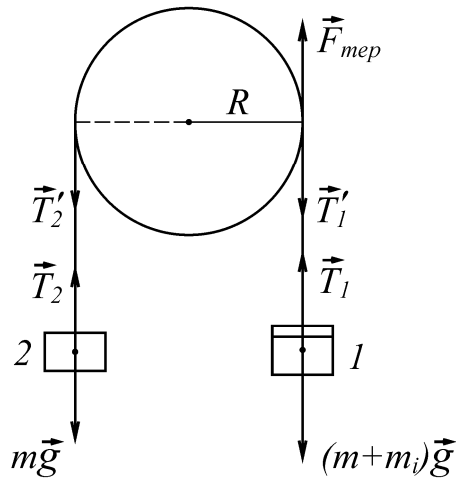


Рисунок 2.1 – Фізична модель досліду

У роботі вивчається прискорений рух системи вантажів, закріплених на легкій нитці, перекинутій через нерухомий блок з урахуванням сили тертя. Система вантажів починає рухатися під дією сили тяжіння додаткового тягарця масою  $m_i$ . Фізичну модель досліду можна представити у вигляді схеми, зображеної на рис. 2.1. На вантажі 1 і 2 діють сили тяжіння  $m\vec{g}$ , та  $(m + m_i)\vec{g}$  і сили натягу ниток  $\vec{T}_1$  і  $\vec{T}_2$ .

Згідно з *основним законом динаміки поступального руху* для тіла зі сталою масою швидкість зміни його імпульсу з часом дорівнює результуючій силі, що діє на тіло:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Якщо прийняти до уваги, що імпульс тіла є добуток його маси на швидкість  $\vec{p} = m\vec{v}$ , то отримаємо:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Запишемо рівняння руху для вантажів 1 та 2:

$$(m + m_i)\vec{g} + \vec{T}_1 = (m + m_i)\vec{a}; \quad (2.1)$$

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} = m\vec{a}. \quad (2.2)$$

Оскільки блок рухається обертально, то для опису його руху скористаємось *основним законом динаміки обертального руху*, згідно з яким похідна за часом від моменту імпульсу тіла дорівнює сумарному моменту сил, що діють на тіло:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i. \quad (2.3)$$

З урахуванням моменту імпульсу твердого тіла  $\vec{L} = I\vec{\omega}$ , запишемо рівняння (2.3) у вигляді

$$\frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\beta} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i, \quad (2.4)$$

де  $I$  – момент інерції блока відносно осі, що проходить через центр мас блока;

$\vec{\omega}$  – його кутова швидкість;

$\vec{\beta}$  – кутове прискорення блока;

$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i$  – сумарний момент сил, що діють на блок.

При обертанні блока навколо осі з тертям необхідно враховувати моменти сил натягу ниток  $\vec{T}'_1$  і  $\vec{T}'_2$ , а також момент ефективної сили тертя  $\vec{F}_{тер}$ :

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_{тер} = I\vec{\beta}, \quad (2.5)$$

де  $\vec{M}_1 = [\vec{R}, \vec{T}'_1]$  – момент сили  $\vec{T}'_1$ ;

$R$  – радіус блока,  $\vec{R}$  – радіус-вектор, проведений від осі обертання до точки прикладення сили;

$\vec{M}_2 = [\vec{R}, \vec{T}'_2]$  – момент сили  $\vec{T}'_2$ ;

$\vec{M}_{тер} = [\vec{R}, \vec{F}_{тер}]$  – момент сили тертя.

Кутове прискорення  $\vec{\beta}$  пов'язане з лінійним прискоренням залежністю:

$$\vec{a} = [\vec{\beta}, \vec{R}]. \quad (2.6)$$

Перепишемо рівняння руху (2.1), (2.2), (2.5), (2.6) у скалярній формі:

$$\begin{cases} (m + m_i)a = (m + m_i)g - T_1 \\ ma = T_2 - mg \\ M_1 - M_2 - M_{тер} = I\beta \\ a = \beta R \end{cases} \cdot$$

$$\begin{cases} T_1 = (m + m_i)g - (m + m_i)a \\ T_2 = mg + ma \\ (T'_1 - T'_2)R - F_{тер}R = I \frac{a}{R} \end{cases}$$

Врахувавши, що за третім законом Ньютона  $|\vec{T}'_1| = |\vec{T}_1|$ ,  $|\vec{T}'_2| = |\vec{T}_2|$ , отримаємо:

$$[(m + m_i)g - (m + m_i)a - mg - ma]R - F_{тер}R = I \frac{a}{R}.$$

Розділимо рівняння на  $R$ :

$$mg - m_i g - ma - m_i a - mg - ma - F_{тер} = \frac{I}{R^2} a.$$

$$a\left(\frac{I}{R^2} + 2m + m_i\right) = m_i g - F_{тер}.$$

Отримаємо :

$$a = \frac{m_i g - F_{тер}}{2m + m_i + I / R^2}. \quad (2.7)$$

Якщо маса додаткових тягарців  $m_i \ll 2m + \frac{I}{R^2}$ , його масою можна знехтувати, тоді прискорення системи лінійно залежить від сили тяжіння додаткового тягарця. Прискорення системи неможливо обчислити за формулою (2.7), тому що сила тертя і момент інерції блока невідомі.

Із рівняння (2.7) видно, що при  $a = 0$ :

$$F_{тер} = m_i g. \quad (2.8)$$

Формула (2.8) показує, що силу тертя можна знайти, екстраполюючи залежність прискорення від сили тяжіння додаткових вантажів до перетину з віссю абсцис.

Оскільки рухаються тягарці рівноприскорено, початкова їх швидкість дорівнює нулю, то пройдений шлях дорівнює:

$$h = \frac{at^2}{2}.$$

Значення прискорення можна обчислити за формулою

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (2.9)$$

де  $h$  – пройдена вантажами відстань;

$t$  – час, за який пройдена ця відстань.

## 2.3 Опис лабораторної установки

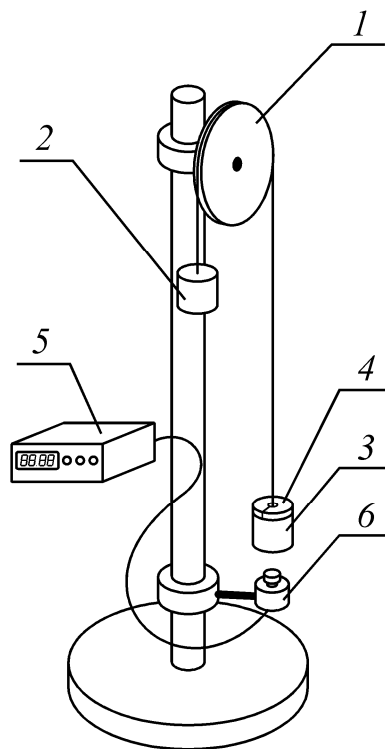


Рисунок 2.2 – Лабораторна установка

Функціональна схема прибору Атвуда показана на рис.2.2: 1 – блок; 2,3 – вантажі; 4 – додатковий тягарець; 5 – секундомір; 6 – автоматичний вимикач секундоміра.

Через легкий блок 1 перекинута нитка з вантажами. Якщо на вантаж 3 покласти додатковий тягарець 4 (масою  $m_i$ ), система почне рухатися з прискоренням. В момент удару вантажу по вимикачу 6 секундомір зупиняється.

## 2.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. На вантаж 3 покласти додатковий тягарець 4, масу якого занести до таблиці 2.1. Маса додаткового тягарця та похибка її вимірювання позначена на ньому.

2. Підняти вантаж 3 з додатковим тягарцем на висоту  $h$ . Виміряти цю висоту (відстань від вантажу 3 з тягарцем до автоматичного вимикача секундоміра 6).

3. Відпустити вантаж 3, водночас включивши секундомір.

4. Виміряти час падіння вантажу з додатковим тягарцем 5 разів. Визначити середнє значення часу падіння. Результати занести до таблиці 2.1.

5. Додаючи до вантажу додаткові тягарці (збільшуючи їх сумарну масу), виконати завдання пп.2-4 5разів.

6. Обчислити похибку вимірювання часу. Результат занести до таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Результати вимірювань та розрахунків

$(m_i \pm \Delta m_i)$ , кг					
$(m_i g \pm \Delta m_i g)$ , Н					
№ досл.	$t_1$ , с	$t_2$ , с	$t_3$ , с	$t_4$ , с	$t_5$ , с
1					
2					
3					
4					
5					
$\langle t \rangle \pm \Delta t$ , с					
$\langle a \rangle \pm \Delta a$ , м/с <sup>2</sup>					

7. Обчислити значення прискорення для різних додаткових вантажів за формулою (2.9) та занести до табл. 2.1.

8. Обчислити абсолютну похибку у визначені прискорення  $a$ .

9. Побудувати графік залежності прискорення  $a$  від сили тяжіння додаткового вантажу  $m_i g$ .

10. За графіком визначити значення сили тертя  $F_{тер}$ . Для цього екстраполювати залежність прискорення від сили тяжіння додаткових вантажів  $a = (m_i g)$  до перетину з віссю абсцис. Сила тертя  $F_{тер}$  дорівнює  $m_i g$  при  $a = 0$ .

11. Виміряти радіус блока  $R$ .

10. Знайти момент сили тертя за формулою:  $M_{тер} = F_{тер} R$ .

## 2.5 Зміст звіту

Звіт повинен містити: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірів та розрахунків, зведені у таблицю; статистичну обробку результатів вимірювань; графік залежності прискорення від величини  $(m_i g)$ ; значення сили тертя та моменту сили тертя; короткі висновки.

## 2.6 Контрольні запитання та завдання

1. Дайте визначення матеріальної точки, абсолютно твердого тіла.
2. Сформулюйте основний закон динаміки поступального руху.
3. Запишіть рівняння руху тягарця масою  $m$ .
4. Запишіть рівняння руху тягарця масою  $m$  з додатковим вантажем  $m_i$ .
5. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.
6. Запишіть рівняння руху блока.
7. Як в даній роботі знайти прискорення руху тягарців?
8. Як в даній роботі знайти силу тертя, момент сили тертя?
9. Викладіть способи завдання руху (векторний, координатний, природний).
10. Чому дорівнюють швидкість і прискорення матеріальної точки при різних способах завдання руху?
11. Запишіть зв'язок між кутовим та лінійним прискореннями.

## 3 ВИВЧЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ЧАСТКОВО ПРУЖНОГО УДАРУ

**3.1 Мета роботи:** дослідити закономірності частково пружного удару, визначити шляхом експерименту коефіцієнт відновлення швидкості, зміну імпульсу та енергії дисипації внаслідок удару сталеві кульки по металевій пластині.

### 3.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за підручником [1, с.80–85; 4, с.79–84].

При виконанні лабораторної роботи слід знати, що у фізиці часто спостерігаються явища, пов'язані з взаємодією тіл, між якими діють потенційні сили. Ударом називається зіткнення двох або декількох тіл, при якому взаємодія триває дуже короткий час.

Звичайно при ударі тіл потенціальною енергією нехтують – це дає змогу користуватися законами збереження механічної енергії у формі закону збереження кінетичної енергії. При частково пружному ударі металеві кульки об перешкоду частина кінетичної енергії переходить в енергію залишкової деформації (розсіюється). За законом збереження енергії та імпульсу маємо:

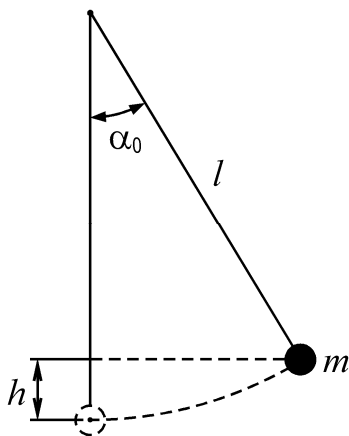


Рисунок 3.1– Фізична модель досліду



$$\frac{m\nu_0^2}{2} = \frac{m\nu^2}{2} + W_{\text{дис}},$$

$$m\vec{\nu}_0 = m\vec{\nu} + \Delta\vec{p},$$

де  $W_{\text{дис}}$  – розсіяна енергія;

$m$  – маса кульки;

$\nu_0$  – швидкість кульки до удару;

$\nu$  – швидкість кульки після удару;

$\Delta p$  – зміна імпульсу кульки.

Для кількісної оцінки зменшення швидкості вводиться коефіцієнт відновлення:

$$k = \frac{\nu}{\nu_0}.$$

Величину  $k$  найпростіше визначити при центральному ударі. Якщо кульку, що висить на нитці (рис. 3.1), відхилити на невеликий кут  $\alpha_0$  та відпустити, то в момент зіткнення кульки з металевою пластиною швидкість  $\nu_0$  можна знайти за законом збереження енергії:

$$\frac{m\nu_0^2}{2} = mgh,$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;

$h$  – висота, на яку була піднята кулька.

Швидкість буде дорівнювати:

$$\nu_0 = \sqrt{2gh}, \quad (3.1)$$

З геометричних міркувань  $h$  дорівнює:

$$h = l - l \cdot \cos \alpha = l \cdot (1 - \cos \alpha_0) = 2l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx \frac{l \cdot \alpha_0^2}{2},$$

(для малих кутів:  $\alpha_0 < 0,5 \text{ рад}$ ).

Якщо підставити отримане значення для  $h$  в формулу (3.1), отримаємо:

$$v_0 = \alpha_0 \cdot \sqrt{gl} . \quad (3.2)$$

Враховуючи (3.2), формула для  $k$  набуває вигляду:

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} .$$

Зменшення кута  $\alpha$  після першого удару може виявитися малим, тому доцільно виміряти кут після  $n=10$  або 20 ударів:

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \dots = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}} . \quad (3.3)$$

Перемноживши рівняння (3.3), отримаємо:

$$k^n = \frac{\alpha_n}{\alpha_0} .$$

Отже,

$$k = \sqrt[n]{\alpha_n / \alpha_0} . \quad (3.4)$$

Оскільки при ударі швидкість змінює свій напрямок, зміна імпульсу в скалярній формі має вигляд:

$$\Delta p = mv_0 + mv .$$

З урахуванням викладеного знайдемо зміну імпульсу і розсіяну при ударі енергію:

$$\Delta p = m \cdot (v_0 + v) = m \cdot (\alpha_0 + \alpha) \cdot \sqrt{gl} = m\alpha_0 \cdot (1 + k) \sqrt{gl} , \quad (3.5)$$

$$W_{\text{дис}} = \frac{mgl}{2} \cdot (\alpha_0^2 - \alpha^2) = \frac{mgl}{2} \cdot \alpha_0^2 \cdot (1 - k^2) . \quad (3.6)$$

Таким чином, для знаходження основних характеристик частково пружного удару, необхідно виміряти кути відхилення кульки перед і після ряду ударів о металеву пластину.

### 3.3 Опис лабораторної установки

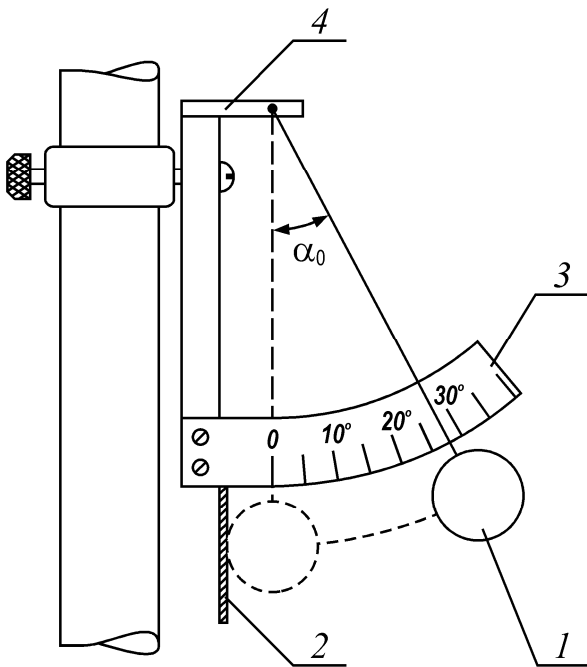


Рисунок 3.2 – Схема лабораторної установки

Схема лабораторної установки зображена на рис.3.2: кулька 1, металева пластинка 2, шкала 3, платформа 4, на якій закріплена нитка з кулькою 1. Частково пружний удар кульки вивчається при ударі об металеву пластину після того, як кульку було відхилено від положення рівноваги на деякий кут  $\alpha_0$  і відпущено.

### 3.4 Порядок виконання роботи

1. Виміряти довжину нитки підвісу і масу кульки.
2. Відхилити кульку 1 на малий кут  $\alpha_0$  (до  $30^\circ$ ) та, після 10 або 20 ударів, виміряти кут відхилення кульки після останнього удару за допомогою шкали 3. Результати занести до табл. 3.1.
3. Повторити дії, вказані в п.2 ще тричі для різних  $\alpha_0$ .
4. Обчислити значення коефіцієнту відновлення  $k$  за формулою (3.4). Результати занести до таблиці 3.1.
5. Побудувати графік залежності коефіцієнту відновлення від величини початкового кута відхилення  $k = f(\alpha_0)$  за чотирма вимірюваннями.
6. Обчислити за формулою (3.5) зміну імпульсу  $\Delta p$  для максимального значення  $\alpha_0$ . Для розрахунку зміни імпульсу значення кута  $\alpha_0$  підставляти у радіанах ( $1^\circ = 0,017 \text{ рад}$ ). Результати занести до табл. 3.1.
7. Обчислити енергію дисипації  $W_{\text{дис}}$  за формулою (4.6). Для розрахунку енергії дисипації  $W_{\text{дис}}$  значення кута  $\alpha_0$  підставляти у радіанах. Результати занести до таблиці 3.1.

8. Побудувати графік залежності енергії дисипації від величини початкового кута відхилення  $W_{\text{дис}} = f(\alpha_0)$ .

9. Знайти абсолютну похибку вимірювання.

Таблиця 3.1 – Результати вимірювань та розрахунків.

№ п.п.	n	$\alpha_0$ ,		$\alpha_n$ ,	k	$\Delta p$ , кг·м/с	$W_{\text{дис}}$ , Дж
		градуси	радіани	градуси			
1.							
2.							
3.							
4.							

### 3.5 Зміст звіту

Звіт повинен містити: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірювань; графіки залежності коефіцієнту відновлення від початкового кута відхилення –  $k = f(\alpha_0)$  та енергії дисипації від початкового кута відхилення –  $W_{\text{дис}} = f(\alpha_0)$ ; розрахунок похибок; короткі висновки.

### 3.6 Контрольні запитання та завдання

1. Що називається абсолютно пружним ударом? Наведіть приклади.
2. Що називається абсолютно непружним ударом? Наведіть приклади.
3. Які закони динаміки виконуються при абсолютно пружному та непружному ударах?
4. Дайте визначення коефіцієнта відновлення?
5. Дайте визначення енергії дисипації?
6. Чому для визначення  $k$  беруть серію ударів?
7. Чи можна визначити заздалегідь, як впливатиме швидкість кульки в момент удару на величини  $k$  та  $W_{\text{дис}}$ ?
8. Запишіть робочі формули для розрахунку  $W_{\text{дис}}$  та  $\Delta p$ .

## 4 ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛ МЕТОДОМ СКОЧУВАННЯ З ПОХИЛОЇ ПЛОЩИНИ

**4.1 Мета роботи:** Дослідити процес скочування тіл циліндричної форми з похилої площини та визначити їх моменти інерції відносно осі, що проходить через центр інерції.

### 4.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за підручником [1, с.80-83, 99-121; 4, с.79-80, 101-111].

Для визначення моменту інерції тіл, що скочуються з похилої площини, використаємо закон збереження механічної енергії. Фізичну модель досліду подано на рис.4.1. Тіло на похилій площині має можливість котитись під дією проекції сили тяжіння на напрямок площини (рис.4.1). Якщо знехтувати енергією, яка витрачається на роботу проти сили тертя, то, згідно закону збереження енергії, зменшення потенціальної енергії  $mgh$  дорівнюватиме приросту кінетичної енергії складного руху – поступального вздовж похилої площини та обертального навколо осі, що проходить через центр інерції тіла:

$$mgh = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}, \quad (4.1)$$

де  $m$  – маса тіла, що котиться;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$h$  – зміна висоти при котінні (рис.4.1);

$v_c$  – швидкість центру інерції в кінцевій точці шляху (початкова швидкість дорівнює нулю);

$\omega$  – кутова швидкість наприкінці шляху  $l$ ;

$I_c$  – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр інерції тіла.

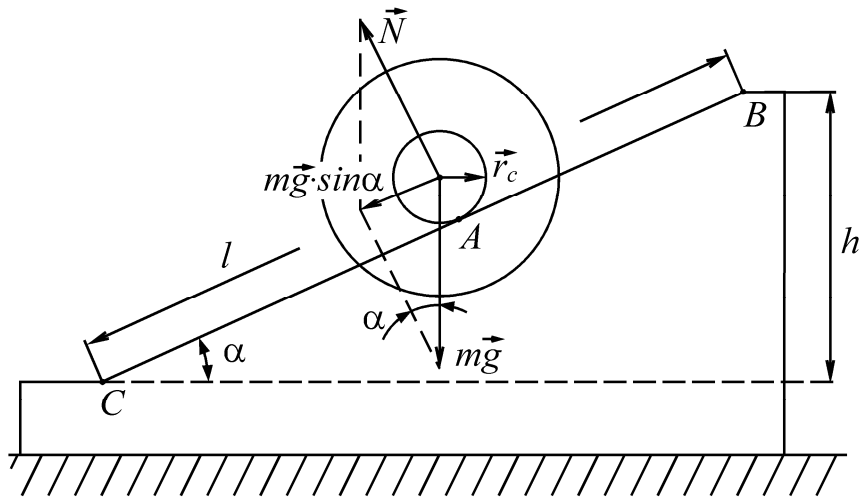


Рисунок 4.1 – Фізична модель досліду

Ковзання при котінні циліндра по площині буде відсутнім за умови, що лінійна швидкість точок торкання (точка  $A$ ) дорівнюватиме нулю, що, в свою чергу, виконується, якщо швидкість центру інерції  $v_c$  в кожний момент часу дорівнює добутку кутовій швидкості обертання циліндра  $\omega$  на радіус стержня  $r_c$ , на який насаджено тіло:

$$v_c = \omega \cdot r_c. \quad (4.2)$$

Підставивши рівняння (4.2) у формулу (4.1), знайдемо:

$$I_c = \frac{2mgh \cdot r_c^2}{v_c^2} - m \cdot r_c^2. \quad (4.3)$$

Швидкість  $\langle v \rangle$  знайдемо за умови, що при опусканні з висоти  $h$  тіло пройде рівномірно упродовж похилої площини шлях  $l$  (відстань  $BC$ ) (початкова швидкість на цьому шляху дорівнювала нулю). Отже,

$$l = \langle v \rangle \cdot t,$$

де  $t$  – час, за який тіло пройде шлях  $l$ ;

$\langle v \rangle$  – середня швидкість руху, що дорівнює  $\frac{1}{2} \cdot (v_{\max} + 0)$  ( $v_{\max}$  – швидкість тіла наприкінці шляху).

Тоді  $l = \frac{v_c \cdot t}{2}$ , або  $v_c = \frac{2 \cdot l}{t}$ . Підставивши цей вираз у формулу (4.3), отримаємо робочу формулу для визначення моменту інерції  $I_c$ :

$$I_c = mr_c^2 \cdot \left( \frac{ght^2}{2 \cdot l^2} - 1 \right). \quad (4.4)$$

Примітка: момент інерції тіла відносно довільної осі обертання можна знайти за теоремою Штейнера [1].

### 4.3 Опис лабораторної установки

Установка, що використовується в цій роботі (рис.4.2), являє собою похилу площину, виготовлену з двох паралельних дошок 1 та 2, закріплених під невеликим кутом до горизонту. Цей кут можна змінювати за допомогою переставного стержня 3. Необхідно визначити момент інерції тіла 4, насадженого на циліндричний стержень так, щоб вісі цього тіла та стержня, а також центри їх мас співпадали.

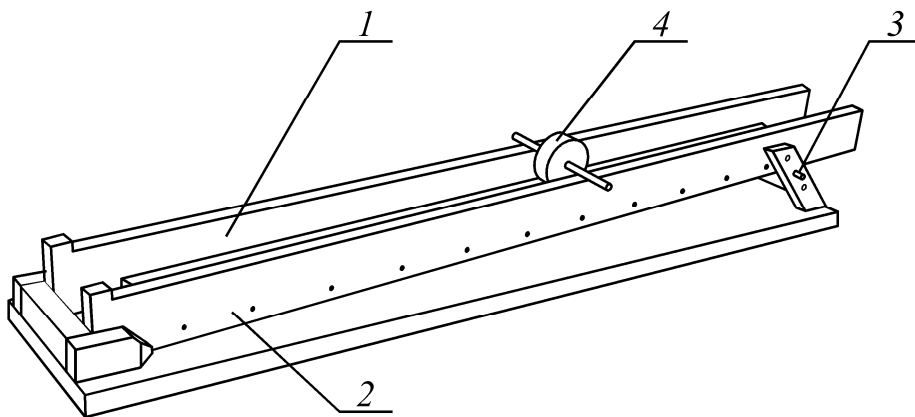


Рисунок 4.2 – Вигляд лабораторної установки

### 4.4 Порядок виконання роботи та методичні вказівки до її виконання

1. Шляхом зважування знайти масу тіла  $m$ , якщо вона на ньому не вказана.
2. Виміряти штангенциркулем радіус стержня  $r_c$ .
3. Виміряти лінійкою зміну висоти  $h$ .

4. Помістити тіло у верхню точку похилої площини та відпустити, одночасно увімкнувши секундомір. Таким чином виміряти час  $t$  руху уздовж шляху  $l$ . Результати занести до табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Результати вимірювань та розрахунків.

№ п.п.	$m$ , кг	$l$ , м	$r_c$ , м	$h$ , м	$t$ , с	$\langle t \rangle$ , с	$I_c$ , кг·м <sup>2</sup>	$\langle I_c \rangle$ , кг·м <sup>2</sup>
1.								
2.								
3.								

5. Повторити завдання п.4 ще три рази.
6. Обчислити середнє значення часу  $\langle t \rangle$ .
7. Виміряти шлях, який пройшло тіло уздовж похилої площини.
8. За формулою (4.4) розрахувати момент інерції  $I_c$ .
9. Повторити п.3...8 ще для двох різних кутів нахилу похилої площини (різних  $h$ ).
10. Обчислити середнє значення моменту інерції  $\langle I_c \rangle$ .
11. Знайти абсолютну похибку вимірювання.

#### 4.5 Зміст звіту

Звіт повинен містити: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірювань та розрахунків, зведені у таблиці; розрахунок похибок; стислі висновки.



## 4.6 Контрольні запитання та завдання

1. Які прямі вимірювання необхідно провести для визначення моменту інерції?
2. Дайте визначення кінетичної та потенціальної енергії.
3. Який порядок перевірки одержаного результату для моменту інерції?
4. Запишіть рівняння закону збереження енергії для тіла, що котиться з похилої площини.
5. Що називається моментом інерції твердого тіла відносно осі, що проходить через центр інерції?
6. Запишіть робочу формулу для визначення моменту інерції.
7. Сформулюйте теорему Штейнера.
8. Вкажіть одиницю вимірювання моменту інерції в СІ.
9. Запишіть вираз кінетичної енергії при обертальному русі.

## 5 ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА НА ПРИСТРОЇ ОБЕРБЕКА

**5.1 Мета роботи:** Експериментально перевірити основний закон динаміки обертального руху на пристрої Обербека шляхом визначення дослідним шляхом моменту інерції вантажу масою  $m_i$  та порівняння отриманого результату з теоретичними даними.

### 5.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

При підготовці до лабораторної роботи необхідно вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій та підручником [1, с. 9-16], [2, с. 16-40], [3, с. 31-34], [4, с. 94-110].

### 5.3 Опис лабораторної установки

Пристрій, за допомогою якого проводиться дослід (маятник Обербека), являє собою хрестовину (рис. 5.1), що обертається навколо горизонтальної осі. Із хрестовиною скріплений шків діаметра  $d$ , на який можна намотувати нитку з вантажем маси  $m$ . Сила натягу нитки (при опусканні вантажу) приводить в рівноприскорене обертання хрестовину.

В такому русі обертальний момент, що приводить до руху маятник, утворюється під дією сили натягу  $\vec{F}_n$  нитки, що розмотується.

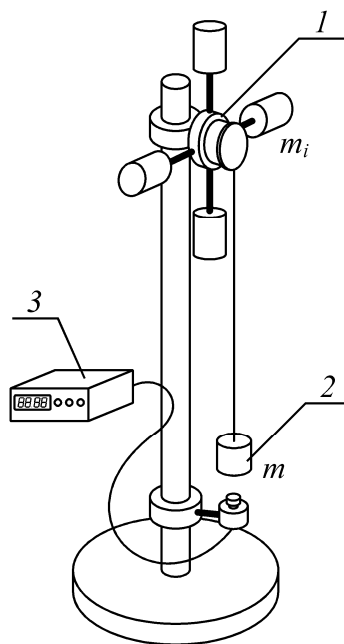
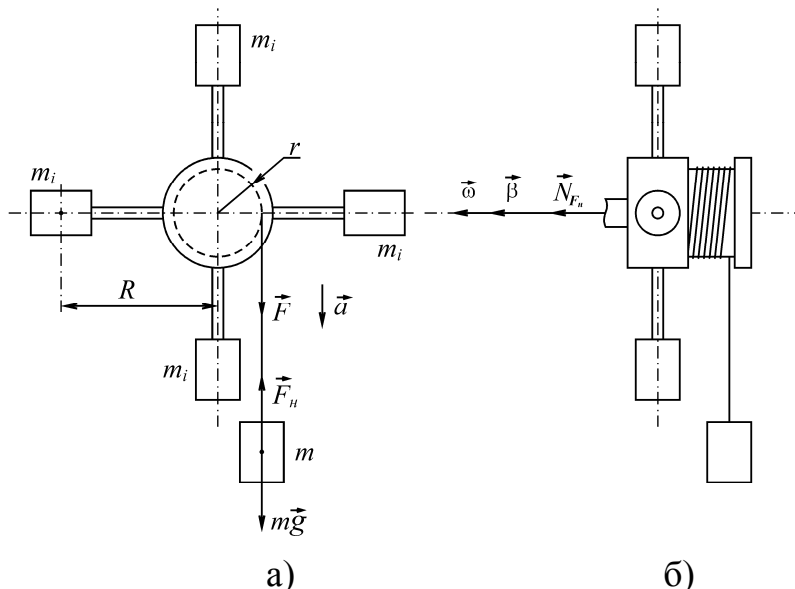


Рисунок 5.1 – Схема лабораторної установки

(1 – хрестовина; 2 – шків; 3 – нитка; 4 – вантаж масою  $m$ ; 5 – вантаж масою  $m_i$ ; 6 – секундомір).

На стрижнях хрестовини на однакових відстанях  $R$  від осі обертання (для динамічної рівноваги) закріплюють чотири однакових вантажі маси  $m_i$  кожний, розміри яких малі в порівнянні з  $R$ . Висоту  $h$  опускання вантажу масою  $m$  відраховують за допомогою спеціальної лінійки. Ця висота залишається постійною для всіх дослідів.

Цей спосіб вимірювання заснований на спостереженні одночасного руху двох тіл: досліджуваного маятника Обербека – 1 та тіла, що падає – 4 (рис. 5.1).



## Рисунок 5.2 – Фізична модель досліду

Вантаж масою  $m$  під час падіння рухається поступально (рис. 5.2 а)). В цей час на нього діють  $m\vec{g}$  - сила тяжіння та  $\vec{F}_n$  - сила натягу нитки. Отже, за дугим законом Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

де  $\vec{a}$  - прискорення поступального руху,  $\vec{F}$  - рівнодіюча сил  $\vec{F}_n$  та  $m\vec{g}$ .

Маємо:

$$m\vec{g} + \vec{F}_n = m\vec{a},$$

або в проекціях на вісь  $y$ :

$$mg - F_n = ma. \quad (5.1)$$

На хрестообразий маховик діє момент сили натягу нитки  $\vec{N}_{F_n}$  та момент сили тяжіння маховика  $\vec{N}_{m'g}$ , де  $m'g$  - сила тяжіння маховика.

Основне рівняння динаміки обертального руху запишеться у вигляді:

$$I\vec{\beta} = \vec{N}_{F_n} + \vec{N}_{m'g},$$

де  $I$  - момент інерції хрестовини,  $\beta$  – кутове прискорення.

Для того, щоб перейти до скалярного вигляду, визначимо напрямок та значення векторів  $\vec{N}_{F_n}$ ,  $\vec{N}_{m'g}$  та  $\vec{\beta}$ .

Під час руху вантажа масою  $m$  вниз, шків обертається за часовою стрілкою (для випадка на рис.5.2).

Напрямок вектора кутового переміщення  $\vec{\phi}$  та кутової швидкості  $\vec{\omega}$  визначається за правилом буравчика: обертальний рух буравчика співпадає з напрямком обертання твердого тіла, а поступальний рух буравчика співпадає з напрямком вектора кутового переміщення та кутової швидкості.

В нашому випадку вектор кутового переміщення та кутової швидкості напрямлені вздовж осі обертання (рис.5.2 б)).

При прискореному русі вектор кутового прискорення  $\vec{\beta}$  спрямований в один бік з вектором кутової швидкості  $\vec{\omega}$ , при уповільненому – спрямований в протилежному напрямку до нього. Оскільки в нашому випадку кутова швидкість збільшується з часом – вектор кутового прискорення співпадає з напрямком вектора кутової швидкості, тобто, спрямований від нас.

Визначимо напрямок та величину вектора моменту сили натягу нитки  $\vec{N}_{F_n}$ . За визначенням, момент сили  $\vec{N}_{F_n}$  відносно точки обертання дорівнює:

$$\vec{N}_{F_H} = [\vec{r}, \vec{F}_H],$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор, що проведено з точки обертання О до точки прикладення сили  $\vec{F}_H$ .

За правилом буравчика вектор  $\vec{N}_{F_H}$  співпадає з поступальним рухом буравчика при його обертанні від радіус-вектора до сили  $\vec{F}_H$ , якщо вони виходять з однієї точки. Таким чином, момент сили  $\vec{N}_{F_H}$  спрямований від нас.

Значення моменту сили натягу нитки дорівнює:

$$N_{F_H} = rF_H \sin 90^\circ = rF_H. \quad (5.2)$$

Сила тяжіння хрестовини прикладена до т.О, тобто, до точки обертання хрестовини. Це означає, що радіус-вектор дорівнює нулю, а з цього випливає, що і момент сили тяжіння

$$\vec{N}_{m'g} = 0.$$

Таким чином, вектори  $\vec{N}_{F_H}$  та  $\vec{\beta}$  мають однаковий напрямок (рис.5.2 б)).

Основне рівняння динаміки обертального руху можна переписати в скалярному вигляді:

$$I\beta = N_{F_H}.$$

Узагальнюючи усе це, приходимо до висновку, що система рівнянь, яка описує рух вантажу та хрестовини має вигляд:

$$\begin{cases} m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_H \\ I\vec{\beta} = \vec{N}_{F_H} + \vec{N}_{m'g} \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_H \\ I\vec{\beta} = \vec{N}_{F_H} \end{cases}$$

або в скалярному вигляді:

$$\begin{cases} ma = mg - F_H \\ I\beta = rF_H \end{cases}. \quad (5.3)$$

Кутове прискорення пов'язане з тангенціальним прискоренням на поверхні шківа відношенням:

$$\beta = \frac{a_\tau}{r}.$$

Якщо нитка неростяжна та ковзання нитки відносно шківів відсутнє, то можна сказати, що тангенціальне прискорення на поверхні шківів  $a_\tau$  дорівнює прискоренню  $a$  поступального руху вантажу маси  $m$ .

Таким чином,

$$\beta = \frac{a_\tau}{r} = \frac{a}{r}. \quad (5.4)$$

Підставивши вираз (5.4) в рівняння системи (5.3), отримаємо:

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}. \quad (5.5)$$

З цього виразу витікає, що вантаж рухається рівноприскорено. Прискорення вантажу масою  $m$  можна визначити з формули шляху

рівноприскореного руху  $S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$  при  $V_0 = 0$ :

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (5.6)$$

де  $h$  – висота, з якої падає вантаж,  $t$  – час його падіння

Якщо прирівняти відношення (5.5) та (5.6), отримаємо розрахункову формулу для визначення моменту інерції хрестовини:

$$I = \frac{mr^2(gt^2 - 2h)}{2h} = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (5.7)$$

#### 5.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. Скрутити з хрестовини всі вантажі 5.
2. Виміряти висоту  $h$ , з якої буде падати вантаж (ця висота повинна бути однаковою для всіх дослідів, що будуть проводитись).
3. Намотати на шків 2 нитку 3 в один шар.
4. Відпустити хрестовину та виміряти час  $t_0$  падіння вантажу маси  $m$  з висоти  $h$ . Повторити виміри часу п'ять разів. Знайти середнє значення часу  $t_0$ . (Таким чином можна визначити момент інерції  $I_0$  хрестовини без вантажів маси  $m_i$ ). Результати занести до таблиці 5.1
5. Закріпити на спицях чотири вантажа масою  $m_i$  на відстані  $R$  від вісі шківів та виміряти  $R$  за допомогою лінійки. Відпустити хрестовину та виміряти час  $t$  падіння вантажу маси  $m$  з висоти  $h$ . Повторити виміри часу п'ять разів.

Знайти середнє значення часу  $t$ . Таким чином можна визначити момент інерції  $I$  хрестовини з вантажами маси  $m_i$ . Отримані результати занести до таблиці 5.1

Таблиця 5.1 – Результати вимірювань

	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$t_3, \text{с}$	$t_4, \text{с}$	$t_5, \text{с}$	$t_{\text{сеп}}, \text{с}$
Без вантажів						
З вантажами						

6. Обчислити момент інерції  $I_i$  одного вантажа масою  $m_i$ :

$$I_i = \frac{I - I_0}{4} = \frac{mr^2 g}{8h} (t^2 - t_0^2), \quad (5.8)$$

де  $I$  – момент інерції хрестовини з вантажами,  $I_0$  – момент інерції хрестовини без вантажів. Знайшовши різницю цих значень можна отримати значення моменту інерції всіх вантажів масою  $m_i$ , а розділивши це значення на 4, отримати момент інерції кожного з вантажів. (Радіус шківів та маси вантажів вказані на робочому місці).

7. Для перевірки отриманого результату порівняти його з результатом обчислення  $I_i$  за теоретичною формулою:

$$I_i = m_i R^2. \quad (5.9)$$

8. Розрахувати абсолютну похибку отриманого результату для  $I_i$ . Отриманий результат записати у вигляді  $I = I \pm \Delta I$ .

### 5.5 Зміст звіту

Зміст повинен містити: таблицю виміряних значень; результати розрахунків моменту інерції вантажу; виводи та розрахунок формул абсолютної похибки моменту інерції за формулами (5.8) та (5.9); висновки.

### 5.6 Контрольні запитання та завдання

1. Напишіть основний закон динаміки обертального руху.
2. Сформулюйте та напишіть, що таке момент сили.
3. Як спрямований момент сили в пристрої Обербека?

4. Сформулюйте та напишіть, що таке момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр тяжіння.

5. Сформулюйте та напишіть, що таке кутова швидкість та кутове прискорення.

6. Сформулюйте та напишіть, що таке момент імпульсу матеріальної точки та тіла.

7. Поясніть фізичний зміст векторів, що зображені на рис. 2.3.

8. Відомо, що для того, щоб відрізнути сире яйце від вареного, достатньо його розкрутити на столі. Варене яйце крутиться довго, а сире яйце розкрутити не вдається. Чому?

## **6 ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА**

**6.1 Мета роботи:** дослідження вільних коливань математичного маятника, визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника.

### **6.2 Методичні вказівки з організації самостійного роботи студентів**

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій та підручником [1, 62-69; 2, 175-176; 3, 222-223].

При виконанні лабораторної роботи слід знати: *математичним маятником* називають матеріальну точку, що підвішена на кінці невагомої нерозтяжної нитки, яка здійснює коливання під дією сили тяжіння .

Практично це кулька, розміри якої значно менші за довжину нитки  $l$ , а маса  $m$  значно більша маси нитки (рис.6.1).

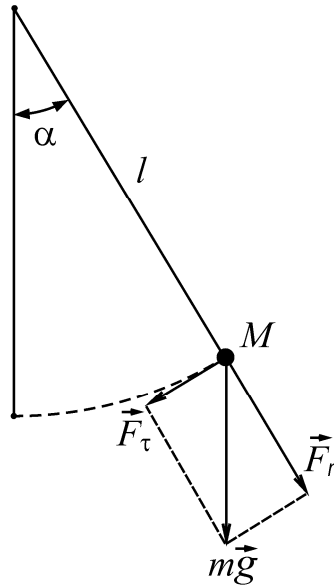


Рисунок 6.1 – Фізична модель досліду

Відхилення маятника від положення рівноваги характеризуватимемо за допомогою кута  $\alpha$ . Розкладемо силу тяжіння  $m\vec{g}$  на складові: за напрямком нитки –  $\vec{F}_n$  і за перпендикулярним напрямком, що співпадає з напрямком руху кульки –  $\vec{F}_\tau$ .

Сила  $\vec{F}_n$  натягує нитку маятника, а сила  $\vec{F}_\tau$  створює обертальний момент, що викликає прискорення кульки, повертаючи її в положення рівноваги.

$$M = lF_\tau = -mgl \sin \alpha, \quad (6.1)$$

де  $F_\tau = -mg \sin \alpha$  (знак “-” вказує, що напрям зростання кута відхилення протилежний напрямку сили).

Момент інерції математичного маятника знаходимо, як для матеріальної точки

$$I = ml^2, \quad (6.2)$$

кутове прискорення

$$\beta = \frac{d^2\alpha}{dt^2}.$$

Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху

$$M = I \cdot \beta = I \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad (6.3)$$

Для математичного маятника:



$$ml^2 \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha. \quad (6.4)$$

Обмежимося розглядом малих коливань ( $\alpha < 0,5$  рад), для яких  $\sin \alpha \approx \alpha$ . Рівняння (6.4) можна привести до вигляду

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l}\alpha = 0. \quad (6.5)$$

Отримане рівняння є диференціальним рівнянням гармонічних коливань з частотою

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (6.6)$$

Рішення рівняння (6.5) має вигляд

$$\alpha = A \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де  $A$  – амплітуда коливань;

$\omega_0$  – циклічна частота;

$\varphi$  – початкова фаза.

Період коливань математичного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6.7)$$

Звідси маємо, що період коливань при малих кутах відхилення не залежить від маси маятника й амплітуди його коливань. З формули (6.7) випливає:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (6.8)$$

Період коливань можна розрахувати за формулою:

$$T = \frac{t}{N}, \quad (6.9)$$

де  $t$  – час достатньо великої кількості коливань;

$N$  – кількість коливань.

### 6.3 Опис лабораторної установки

Маятник являє собою важку кульку, підвішену в точці підвісу на довгій нитці, довжина якої може змінюватися. До лабораторної установки додається лінійка для вимірювання довжини маятника і секундомір для визначення періоду коливань.

### 6.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. За допомогою лінійки виміряти довжину маятника. Результат занести до таблиці 6.1.

2. Відхиливши маятник на малий кут ( $4-5^\circ$ ), визначити час  $t$   $N=20$  коливань. Визначити період коливань маятника  $T = \frac{t}{N}$ , де  $N$  – число коливань. Результат занести до таблиці 6.1.

3. Повторити завдання п. 1, 2 для п'яти різних довжин математичного маятника.

4. Обчислити величину прискорення вільного падіння  $g$ . Результат занести до таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Результати вимірювань та розрахунків

№	$l$ , м	$t$ , с	$T$ , с	$g$ , м/с <sup>2</sup>
1				
2				
3				
4				
5				

5. Побудувати залежність  $g(l)$ .

6. Обчислити абсолютну похибку вимірювань прискорення вільного падіння.

## 6.5 Зміст звіту

Звіт повинен містити: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірювань, зведені до таблиці; графік залежності  $g(l)$ ; статистичну обробку результатів вимірювань; короткі висновки.

## 6.6 Контрольні запитання і завдання

1. Що таке вільне падіння?
2. Від чого залежить прискорення вільного падіння?
3. Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння.
4. Як змінюється прискорення вільного падіння з висотою над поверхнею Землі?
5. Що являє собою математичний маятник?
6. Чому дорівнює період коливань математичного маятника та від чого він залежить?
7. Виведіть формулу періоду коливань математичного маятника.
8. Які коливання називаються гармонічними?
9. Запишіть диференціальне рівняння вільних коливань, та його розв'язок.
10. Під дією яких сил відбуваються гармонічні коливання?

## 7 ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

### 7.1 Мета роботи

Вивчення законів коливального руху фізичного маятника. Визначення прискорення вільного падіння тіла шляхом вимірювання періодів коливань оборотного маятника.

### 7.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій та підручником [1, 67-68; 2, с. 174-176].

Слід знати, що *фізичним маятником* називається тверде тіло довільної форми, здатне виконувати малі коливання у полі сили тяжіння навколо горизонтальної осі, що не проходить через його центр мас. Масу  $m$  такого маятника не можна вважати зосередженою в точці.

Маятник (рис. 7.1) виконує коливання навколо осі, яка проходить крізь точку  $O$  перпендикулярно площині креслення. Точка  $O'$  – центр мас маятника. Розкладемо силу тяжіння маятника  $m\vec{g}$  на дві складові:  $F_n$  – у напрямку  $OO'$  і  $F_\tau$  – перпендикулярно до  $OO'$ . Сила  $F_\tau$  – створює обертальний момент

$$M = RF_\tau = -Rmg \sin \alpha, \quad (7.1)$$

де  $R$  – відстань від осі обертання до центру мас;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$F_\tau = -mg \sin \alpha$  (знак “–” вказує, що напрям зростання кута відхилення  $\alpha$  протилежний напрямку сили).

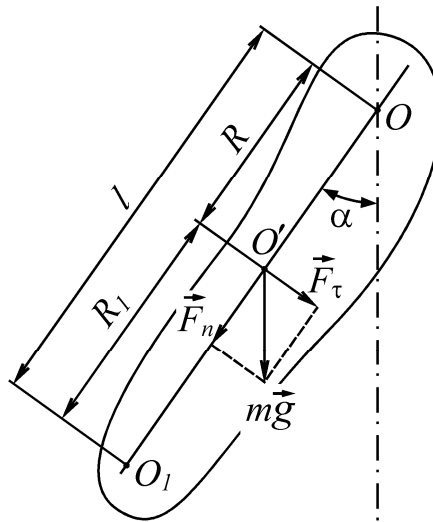


Рисунок 7.1 – Фізична модель досліду

Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху

$$I \cdot \beta = I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M, \quad (7.2)$$

де  $I$  – момент інерції маятника відносно осі  $O$ ;

$$\beta = \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \text{ – кутове прискорення.}$$

Підставляючи в формулу (7.2) вираз для моменту сили  $M$  з рівняння (7.1), маємо

$$I \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -Rmg \sin \alpha. \quad (7.3)$$

Для малих кутів відхилення ( $\alpha < 0,5$  рад)  $\sin \alpha \approx \alpha$ , звідки

$$I \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -Rmg\alpha. \quad (7.4)$$

Поділимо обидві частини рівняння на  $I$  та перенесемо праву частину ліворуч, будемо мати:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{Rmg}{I}\alpha = 0,$$

або

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0 \quad (7.5)$$

Отримане рівняння є диференціальним рівнянням гармонічних коливань. Таким чином, за відсутності тертя, малі коливання фізичного маятника є гармонічними з частотою

$$\omega = \sqrt{\frac{Rmg}{I}}. \quad (7.6)$$

Прийнявши до уваги, як зв'язані період та частота коливань ( $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ), період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Rmg}}. \quad (7.7)$$

Величина  $\frac{I}{mR}$  має розмірність довжини. Позначивши її через  $l$ , запишемо рівняння (7.7) в такому вигляді

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (7.8)$$

Ця формула за виглядом збігається з формулою для періоду коливань математичного маятника, тому вираз  $l = \frac{I}{mR}$  називають *приведеною довжиною фізичного маятника*. Приведена довжина фізичного маятника дорівнює довжині такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань даного фізичного маятника з масою  $m$ , моментом інерції  $I$  і відстанню між центром мас і віссю обертання  $R$ .

Відкладімо від осі обертання  $O$  у напрямку  $OO'$  відстань  $OO_1$ , що дорівнює приведеній довжині фізичного маятника  $l$  (рис.7.1). Точка  $O_1$  називається точкою коливання і має такі властивості: якщо перемістити вісь обертання  $O$  в точку  $O_1$ , то період коливань фізичного маятника не зміниться. Для цього достатньо показати, що приведена довжина  $l$  фізичного маятника з віссю  $O$  дорівнює приведеній довжині  $l_1$  того ж фізичного маятника з віссю  $O_1$ .

Згідно з *теоремою Штейнера*, момент інерції тіла  $I$  відносно довільної осі обертання дорівнює сумі моменту інерції  $I_0$  відносно осі, яка проходить крізь центр мас паралельно фактичній осі обертання, і добутку маси тіла на квадрат відстані  $R$  від центру тяжіння до фактичної осі обертання:

$$I = I_0 + mR^2. \quad (7.9)$$

Поділивши обидві частини цього рівняння на  $mR$ , матимемо для приведеної довжини маятника  $l$  вираз

$$l = \frac{I}{mR} = \frac{I_0}{mR} + R. \quad (7.10)$$

Позначивши  $\frac{I_0}{mR}$  через  $R_1$ , маємо:

$$l = R_1 + R, \quad (7.11)$$

Де  $R_1$  – відстань від точки  $O'$  до точки  $O_1$  (див. рис.7.1).

Приведена довжина фізичного маятника з віссю  $O_1$ :

$$l_1 = \frac{I_0 + mR_1^2}{mR_1} = \frac{I_0 + (l - R)^2 m}{m(l - R)} = \frac{I_0 + mR^2 + ml^2 - 2mlR}{m(l - R)}. \quad (7.13)$$

Але з рівняння (7.10) випливає, що

$$I_0 + mR^2 = lmR,$$

тоді

$$l_1 = \frac{lmR + ml^2 - 2lmR}{m(l - R)} = \frac{ml(l - R)}{m(l - R)} = l. \quad (7.14)$$

Таким чином,  $l_1 = l$ . Тобто на фізичному маятнику можна знайти такі дві спряжені точки  $O$  і  $O_1$ , періоди коливань навколо яких будуть рівні.

### 7.3 Опис лабораторної установки

Для визначення спряжених точок коливань зручно користуватись оборотним маятником, який має стержень з двома нерухомими опорами у вигляді призм (а,b) і трьох пересувних вантажів ( $P,Q,M$ ) (рис.7.2).

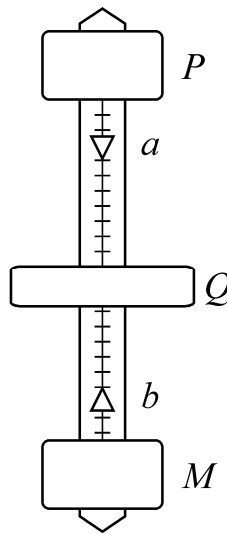


Рисунок 7.2 – Лабораторна установка

При фіксованих положеннях опор, положення вантажів добирають таким чином, щоб періоди коливань маятника на обох призмах були однакові. В цьому випадку, як то виходить із теорії, відстань між призмами дорівнюватиме приведеній довжині фізичного маятника. Період коливань визначається за допомогою секундоміра. Знаючи приведену довжину  $l$  і період коливань  $T$ , можна обчислити прискорення вільного падіння тіл за формулою (7.8), з якої маємо

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (7.15)$$

## 7.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. Підвісити маятник на одну з призм, наприклад “а”. Відхиливши маятник на малий кут (4-5°), дати йому можливість вільно коливатися. Виміряти за допомогою секундоміра час  $t_a$  20-25 коливань. Результат занести до таблиці 7.1.

2. Підвісити маятник на призму “б” і знову дати йому можливість коливатись. Виміряти за допомогою секундоміра час  $t_b$  такої ж кількості коливань, як і в першому випадку. Результат занести до таблиці 7.1.

3. Шляхом пересувань вантажів  $P$  або  $Q$ , домогтися того, щоб час однакового числа коливань  $t_a$  і  $t_b$  був рівним з точністю не менше 0,1 с.

4. Для полегшення задачі зручно побудувати графіки залежності часу 20-25 коливань від положення вантажу, що пересувається. Для цього за початок координат потрібно вибрати одну з призм, наприклад “а”. Виміряти час 20-25 коливань на призмах “а” та “б” для 5 різних положень вантажу  $Q$ . Дані вимірювань занести в таблицю 7.1. Побудувати графіки  $t_a(x)$  і  $t_b(x)$ . Координата точки перетину графіків  $x_0$  дає положення вантажу  $Q$ , при якому час коливань  $t_a = t_b$ .

Таблиця 7.1 – Результати вимірювань

$x, \text{ м}$	$t_a, \text{ с}$	$t_b, \text{ с}$

5. Помістити вантаж  $Q$  в положення  $x_0$ . Провести остаточні вимірювання часу  $t$  50 коливань 5 разів та дані занести в таблицю 7.2. Знайти середнє значення часу  $\langle t \rangle$ , визначити період коливань за формулою  $T = \frac{t}{N}$ , де  $N$  – кількість коливань.

6. Заміряти відстань  $l$  між призмами та занести результат до таблиці 7.2.

Таблиця 7.2 – Результати вимірювань



№	$N$	$t, \text{с}$	$\langle t \rangle, \text{с}$	$T, \text{с}$	$l, \text{м}$
1	50				
2					
3					
4					
5					

7. Визначити за формулою (7.15) прискорення вільного падіння тіл.

8. Обчислити абсолютну похибку вимірювань.

### 7.5 Зміст звіту

Звіт повинен мати: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірювань та розрахунків, зведені в таблиці; графік залежності часу кількості коливань від положення вантажу, що пересувається; статистичну обробку результатів вимірювань; короткі висновки.

### 7.6 Контрольні запитання і завдання

1. Що являє собою фізичний маятник?
2. Що називається приведеною довжиною фізичного маятника?
3. Які коливання називають гармонічними?
4. Запишіть залежність від часу для швидкості та прискорення тіла, що здійснює гармонічні коливання.
5. Запишіть диференціальне рівняння коливань фізичного маятника. Який вигляд має розв'язок цього рівняння?
6. Чому дорівнюють період та частота коливань фізичного маятника?
7. Чи залежить період та частота коливань фізичного маятника від його маси?
8. Виведіть формулу для кінетичної енергії коливань фізичного маятника.
9. Сформулюйте теорему Штейнера.
10. Що можна вимірювати в даній роботі за допомогою фізичного маятника?

## 8 ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛ НА ТРИФІЛЯРНОМУ ПІДВІСІ

### 8.1 Мета роботи

Експериментальне визначення моменту інерції тіл довільної форми відносно осі, яка проходить крізь його центр інерції.

### 8.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій і підручником [1, с. 32-43, 2, 99-117, 3, 31-36].

Момент інерції  $I$  твердого тіла відносно осі обертання визначається так:

$$I = \int r^2 dm,$$

де  $r$  – відстань елемента маси  $dm$  від осі обертання.

В простих випадках величину моменту інерції можна обчислити за формулою, в складних – знаходять експериментальним шляхом. Один з найзручніших методів вимірювання моменту інерції твердого тіла є метод трифілярного підвісу.

В роботі визначається момент інерції тіла, яке розташовується на диску так, щоб центр інерції тіла знаходився на одній вертикалі з центром інерції диска. Схема досліду зображена на рис. 8.1.

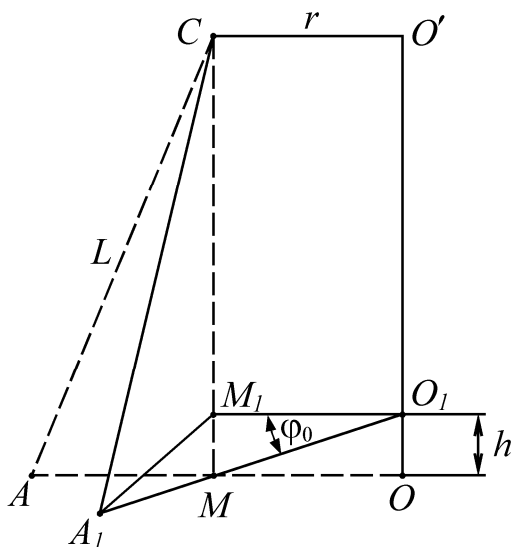


Рисунок 8.1– Схема досліду

При закручуванні диска на невеликий кут центр інерції підіймається на деяку висоту і потенціальна енергія збільшується на величину

$$\Delta U = mgh, \quad (8.1)$$

де  $m$  – маса диска;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$h$  – зміна висоти центра інерції.

Рівняння крутильних гармонічних коливань диска має вигляд:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right), \quad (8.2)$$

де  $\varphi(t)$  – кут повертання в будь-який момент часу;

$\varphi_0$  – максимальний кут повернення;

$T$  – період коливань.

При поверненні диска в положення рівноваги потенціальна енергія повністю переходить в кінетичну енергію обертального руху

$$mgh = \frac{I\omega_{\max}^2}{2}, \quad (8.3)$$

де  $I$  – момент інерції диска;

$\omega_{\max}$  – кутова швидкість в момент проходження положення рівноваги.

Кутова швидкість в момент часу  $t$  визначається виразом

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \dot{\varphi}(t) = \frac{\varphi_0 \cdot 2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \omega_{\max} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), \quad (8.4)$$

де  $\omega_{\max} = \frac{2\pi \cdot \varphi_0}{T}$ .

Висоту  $h$  виразимо через  $\varphi_0$ , скориставшись рис. 8.1. Позначимо довжину нитки  $L$ , радіус шайби  $r$ , радіус диска  $R = AO = AM + r$ . При повороті диска на кут  $\varphi_0$  точка кріплення нитки  $A$  займе положення  $A_1$ , точка  $O$  перейде в  $O_1$ , радіус  $AO$  займе положення  $A_1O_1$ .

Висота, на яку підніметься диск

$$h = CM - CM_1. \quad (8.5)$$

Помноживши і розділивши праву частину рівняння на  $CM + CM_1$ , одержимо

$$h = \frac{CM^2 - CM_1^2}{CM + CM_1}. \quad (8.6)$$

З  $\Delta ACM$  випливає:

$$CM^2 = AC^2 - AM^2 = L^2 - (R - r)^2. \quad (8.7)$$

З  $\Delta CM_1A_1$  випливає:

$$CM_1^2 = A_1C^2 - A_1M_1^2, \quad (8.8)$$

де  $A_1C = L$ ,

$$A_1M_1^2 = M_1O_1^2 + A_1O_1^2 - 2M_1O_1 \cdot A_1O_1 \cos \varphi_0 = r^2 + R^2 - 2rR \cos \varphi_0,$$

тобто

$$CM_1^2 = L^2 - (r^2 + R^2 - 2rR \cos \varphi_0). \quad (8.9)$$

Підставивши вирази для  $CM^2$  і  $CM_1^2$  у чисельник формули (8.6), одержимо

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \varphi_0)}{CM + CM_1} = \frac{4Rr \sin^2 \varphi_0 / 2}{CM + CM_1}. \quad (8.10)$$

Через малий нахил ниток по відношенню до вертикалі  $CM \approx CM_1 \approx L$ , так як кут  $\varphi_0$  малий, то  $\sin \frac{\varphi_0}{2} \approx \frac{\varphi_0}{2}$ .

Враховуючи ці обставини, формула (8.10) переписеться так:

$$h \approx \frac{Rr\varphi_0^2}{2L}. \quad (8.11)$$

Підставивши вирази  $h$  і  $\omega_{\max}$  в рівняння (8.3), одержимо

$$\frac{mgRr\varphi_0^2}{2L} = \frac{4I \cdot \pi^2 \varphi_0^2}{2T^2}, \quad (8.12)$$

звідки знайдемо момент інерції системи

$$I = \frac{mgRrT^2}{4\pi^2 L}. \quad (8.13)$$

Момент інерції – величина адитивна, отже момент інерції тіла

$$I_T = I_1 - I = \frac{gRr((m + m_T)T_1^2 - mT^2)}{4\pi^2L}, \quad (8.14)$$

де  $I_1$  – момент інерції диска, навантаженого тілом;

$I$  – момент інерції диска;

$m$  – маса диска;

$m_T$  – маса тіла;

$T_1$  – період коливань диска з тілом;

$T$  – період коливань диска.

### 8.3 Опис лабораторної установки

Функціональна схема установки зображена на рис.8.2. Трифілярний підвіс становить собою диск  $\text{Д}$ , підвішений на трьох нитках, закріплених симетрично у вершинах рівнобічного трикутника, що вписаний в шайбу  $\text{Ш}$ . На диск кладуть тіло, момент інерції якого необхідно визначити.

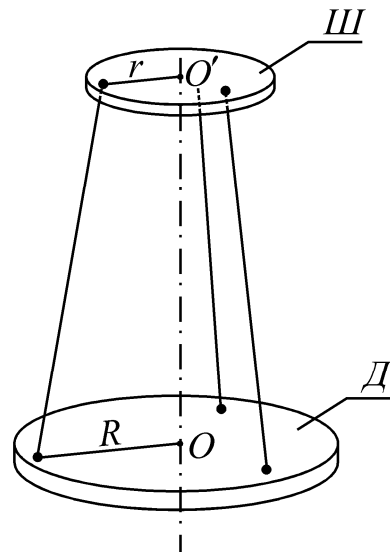


Рисунок 8.2 – Схема лабораторної установки

### 8.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. Виміряти довжину ниток  $L$ , радіуси диску  $R$  та шайби  $r$ . Результати занести до таблиці 8.1.

2. Виміряти секундоміром час  $t$  25-50 коливань. Повторити виміри 4-5 разів. Обчислити середнє значення часу вибраної кількості коливань. Результати вимірювань занести в табл.8.1.

Таблиця 8.1 – Результати вимірювань

№	$t, \text{с}$	$\langle t \rangle, \text{с}$	$T, \text{с}$	$t_1, \text{с}$	$\langle t_1 \rangle, \text{с}$	$T_1, \text{с}$
1						
2						
3						
4						
5						

3. Визначити період коливань диска  $T$ . Результат занести до таблиці 8.1.

4. Тіло, що досліджується, помістити на диск, сумістивши вісь тіла відносно якої визначається момент інерції, з віссю диску.

5. Виміряти секундоміром час  $t_1$  25-50 коливань диска з тілом. Повторити виміри 4-5 разів. Обчислити середнє значення часу коливань. Результати вимірювань занести в табл.8.1.

6. Знайти період коливань  $T_1$  навантаженого приладу. Результат занести до таблиці 8.1.

7. За формулою (8.14) обчислити момент інерції  $I_T$  тіла. Маса диска та тіла наведені на робочому місці.

8. Обчислити абсолютну похибку вимірювань моменту інерції тіла.

### 8.5 Зміст звіту

Зміст повинен містити: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірювань та розрахунків, що зведені в таблицю; розрахунок моменту інерції тіла; розрахунок похибки вимірювань; короткі висновки.

### 8.6 Контрольні запитання і завдання

1. Дайте визначення моменту інерції матеріальної точки, твердого тіла?

2. Які властивості тіла характеризує момент інерції?

3. Які коливання називаються гармонічними?

4. Які закони збереження виконуються при крутильних коливаннях?

Сформулюйте їх

5. Від яких величин залежить кінетична енергія тіла, що обертається?

Запишіть вираз.

6. Чому дорівнює момент інерції симетричного твердого тіла відносно осі обертання?

7. Запишіть залежність кута повороту диска від часу.

8. Як знайти кутову швидкість маятника в будь-який момент часу?
9. Що таке центр мас системи матеріальних точок?

## 9 ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ

**9.1 Мета роботи:** Дослідження згасаючих коливань та визначення коефіцієнта згасання, логарифмічного декременту згасання та добротності.

### 9.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій та підручником [1, с. 73], [2, с. 182].

В реальних коливальних системах загальна енергія зменшується за рахунок здійснення роботи проти сил тертя та опору. Тому без надходження енергії ззовні амплітуда коливань таких систем зменшується з часом.

Розглянемо рух лінійного осцилятора у в'язкому середовищі. На нього, крім квазіпружної сили  $F_{np} = -kx$ , при невеликій швидкості коливального руху, діє сила опору середовища, пропорційна швидкості та спрямована завжди проти її напрямку:

$$F_{on} = -r\upsilon,$$

де  $r$  – коефіцієнт опору середовища.

Отже, диференціальне рівняння руху осцилятора має вигляд:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt},$$

Якщо ввести  $\beta = \frac{r}{2m}$  – коефіцієнт згасання та  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  – частоту вільних коливань системи за відсутності сили опору, то рівняння руху можна переписати у вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \tag{9.1}$$

Якщо згасання незначне ( $\omega_0 \gg \beta$ ), то  $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0$ , і розв'язок цього рівняння має вигляд:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9.2)$$

де  $A_0$  – амплітуда коливання в початковий момент часу  $t = 0$ ;

$\beta$  – коефіцієнт згасання,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – частота згасаючих коливань.

Рівняння (9.2) є рівнянням згасаючих коливань.

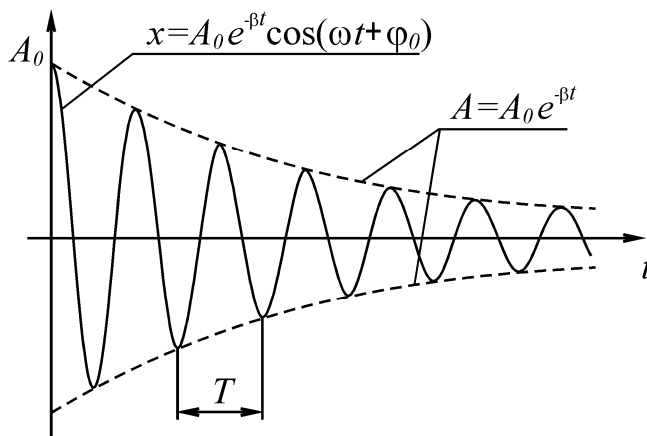


Рисунок 9.1

Коливальна система при малих згасаннях проходить крізь положення рівноваги через рівні проміжки часу  $T$ , що називають періодом згасаючих коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}}. \quad (9.3)$$

Амплітуда згасаючих коливань зменшується з часом за експоненціальним законом (рис. 9.1)

$$A(t) = A_0 \exp(-\beta t) = A_0 e^{-\beta t}. \quad (9.4)$$

Якщо прологарифмувати по основі  $e$  формулу (9.4), отримаємо:

$$\beta = \frac{1}{t} \cdot \frac{\ln A_0}{\ln A(t)}. \quad (9.5)$$

Натуральний логарифм відношення двох послідовних амплітуд, які відрізняються одна від одної на період, називають логарифмічним декрементом згасання:

$$\lambda = \ln \left( \frac{A(t)}{A(t+T)} \right) = \beta T. \quad (9.6)$$



Виразивши  $\beta$  з (9.6) через  $\lambda$  та  $T$  ( $\beta = \frac{\lambda}{T}$ ), отримаємо:

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{\lambda}{T}t\right) = A_0 e^{-\frac{\lambda}{T}t}. \quad (9.7)$$

Нехай за час  $\tau$  амплітуда зменшилася в  $e$  разів. За цей час система зробить  $N_e = \frac{\tau}{T}$  коливань ( $T = \frac{\tau}{N_e}$ ). З умови  $e^{-\lambda N_e} = e^{-1}$  випливає, що  $\lambda = \frac{1}{N_e}$ . Таким чином, логарифмічний декремент згасання обернено пропорційний значенню кількості коливань, що здійснюються за час, протягом якого амплітуда зменшилася в  $e$  разів.

Для характеристики коливальної системи часто використовується величина

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e, \quad (9.8)$$

що називається добротністю коливальної системи.

Із формули (9.8) витікає, що добротність пропорційна кількості коливань  $N_e$ , що здійснюються системою за час  $\tau$ , протягом якого амплітуда коливань зменшується в  $e$  разів.

### 9.3 Опис лабораторної установки

Схему лабораторної установки для дослідження згасаючих коливань наведено на рис. 9.2.

Вона складається з фізичного маятника 1, що може вільно коливатися в повітрі або воді. Для зручності роботи на ємність 3 (вона може бути порожньою або з водою) нанесено шкалу 2, за якою визначається амплітуда коливань.

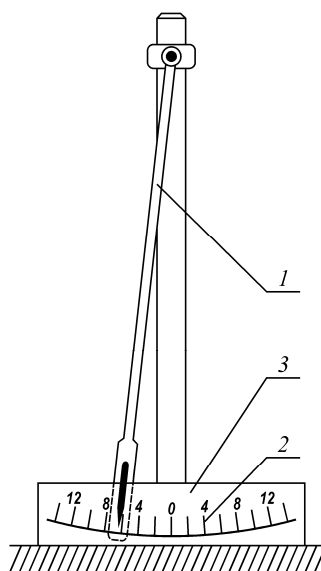


Рисунок 9.2 – Схема лабораторної установки

1– фізичний маятник; 2– шкала амплітуд; 3– ємність з рідиною;

#### 9.4 Порядок виконання роботи

Досліди проводяться у 2-х середовищах: повітрі та воді (для цього використовують порожню ємність та ємність з водою).

1. Помістити маятник у порожню ємність.
2. Відвести маятник на початкову (максимальну) амплітуду за шкалою. Відпустити маятник і дати йому вільно коливатися у повітрі, відраховуючи за шкалою ряд послідовних амплітуд і час. Занести дані до таблиці 9.1.
3. Помістити маятник у ємність з водою.
4. Наповнити ємність водою. Повторити завдання п. 2.

Таблиця 9.1 – Результати прямих вимірювань (повітря/вода)

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A$											
$t, c$	0										

5. За даними з таблиці побудувати графік залежності відхилення від часу  $A = f(t)$  для двох середовищ (вода та повітря) на одній координатній площині.

6. Розрахувати період  $T = \frac{t}{N}$  для коливань в повітрі та воді, де  $N$  – кількість коливань.
7. Розрахувати коефіцієнт згасання за формулою (9.5).
8. Розрахувати логарифмічний декремент згасання для коливань в повітрі та воді за формулою (9.6).
9. Розрахувати добротність системи у повітрі та воді за формулою (9.8).
10. Знайти абсолютні похибки прямих та непрямих вимірювань.
- Отримані результати занести до таблиці 9.2. Порівняти їх для різних середовищ.

Таблиця 9.2 – Результати непрямих вимірювань

Середовище	Період коливань, $T$ , с	Коефіцієнт згасання, $\beta$ , $\text{с}^{-1}$	Логарифмічний декремент згасання, $\lambda$	Добротність, $Q$
Повітря				
Вода				

### 9.5 Зміст звіту

Звіт повинен містити таблиці вимірних величин; графіки залежності амплітуди коливань від часу у повітрі та воді; розрахунки коефіцієнта згасання; логарифмічного декременту згасання та добротності системи у повітрі та воді, їх абсолютних похибок; висновок про виконану роботу.

### 9.6 Контрольні запитання та завдання

1. Який рух називається коливальним?
2. Дати визначення періоду коливань, частоті, амплітуді коливань?
3. Які коливання називаються вільними?
4. Які коливання називаються згасаючими?
5. Чи являються згасаючі коливання гармонічними?
6. Запишіть диференційне рівняння руху маятника з урахуванням згасання. Який вигляд має розв'язок цього рівняння?
7. Який фізичний зміст має коефіцієнт згасання?
8. Який фізичний зміст має логарифмічний декремент згасання?

## 10 ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ. РЕЗОНАНС

### 10.1 Мета роботи

Вивчення вільних коливань фізичного маятника і визначення його основних параметрів; вивчення вимушених коливань, впливу опору середовища на резонансні криві; визначення основних параметрів, що характеризують згасаючі коливання.

### 10.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за лекціями та підручником [1, с.76-81; 2, с. 186-191; 3, с. 234-235]. Звернути увагу на виведення періоду коливань фізичного маятника, на величини, які характеризують згасаючі коливання та на явище резонансу.

У лабораторній роботі досліджуються вимушені коливання фізичного маятника. *Фізичним маятником* називається тверде тіло довільної форми, здатне виконувати малі коливання у полі сили тяжіння навколо горизонтальної осі, що не проходить через центр мас тіла.

У випадку малих коливань (кут відхилення від положення рівноваги  $\alpha < 0,5$  рад) період коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{I/mgr}, \quad (10.1)$$

де  $I$  – момент інерції маятника;

$m$  – маса маятника;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$r$  – відстань від осі обертання до центру мас маятника.

Лабораторна установка складається з двох фізичних маятників, зв'язаних за допомогою пружини. Один з них – змушуючий здійснює коливання та передає пружині зв'язку певну силу, яку можна розглядати як періодичну:  $F = F_0 \sin \omega t$ , де  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$  – циклічна частота змушуючої сили.

Під дією цієї сили другий маятник здійснює вимушені коливання.

Рівняння вимушених коливань цього маятника можна записати так:

$$I_1 \frac{d^2\theta}{dt^2} + kr \frac{d\theta}{dt} + m_1 gr\theta = F_0 \sin \omega t, \quad (10.2)$$

де  $I_1$  – момент інерції резонатора відносно точки підвішування;

$\theta$  – кут відхилення резонатора від положення рівноваги;  
 $k$  – коефіцієнт опору;  
 $r$  – відстань від осі обертання до центру мас резонатора;  
 $m_1$  – маса резонатора.

Розв'язок рівняння (10.2) приводить до такого виразу для амплітуди вимушених коливань:

$$A = \frac{F_0}{I_1 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (10.3)$$

де  $\omega_0^2 = m_1 g r / I_1$  – частота вільних коливань фізичного маятника за відсутності сили опору;

$$\beta = \frac{kr}{2I_1} \text{ – коефіцієнт згасання.}$$

Залежність амплітуди вимушених коливань від частоти змушуючої сили призводить до того, що при деякій частоті амплітуда досягає свого максимального значення. Це явище називається *резонансом*, а частота резонансною. При малому затуханні резонансна частота співпадає з власною частотою  $\omega = \omega_0$ .

Максимальна амплітуда при резонансі:

$$A_{\max} = \frac{F_0}{2I_1 \beta \omega}. \quad (10.4)$$

Залежність амплітуди вимушених коливань від частоти змушуючої сили зображено на рис. 10.1.

Енергія осцилятора пропорційна квадрату амплітуди  $E \propto A^2$ . Під напівшириною полоси розуміють ширину кривої на висоті, що дорівнює  $E_{\max} / 2$ . Тоді на кривій  $A(\omega)$  напівширина полоси  $\Delta\omega$  знаходиться на висоті  $A_{\max} / \sqrt{2}$ .

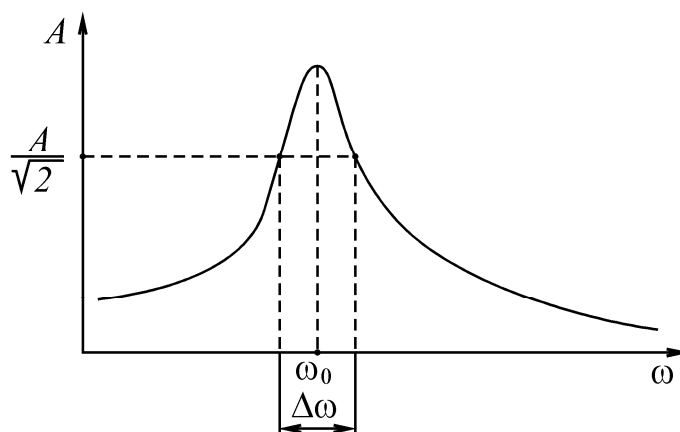


Рисунок 10.1 – Залежність амплітуди коливань від частоти вимушуючої сили

Знайдемо відношення квадрату максимальної амплітуди (10.4) до квадрату амплітуди  $A = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}}$ , що відповідає напівширині резонансної полоси (скористаємось (10.3)):

$$\frac{A_{\max}^2}{A^2} = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}{4\beta^2\omega^2} = 2,$$

звідки  $\omega_0^2 - \omega^2 = 2\beta \cdot \omega$  або  $(\omega_0 + \omega)(\omega_0 - \omega) = 2\beta \cdot \omega$

Вважаючи, що поблизу резонансу  $\omega = \omega_0$  і  $(\omega_0 + \omega) = 2\omega_0$ , матимемо

$$\omega_0 - \omega = \beta. \quad (10.5)$$

На рис. 10.1 бачимо, що напівширина резонансної полоси  $\Delta\omega = 2(\omega_0 - \omega) = 2\beta$ .

Згасання коливань характеризується логарифмічним декрементом згасання:

$$\lambda = \beta T = \frac{2\pi\beta}{\omega_0}. \quad (10.6)$$

Знаючи  $\lambda$ , можна визначити добротність коливальної системи:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (10.7)$$

### 10.3 Опис лабораторної установки

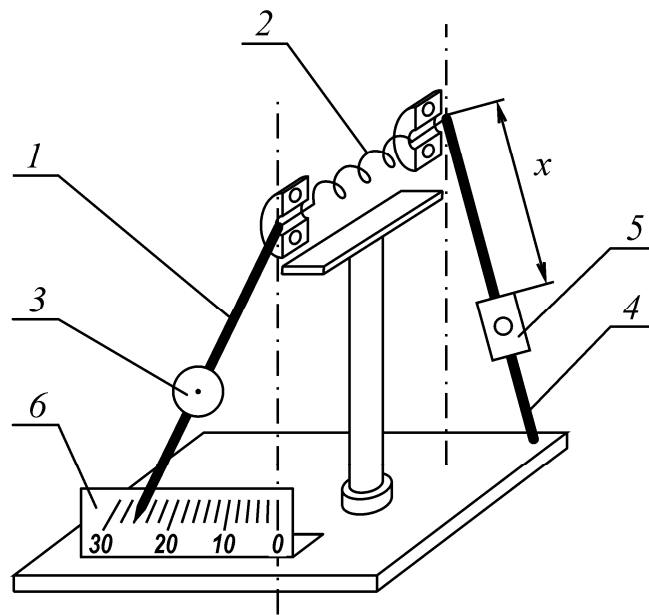


Рисунок 10.2 – Лабораторна установка

Лабораторна установка (рис 10.2 ) складається з двох фізичних маятників (1, 4), зв'язок між якими здійснюється за допомогою спіральної пружини (2).

Один маятник (1) масою  $m_1$  – достатньо легкий, закінчується стрілкою, що дозволяє визначати амплітуду коливань в поділках (градусах) шкали. Цей маятник називають резонатором.

Кругла легка пластинка (3) , яка знаходиться в площині коливань резонатора або перпендикулярно їй, служить для зміни опору повітря і називається демпфіруючою. Від положення демпфіруючої пластини залежить коефіцієнт опору  $k$  .

Другий маятник– це стержень(4) (маса його  $m'$  , довжина  $l$  ) і рухомий вантаж (5) масою  $m''$  . Переміщення вантажу  $m''$  вздовж стержня змінює період коливань маятника. Маятник є достатньо масивним ( його маса  $m = m' + m''$  ,  $m' = 0,70$  кг,  $m'' = 1,10$  кг) і призначений для збудження коливань в системі. Його називають змушуючим. Центр мас змушуючого маятника знаходиться на відстані  $r$  від осі обертання:

$$r = \frac{(m'l' + m''l'')}{(m' + m'')} , \quad (10.8)$$

де  $l', l''$  – відстані від осі обертання до центру мас стрижня і вантажу відповідно.

Шкала (б) використовується для відліку амплітуди коливань.

#### 10.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. Знявши маятник-резонатор, визначити період коливань змушуючого маятника при малих кутах відхилення ( $\alpha < 0,5$  рад) в залежності від положення рухомої маси 3 (рис.10.2). Для знаходження періоду визначити число коливань маятника протягом 1,5-2 хв. Положення рухомої маси  $x$  визначається по верхній частині маси на лінійці стрижня. Відстань  $x$  змінювати через кожний сантиметр, починаючи з  $x=2$ см до 10см, а потім через кожні 2 см до 40 см. Результати вимірювань занести до таблиці 10.1.

Таблиця 10.1 – Результати вимірювань та розрахунків

$x$ , см	$T$ , с	$\omega$ , с <sup>-1</sup>	$I$ , кг м <sup>2</sup>

2. Побудувати графік залежності періоду коливань  $T(x)$  і частоти  $\omega(x)$ .

3. Виміряти відстань від осі обертання до центру мас стрижня змушуючого маятника  $l'$  та рухомої маси  $l''$ . При вимірюванні відстаней враховувати, що початок лінійки знаходиться від осі обертання на відстані 6мм. Обчислити відстань від осі обертання до центру мас маятника  $r$  за формулою (10.8).

4. Обчислити моменти інерції маятника, використовуючи формулу (10.1). Результати занести до табл.10.1. Обчислити похибку вимірювань.

5. Побудувати графік  $I(x)$ .

6. Встановити маятник-резонатор і зняти залежність амплітуди коливань резонатора від частоти змушуючої сили. Частота визначається за положенням рухомого вантажу 3 (рис.10.2). При знятті залежності  $A(\omega)$  поблизу резонансу інтервал вимірів зменшується до 5 мм. На коливання резонатора накладаються биття. В зв'язку з цим амплітуду вимушених коливань визначити за максимальною амплітудою биття.



7. Повторити виміри п.1-6, повернувши демпфіруючу пластину на  $90^\circ$ .  
Результати вимірювань занести до табл. 10.1 та 10.2.

Таблиця 10.2 – Результати вимірювань

$\omega, \text{с}^{-1}$	$A, \text{поділ.}$

8. Побудувати графіки  $A(\omega)$  для двох положень демпфіруючої пластини на одному аркуші.

9. На основі резонансних кривих визначити:

- а) напівширину полоси  $\Delta\omega$ ;
- б) коефіцієнт затухання  $\beta$ ;
- в) логарифмічний декремент затухання  $\lambda$ ;
- г) добротність  $Q$ .

### 10.5 Зміст звіту

Звіт повинен мати: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірів, зведені в таблиці; розрахунок похибки; графіки  $T(x)$ ,  $A(\omega)$ ,  $I(x)$ ; значення основних параметрів, що характеризують затухаючі коливання; короткі висновки.

### 10.6 Контрольні запитання і завдання

1. Що називається фізичним маятником?
2. Чому дорівнюють період та частота коливань фізичного маятника?
3. Запишіть рівняння вимушених коливань фізичного маятника.
4. Дайте визначення вимушених коливань.
5. Як амплітуда вимушених коливань залежить від частоти змушуючої сили?
6. Що таке приведена довжина фізичного маятника?
7. Що розуміють під явищем резонансу?
8. Що називають напівшириною резонансної кривої?

9. Які величини характеризують затухаючі коливання?
10. Фізичний зміст логарифмічного декременту затухання?
11. Фізичний зміст добротності?

## 11 ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ ТЕПЛОЄМНОСТЕЙ ГАЗУ МЕТОДОМ КЛЕМАНА І ДЕЗОРМА

**11.1 Мета роботи:** Експериментально визначити відношення молярних теплоємностей газу при постійному тиску і об'ємі, порівняти з теоретичним значенням цього відношення, що впливає з молекулярно-кінетичної теорії.

### 11.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій або підручником [1, с.87-89; 2, с. 251-257; 3, с.91-95]. Звернути увагу на перший закон термодинаміки та його використання в теорії теплоємності ідеального газу.

В лабораторній роботі використовується метод Клемана та Дезорма для визначення показника адіабати  $\gamma$ . Цей метод заснований на порівнянні вимірювань тиску газу при ізотермічному та адіабатичному процесах.

Показником адіабати або коефіцієнтом Пуасона називається відношення теплоємності при постійному тиску  $C_p$  до теплоємності при постійному об'ємі  $C_V$  для одного молю газу:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}.$$

Ізотермічний процес відбувається за постійної температури ( $T = const$ ). Для такого процесу виконується закон Бойля-Маріотта:  $pV = const$ .

Адіабатичним називається процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем. Адіабатичний процес описується рівнянням Пуасона  $pV^\gamma = const$ .

Якщо, за допомогою насоса, в балон накачувати повітря, то воно нагріватиметься. Потрібен деякий час (2-3 хвилини), щоб температура повітря в балоні стала такою самою, як температура навколишнього середовища. Виділимо подумки у балоні деяку масу повітря  $m$ , що залишатиметься в балоні протягом всього експерименту. Розглянемо три стани цієї маси повітря. Стан

перший характеризується параметрами: об'єм  $V_1$ , температура  $T_1$  (кімнатна), тиск  $p_1$ , що більший за атмосферний:

$$p_1 = p_0 + h_1,$$

де  $p_0$  – атмосферний тиск;

$h_1$  – надлишок тиску над атмосферним (вимірюється водяним манометром).

Відкривши клапан балона на короткий час, випускаємо повітря до тих пір поки тиск в балоні стане рівним атмосферному. Процес розширення газу відбувається швидко і, нехтуючи передачею тепла крізь стінки балона, процес можна вважати адіабатичним. Повітря охолоджується, тиск його падає до атмосферного. Цей другий стан газу характеризується параметрами: об'єм повітря  $V_2$ , температура  $T_2 > T_1$  і тиск  $p_2 = p_0$  (атмосферний).

Через 2-3 хвилини повітря в балоні нагріється до кімнатної температури. Характеристики третього стану повітря об'єм  $V_3 = V_2$  (ні маса, ні об'єм газу не змінюються), температура  $T_3 = T_1$ , тиск збільшиться до значення  $p_1$ :

$$p_3 = p_0 + h_2,$$

де  $p_0$  – атмосферний тиск, ( $p_2 = p_0$ );

$h_2$  – надлишок тиску над атмосферним.

Перехід з першого стану у другий (адіабатичний процес) описується рівнянням Пуассона. З його допомогою запишемо

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

або 
$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \quad (11.1)$$

Порівнюючи кінцевий третій стан повітря з першим, бачимо, що його температура в цих станах однакова, а тому до цього переходу застосуємо закон Бойля – Маріотта:

$$p_1 V_1 = p_3 V_3,$$

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_3}{V_1}.$$

Враховуючи що  $V_3 = V_2$  отримаємо

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_2}{V_1} \quad (11.2)$$

Розв'язавши систему двох рівнянь (11.1) та (11.2), можна визначити  $\gamma$ :

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{p_1}{p_3} \right)^\gamma.$$

Прологарифмувавши останній вираз, отримаємо:

$$\gamma = \frac{\ln p_1 - \ln p_2}{\ln p_1 - \ln p_3}. \quad (11.3)$$

Врахувавши, що  $p_1 = p_0 + h_1$ ,  $p_2 = p_0$ ,  $p_3 = p_0 + h_2$  отримаємо:

$$\gamma = \frac{\ln(p_0 + h_1) - \ln p_0}{\ln(p_0 + h_1) - \ln(p_0 + h_2)}.$$

В даному випадку  $h_1$  і  $h_2$  набагато менше  $p_0$ , тому відношення різниці логарифмів можна замінити відношенням різниці чисел

$$\gamma = \frac{p_0 + h_1 - p_0}{p_0 + h_1 - p_0 - h_2}.$$

Таким чином отримаємо розрахункову формулу нашого дослідження:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (11.4)$$

В молекулярно-кінетичній теорії молярні теплоємності газу  $C_p$  і  $C_V$  визначають через число ступенів свободи молекули  $i$  і універсальну газову сталу  $R$ :

$$C_p = \frac{(i+2)R}{2};$$

$$C_V = \frac{i}{2}R.$$

Взаємоз'язані вони рівнянням Майєра:

$$C_p = C_V + R.$$

Знайдемо коефіцієнт Пуассона

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (11.5)$$

В даному випадку повітря не очищається від вологи і містить велику кількість пару води, тому число ступенів свободи відповідатиме триатомним молекулам, тобто  $i=6$ .

### 11.3 Опис лабораторної установки

Лабораторна установка (рис. 11.1) складається з балона 1, що з'єднаний з відкритим U-подібним водяним манометром 2. Клапан 3 через впускний-випускний штуцер 4 дозволяє балону з'єднуватись через гумову трубку 6 з компресором 5.

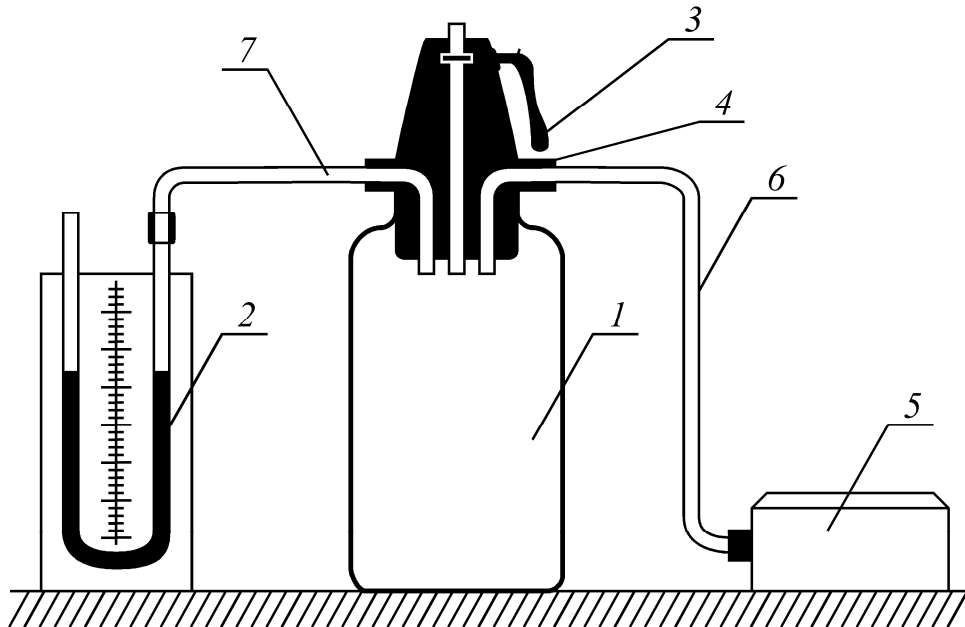


Рисунок 11.1 – Лабораторна установка

### 11.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. Вставити гумову трубку 6 насоса в штуцер 4. Ввімкнути компресор. Натиснути і утримувати в натиснутому стані важіль клапана 3. Спостерігаючи по шкалі манометра 2 за збільшенням тиску в балоні 1, довести різницю рівнів рідини в манометрі до 12-20 см. Відпустити важіль клапана.

2. Почекати 2-3 хвилини, доки температура повітря в балоні не зрівняється з температурою навколишнього повітря. Визначити за допомогою манометра надлишок тиску над атмосферним в першому стані  $h_1 = h_l - h_n$ , де  $h_l$  і  $h_n$  – висота рівня води в лівій і правій трубках манометра. Рівні  $h_l$  і  $h_n$  в мм визначаються по шкалі манометра. Результат занести до таблиці 11.1.

3. Від'єднати трубку насоса 6 від штуцера 4. Зрівняти тиск повітря в балоні з тиском навколишнього середовища, швидко натиснувши і відпустивши важіль клапана 3.

4. Коли температура в балоні зрівняється з зовнішньою (приблизно через 2-3 хвилини), визначити за допомогою манометра надлишок тиску над атмосферним за формулою  $h_2 = h_d - h_n$ . Результат занести до таблиці 11.1.

4. Повторити виміри  $h_1$  і  $h_2$  п'ять разів. Обчислити середні значення  $h_1$  і  $h_2$ . Результати дослідів занести до таблиці 11.1.

Таблиця 11.1 - Результати вимірювань та розрахунків

$h_1$ , мм	$\langle h_1 \rangle$ , мм	$h_2$ , мм	$\langle h_2 \rangle$ , мм	$\gamma$

5. За формулою (11.4) визначити відношення молярних теплоємностей для середніх значень  $h_1$  і  $h_2$ .

6. Визначити теоретичне значення  $\gamma$  за формулою (11.5). Порівняти отримані результати.

7. Знайти абсолютну похибку вимірювань коефіцієнта  $\gamma$ .

### 11.5 Зміст звіту

Зміст повинен мати: мету роботи; схему лабораторної установки; результати вимірювань та розрахунків, зведені в таблицю; розрахунок коефіцієнта Пуассона; розрахунок абсолютної похибки вимірювань; короткі висновки.

### 11.6 Контрольні запитання та завдання

1. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
2. Запишіть і поясніть перше начало термодинаміки для ізохорного, ізобарного, ізотермічного та адіабатичного процесів.
3. Що називають питомою та молярною теплоємностями?
4. Яка із теплоємностей  $C_p$  чи  $C_V$  більша і чому?
5. Що називають числом ступенів свободи?
6. Як величини  $C_p$ ,  $C_V$  і  $\gamma$  пов'язані з числом ступенів свободи?
7. Запишіть рівняння Майера.

8. Як і чому в досліді змінюється температура газу в балоні?
9. Запишіть і поясніть рівняння ізотерми і адіабати.
10. Намалюйте на  $PV$ -діаграмі послідовно всі процеси, що відбуваються з газом під час досліду.
11. Отримайте робочу формулу для визначення відношення молярних теплоємностей  $\gamma$ .

## 12 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА В'ЯЗКОСТІ РІДИНИ ЗА МЕТОДОМ СТОКСА

**12.1 Мета роботи:** Навчитися визначати коефіцієнти в'язкості рідини за методом Стокса. Порівняти його експериментально отримане значення з табличним значенням для даної рідини.

### 12.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій та підручником [1, с. 81], [2, с. 206], [3, с. 55], [4, с. 140]

Звернути увагу на природу сил внутрішнього тертя, фізичний зміст коефіцієнту в'язкості.

Ідеальна рідина, тобто рідина без внутрішнього тертя, є абстракцією. Всім реальним рідинам та газам в більшому або меншому ступені властиве внутрішнє тертя, яке також називається в'язкістю. В'язкість проявляє себе, зокрема, в тому, що рух, який виникає в рідині після закінчення дії зовнішніх чинників, що його викликають, з часом припиняється.

Тобто в'язкість – процес, що виникає під час руху сусідніх шарів рідини з різними швидкостями. Шар А, що рухається швидше ( $v + dv$ ), призупиняється, прискорюючи при цьому сусідній шар В (зі швидкістю  $v$ ) (рис. 12.1). Причиною цього явища є накладення упорядкованого руху шарів рідини з різними швидкостями та теплового (хаотичного) руху молекул зі швидкостями, що залежать від температури.

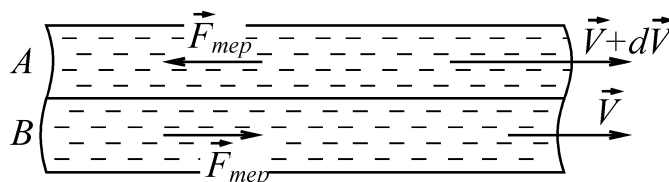


Рисунок 12.1 – Схематичне зображення руху шарів рідини (газа)

Коефіцієнт внутрішнього тертя рідини можна визначити за одним із багатьох методів – методом Стокса, вимірюючи швидкість падіння кульки в цій рідині.

При русі тіла у рідкому середовищі, сила тертя зумовлена в'язкістю рідини, тому що її шар, який безпосередньо прилягає до тіла, міцно утримується на його поверхні і рухається зі швидкістю тіла. Швидкість, яка передається кожному наступному шару рідини, тим менше, чим далі шар рідини від тіла. Таким чином, у цьому випадку маємо справу з внутрішнім тертям.

Під час падіння кульки у в'язкій рідині, що знаходиться у стані спокою, на неї діють три сили (рис. 12.2):

1. Сила тяжіння:

$$F_T = mg = \rho g V_{\text{кульк}} = \rho g \frac{4}{3} \pi r^3, \quad (12.1)$$

де  $V_{\text{кульк}}$  – об'єм кульки,

$\rho$  – густина кульки,

$r$  – радіус кульки,

$g$  – прискорення вільного падіння.

2. Виштовхуюча сила Архімеда:

$$F_A = \rho_1 g V, \quad (12.2)$$

де  $\rho_1$  – густина рідини.

3. Сила опору руху  $F_{on}$ . Стокс розглянув повільний рух малої кульки в безмежній рідині при відсутності вихорунань (ламінальний рух) і вивів формулу, яка установлює залежність сили внутрішнього тертя, що виникає, від швидкості руху кульки:

$$F_{on} = 6\pi r \eta v, \quad (12.3)$$

де  $r$  – радіус кульки;

$\eta$  – коефіцієнт в'язкості рідини;

$v$  – швидкість руху кульки відносно рідини.

Сила внутрішнього тертя (сила Стокса)  $F_{on}$  напрямлена проти швидкості кульки.



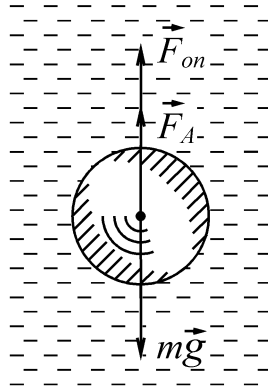


Рисунок 12.2 – Фізична модель досліду.

За основним рівнянням динаміки:

$$mg - F_A - F_{on} = ma$$

або враховуючи формули (12.1 - 12.3):

$$\rho g V_{кульк} - \rho_1 g V_{кульк} - 6\pi\eta r v = \rho V_{кульк} \frac{dv}{dt}. \quad (12.4)$$

Спочатку швидкість кульки зростає  $\frac{dv}{dt} > 0$ , але оскільки під час зростання швидкості сила опору теж зростає, настає такий момент, коли сила тяжіння врівноважується сумою сил Архімеда та Стокса; рівнодіюча всіх сил стає рівною нулю:

$$\rho g \frac{4}{3} \pi r^3 - \rho_1 g \frac{4}{3} \pi r^3 - 6\pi\eta r v = 0. \quad (12.5)$$

Починаючи з цього моменту рух кульки стає практично рівномірним зі швидкістю  $v = v_0$ . Розв'язуючи рівняння руху (12.5) відносно  $\eta$ , отримаємо для коефіцієнта внутрішнього тертя вираз

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_1)gr^2}{2v_0}. \quad (12.6)$$

Швидкість кульки  $v_0$  можна визначити, знаючи відстань  $l$  між мітками на посуді та час  $t$ , за який кулька проходить цю відстань

$$v_0 = \frac{l}{t}. \quad (12.7)$$

Враховуючи, що на практиці вимірюють діаметр кульки, а не її радіус ( $r = \frac{d}{2}$ ) та формули (12.6–12.7), отримуємо розрахункову формулу:

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_1)gd^2t}{18l}. \quad (12.8)$$

### 12.3 Опис лабораторної установки

Лабораторна установка складається з скляної трубки 1 з рідиною 2, яка закріплена утримувачами (рис. 12.3). В отвір 3 опускається металева кулька 4. Відстань, що пройшла кулька, визначають по позначках 5 на трубці 1. Час, за який кулька пройшла шлях  $l$ , визначають за допомогою секундоміра.

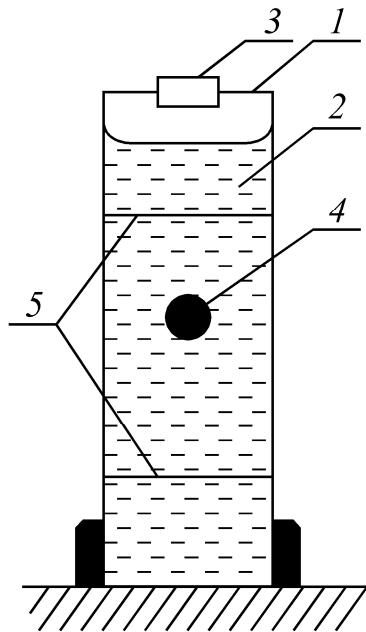


Рисунок 12.3 – Схема лабораторної установки:

1 – скляна трубка; 2 – рідина; 3 – отвір; 4 – металева кулька; 5 – позначки.

### 12.4 Порядок виконання роботи і методичні вказівки з її виконання

1. Виміряти за допомогою штангенциркуля діаметр кульки.
2. Перевірити наявність позначок 5 (рис.12.3) чи встановити їх самостійно, якщо вони за якихось причин відсутні. Верхня позначка повинна бути на декілька сантиметрів нижче рівня рідини в трубці.
3. Виміряти лінійкою відстань між позначками 5.
4. В отвір у верхній кришці трубки опустити в рідину кульку і виміряти секундоміром час, за який кулька пройде відстань  $l$  між позначками. Дослід

повторити п'ять разів. Знайти середнє значення часу  $t$  та за формулою (12.8) визначити  $\eta$ , отримані результати записати до таблиці 12.1.

Таблиця 12.1 – Результати вимірювань та розрахунків

№	$d, \text{м}$	$l, \text{м}$	$t, \text{с}$	$\eta, \text{Па}\cdot\text{с}$
1				
2				
3				
4				
5				
Середнє значення				

5. Знайти відносну і абсолютну похибку результату.

6. Отримані значення  $\eta$  порівняти з табличними даними для рідини, яка досліджувалась. Поясніть розбіжність.

### 15.5 Зміст звіту

Зміст повинен містити: мету роботи; експериментальні результати досліду; розрахунки коефіцієнту внутрішнього тертя; оцінку результатів вимірювання; висновок.

### 15.6 Контрольні запитання та завдання

1. Які явища переносу вам відомі?
2. Дати визначення в'язкості рідини.
3. Метод визначення коефіцієнта в'язкості рідини.
4. Як змінюється швидкість руху кульки із збільшенням її діаметра?
5. Що таке виховування, ламінарний рух?
6. Виведіть одиниці вимірювання для коефіцієнта в'язкості рідини.

## Додаток А

### А. Обробка результатів лабораторних вимірювань

#### А.1 Основні положення теорії похибок

Для знаходження чисельного значення будь-якої величини необхідні вимірювання. Вимірювання — це знаходження значень фізичної величини з використанням експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів на підставі порівняння інформації про певний розмір величини з інформацією про розмір її одиниці.

Всі вимірювання можна розділити на прямі та непрямі (опосередковані).

Прямі вимірювання – це вимірювання, при яких значення шуканої величини знаходяться безпосередньо за допомогою вимірювальних приладів. Наприклад, температура – термометром, довжина – лінійкою, сила струма – амперметром, та ін.

При непрямих вимірюваннях значення шуканої величини знаходять за відомою залежністю даної величини від величин, які визначаються шляхом прямих вимірювань. Наприклад, знаходження густини твердого тіла, коли відома його маса та геометричні розміри; знаходження електричного опору провідника за відомою напругою та силою струму в колі.

Відомо, що матерія знаходиться у безперервному русі. Тобто об'єкт вимірювання, засоби вимірювання та предмети, які їх оточують постійно змінюються. Внаслідок цього необхідно враховувати, що фізична величина, яка характеризує реальний об'єкт, не має точного, “істинного” значення, а визначається деяким інтервалом значень. Точним, “істинним” значенням фізичної величини описується тільки ідеалізований об'єкт. В теорії похибок допускають існування точного значення фізичної величини  $X$ , яке ми позначимо  $X_{іст}$ .

Якщо  $X_{вим}$  – результат будь якого вимірювання величини  $X$ , то величину  $(X_{вим} - X_{іст})$  називають абсолютною похибкою даного вимірювання величини  $X$ . Похибка вимірювання може бути додатною чи від'ємною, вказуючи на те, що в результаті окремого вимірювання значення величини  $X$  може бути як більшим, так і меншим від  $X_{іст}$ .

Задачею теорії похибок є оцінка результатів вимірювань – тобто визначення величини похибки при вимірюванні фізичних величин та знаходження найбільш точного значення вимірюваної величини.

За характером виникнення похибки бувають грубі, систематичні та випадкові.

*Грубі похибки (промахи)* – це похибки, які суттєво відрізняються від інших значень вимірюваної величини. Причинами грубої похибки можуть бути неправильно записані показання приладу, помилки при обчисленнях, помилкові значення використаних фізичних сталих. Якщо не можна перевірити результат, грубі помилки (промахи) необхідно виключати з результатів вимірювання.

*Систематичні похибки* – це похибки, які залишаються сталими або закономірно змінюються при повторних вимірах даної величини. Наприклад, якщо годинник не переведений і завжди показує на двадцять хвилин більше, ніж є насправді, або шкала якогось приладу зсунута на будь-яку сталу величину. Якщо природа та числові значення систематичних похибок відомі, вони можуть бути виключеними із кінцевого результату введенням відповідних поправок.

*Випадкові похибки* – це похибки, які змінюються випадковим чином при повторних вимірюваннях даної величини. Відмінність результатів при повторних вимірюваннях зумовлена малими змінами умов досліду, які практично неможливо ні передбачити, ні ліквідувати. На перший погляд здається, що нічого не можна сказати про величину цих похибок. В дійсності вони підпорядковуються систематичним закономірностям і можуть бути визначеними методами теорії ймовірностей та математичної статистики. Зменшити величину випадкових похибок можна шляхом збільшення кількості вимірювань, але, нажаль, зовсім ліквідувати їх неможливо. Тому необхідно вміти оцінювати величину похибки результату вимірювання.

Похибки можуть бути зумовлені різними причинами. За причинами виникнення похибки найчастіше поділяють на інструментальні, методичні, похибки, які виникають від зовнішніх явищ, та суб'єктивні похибки.

*Інструментальні похибки* — це такі похибки, які залежать від похибки (класу точності) приладів вимірювання. Такі похибки можна виявити або теоретично за допомогою механічного, електричного, теплового та оптичного розрахунку конструкції приладу або дослідним шляхом на основі контролю його показань за зразковими мірами, за стандартними зразками, а також порівнянням показань приладу з подібними вимірюваннями на інших приладах.

*Похибки методу вимірювання або теоретичні похибки.* Будь-яке вимірювання має границю точності. При створенні будь-якого вимірювального приладу, завжди існуватимуть рамки можливої точності, перевищити які, створивши досконалі вимірювальні прилади, неможливо.

Завжди при вимірюваннях йдуть на допущення, відхилення від ідеальних ситуацій, від функціональних залежностей, обмежуючи трудомісткість процесу на основі принципу достатності точності вимірювання для вирішення практичної задачі. Такі допущення доводиться робити у всіх видах вимірювань.

Під категорією похибок, які виникають внаслідок зовнішніх впливів, часто розуміють зміну показань приладів під дією температури, вологості та тиску. Але це тільки частина причин, які приводять до появи систематичних похибок. Сюди ж можна віднести вплив вібрацій, сталих та змінних прискорень, вплив електромагнітного поля та різноманітних випромінювань: рентгенівського, ультрафіолетового, іонізуючих випромінювань, гамма випромінювання. Наприклад, якщо йдеться про контроль параметрів ядерного реактору, то умови, в яких працює вимірювальний прилад, можуть значно відрізнятися від стандартних.

*Суб'єктивні систематичні похибки.* На результати вимірювань безпосередній вплив справляє кваліфікація персоналу, його відношення до процесу вимірювань, та індивідуальні якості людини, яка працює за цим приладом.

## **А.2. Розрахунок випадкових похибок прямих вимірювань**

Нехай при багаторазових вимірюваннях величина  $X$  одержала ряд значень  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , які можуть відрізнятися одне від одного. Яке з цих значень є найближчим до істинного значення вимірюваної величини? Якщо величину  $X$  розглядати як випадкову величину, то найближчим до істинного є середнє арифметичне значення

$$\langle X \rangle = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i,$$

яке при  $n \rightarrow \infty$  співпадає з  $X_{ict}$ .

За способом оцінки точності вимірювань похибки можна поділити на абсолютні та відносні.

Абсолютна похибка даного окремого вимірювання  $\Delta X$  – це похибка, яка виражається в одиницях вимірюваної величини і дорівнює:

$$\Delta X = X_{вим} - X_{ict},$$

і показує кількісне значення відхилення результату вимірювання від істинного значення.

Відносна похибка вимірювання  $\delta$  – це відношення модуля абсолютної похибки до істинного значення величини, виражена як частка від цілого, або в відсотках:

$$\delta = \frac{|\Delta X|}{X_{icm}},$$

і вказує на те, яку частину, або скільки відсотків від істинного значення величини  $X$  складає похибка.

Істинне значення вимірюваної величини, як правило, невідомо. Тому треба знайти інтервал значень  $\Delta X$  ( $\Delta X > 0$ ) вимірюваної величини  $X$ , в межі якого з заданим значенням надійності (довірчої ймовірності) буде попадати величина  $X_{icm}$  при кожному вимірюванні. Цей інтервал називають довірчим інтервалом.

Надійністю (довірчою ймовірністю) оцінки істинного значення  $X_{icm}$ , коли відомо середнє значення  $\langle X \rangle$ , називають ймовірність  $P$ , з якою виконуються нерівність  $|X_{icm} - \langle X \rangle| < \Delta X$ . Найчастіше надійність – це наперед задана величина, значення якої вибирають близьким до одиниці. При виконанні експериментів у навчальних фізичних лабораторіях величину надійності достатньо узяти  $P=0,95$ . Тобто при таких розрахунках, можна гарантовано одержати результат, при якому у 95 випадках із 100 значення  $X_{icm}$  належить до інтервалу  $\pm \Delta X$  (див. рисунок–А.1).

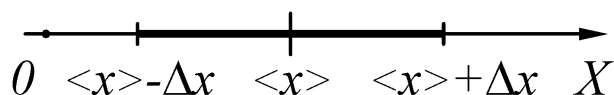


Рисунок А.1. – Схематичне зображення довірчого інтервалу

Тоді отриманий результат обчислення значення випадкової величини  $\langle X \rangle$  записують у вигляді:

$$X = \langle X \rangle \pm \Delta X.$$

Для оцінки величини довірчого інтервалу будемо користуватися методами математичної статистики. У експериментах лабораторного практикуму з фізики вимірювальні величини можна вважати розподіленими за нормальним законом або, інакше кажучи, розподілом Гаусса. Розподіл Гаусса дозволяє досить надійно визначити випадкові похибки для багаторазових

вимірювань. На практиці часто обмежуються невеликою кількістю спостережень (малою вибіркою). Для таких вимірювань замість розподілу Гаусса використовують розподіл Стюдента, справедливий для скінченного числа вимірювань.

Для кожної довірчої ймовірності  $P$  та числа вимірювань  $n$  можна знайти таке число  $t_{n,P}$ , (коефіцієнт Стюдента), що випадкова величина  $X$ , підпорядкована розподілу Стюдента, знаходитиметься в межах:

$$\langle X \rangle - t_{n,P} \cdot \sigma < X_{icm} < \langle X \rangle + t_{n,P} \cdot \sigma,$$

де  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення результату вимірювань.

Для заданої довірчої ймовірності  $P$  та числа вимірювань  $n$  коефіцієнт Стюдента знаходять із таблиць. Для  $P=0,95$  значення коефіцієнтів Стюдента в залежності від числа вимірювань  $n$  наведено у таблиці А.1.

Таблиця А.1. – залежність коефіцієнта Стюдента від числа вимірювань

$n$	2	3	4	5	10	50	100
$t_{n,P}$	12,7	4,3	3,2	2,8	2,3	2,0	2,0

Абсолютна похибка прямих вимірювань величини  $X$  дорівнює:

$$\Delta X = t_{n,P} \cdot \sigma_{\langle X \rangle},$$

де  $t_{n,P}$  – коефіцієнт Стюдента для довірчої ймовірності  $P$  та числа вимірювань  $n$ ;  $\sigma_{\langle X \rangle}$  – середнє квадратичне відхилення результату вимірювання  $\langle X \rangle$ , що обчислюється за формулою:

$$\sigma_{\langle X \rangle} = \sqrt{\frac{(x_1 - \langle X \rangle)^2 + (x_2 - \langle X \rangle)^2 + \dots + (x_n - \langle X \rangle)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle X \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

Відносна похибка  $\delta$  прямого вимірювання величини  $X$  дорівнює:

$$\delta = \frac{\Delta X}{\langle X \rangle} = \frac{t_{n,P} \cdot \sigma}{\langle X \rangle}$$

Кінцевий результат прямих вимірювань записують у вигляді:

$$X = \langle X \rangle \pm \Delta X = \langle X \rangle \pm t_{n,P} \cdot \sigma_{\langle X \rangle},$$

вказавши довірчу ймовірність.

Розглянемо приклад. Проведено п'ять вимірювань довжини деякого тіла, при цьому:  $\langle l \rangle = 2,752 \cdot 10^{-2}$  м,  $\sigma = 0,01 \cdot 10^{-2}$  м, тоді з таблиці А.1. знаходимо  $t_{5;0,95} = 2,8$ ; обчислюємо  $\Delta l = 2,8 \times 0,01 \cdot 10^{-4} = 0,028 \cdot 10^{-2}$  м. Для величини



абсолютної похибки  $\Delta l$  обмежується першою значущою цифрою (див А. 2):  $\Delta l = 0,03 \cdot 10^{-2}$  м. Кінцевий результат вимірювань довжини, використовуючи стандартну математичну форму запису величин, представляємо у вигляді:

$$l = (2,75 \pm 0,03) \cdot 10^{-2} \text{ м}; P = 0,95.$$

Іноді, при прямих вимірюваннях будь-якої величини вимірювальним приладом результат залишається сталим при однакових умовах експерименту. В цьому випадку похибка самого вимірювального приладу більша, ніж випадкова похибка вимірювальної величини, і тоді за абсолютну похибку прямого вимірювання приймається значення половини ціни поділки даного приладу.

На практикумі з електромагнетизму більшість вимірювань проводитиметься за допомогою стрілочних приладів (амперметрів, вольтметрів). Похибки вимірювання такими приладами треба знаходити відповідно за співвідношеннями:

$$\Delta I = \frac{\gamma}{100} I_{\max};$$

$$\Delta U = \frac{\gamma}{100} U_{\max};$$

де  $\gamma$  – так званий клас точності, який, як правило, указаний у правому нижньому куті циферблату вимірювального приладу. По суті клас точності – це відносна похибка вимірювального приладу.

### **А.3 Розрахунок випадкових похибок при непрямих вимірюваннях**

При непрямих вимірюваннях величина  $F$  визначається формулою:

$$F = F(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

де  $X_1, X_2, \dots, X_n$  – фізичні величини, які вимірюють прямо.

Існує багато методів, за допомогою яких можна оцінити значення похибки непрямих вимірювань. Вони відрізняються складністю розрахунку, точністю оцінки похибок (величиною довірчого інтервалу), а також залежать від методу, який використано для визначення величини, яка вимірюється. Взагалі, в кожному окремому випадку (експерименті) при розрахунку похибки непрямих вимірювань треба вибрати найбільш оптимальний спосіб оцінки похибки, враховуючи умови експерименту.

Для розрахунку похибок непрямих вимірювань у рамках лабораторного практикуму з фізики достатньо засвоїти один з нижченаведених методів, які є найбільш простими та поширеними (див. А.1.3.1, та А.1.3.2).

### А.3.1 Розрахунок середньої квадратичної похибки непрямих вимірювань

Абсолютну похибку  $\Delta F$  непрямих вимірювань визначають за наступною загальною формулою:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial X_1} \Delta X_1\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_2} \Delta X_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial X_n} \Delta X_n\right)^2}, \quad (\text{А.1})$$

де  $\frac{\partial F}{\partial X_i}$  – частинні похідні функції  $F$  за змінною  $X_i$  (при їх визначенні всі величини окрім  $X_i$  вважаються сталими),  $\Delta X_i$  – абсолютні похибки відповідних прямих вимірювань  $X_i$ .

Результат непрямого вимірювання записують у вигляді:

$$F = \langle F \rangle \pm \Delta F,$$

де  $\langle F \rangle = F(\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \dots, \langle X_n \rangle)$  – значення функції  $F$  від середніх значень  $\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \dots, \langle X_n \rangle$ .

Наприклад, нехай величина  $F$  вимірюється непрямо (опосередковано), і залежить від величин  $A, B, C$  наступним чином:  $F = \frac{2A + B^2}{C}$ . Вважаємо, що середні значення  $\langle A \rangle, \langle B \rangle, \langle C \rangle$  та похибки прямих вимірювань  $\Delta A, \Delta B, \Delta C$  є вже відомими. Тоді:

$$\langle F \rangle = \frac{2\langle A \rangle + \langle B \rangle^2}{\langle C \rangle}.$$

Знайдемо похибку непрямого вимірювання  $\Delta F$ . Для цього треба знайти частинні похідні (при цьому та величина, за якою проводиться диференціювання, вважається змінною, а всі інші – сталими):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial A} &= \frac{2}{C}, \\ \frac{\partial F}{\partial B} &= \frac{2B}{C}, \\ \frac{\partial F}{\partial C} &= -\frac{2A + B^2}{C^2}, \end{aligned}$$

Тоді після підстановки отриманих результатів до формули (А.1) маємо:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{2}{\langle C \rangle} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{2\langle B \rangle}{\langle C \rangle} \Delta B\right)^2 + \left(\frac{2\langle A \rangle + \langle B \rangle^2}{\langle C \rangle^2} \Delta C\right)^2}.$$

Кінцеву відповідь запишемо у вигляді:

$$F = \langle F \rangle \pm \Delta F = \frac{2\langle A \rangle + \langle B \rangle^2}{\langle C \rangle} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{\langle C \rangle} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{2\langle B \rangle}{\langle C \rangle} \Delta B\right)^2 + \left(\frac{2\langle A \rangle + \langle B \rangle^2}{\langle C \rangle^2} \Delta C\right)^2}.$$

### А.3.2 Розрахунок максимальної похибки непрямих вимірювань

Окрім вищенаведеної формули, в багатьох випадках використовують поняття максимальної похибки при розрахунку похибки непрямих вимірювань. При цьому обчислюють ту максимальну похибку при розрахунку шуканої величини  $F = F(X_1, X_2, X_3)$ , яка може виникнути, коли усі похибки величин  $X_1, X_2, X_3$  змінюють значення  $F$  в той же самий бік.

Розглянемо найпростіші випадки:

1) Якщо деяка величина  $A$  є результатом суми або різниці двох вимірювань, то абсолютна похибка результату дорівнює сумі абсолютних похибок окремих вимірів. Наприклад:  $t_1 = 19,8^\circ \pm 0,2^\circ$ ;  $t_2 = 35,4^\circ \pm 0,2^\circ$ ;  $\Delta t = t_2 - t_1 = 15,6^\circ \pm 0,4^\circ$ .

2) Якщо шукана величина визначається шляхом розрахунку як добуток (або частка) двох величин, тоді відносна похибка результату дорівнює сумі відносних похибок множників (або чисельника та знаменника). Наприклад:

нехай  $\langle v \rangle = \frac{\langle s \rangle}{\langle t \rangle}$ ,  $s = (10,0 \pm 0,1)$  м,  $t = (5,2 \pm 0,2)$  с, тоді  $\langle v \rangle = 1.9230769\dots$  м/с, а

$$\frac{\Delta v}{\langle v \rangle} = \frac{\Delta s}{\langle s \rangle} + \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} = \frac{0,1}{10} + \frac{0,2}{5,2} = 0,01 + 0,04 = 0,05 = 5\%;$$

тобто  $\Delta v = 0,05 \langle v \rangle$ , звідки,  $\Delta v = 0.09615$  м/с. Округляємо результат (див. А.2) і записуємо у стандартному вигляді:

$$v = (1,9 \pm 0,1) \text{ м/с.}$$

Далі надається загальний алгоритм для розрахунку максимальних похибок непрямих вимірів (таблиця А.2).

Таблиця А.2. – алгоритм розрахунку максимальних похибок непрямих вимірів.

№	Послідовність дій	Приклади
1	Треба знайти середнє значення та похибку кожного прямого вимірювання	Нехай: $H = \frac{A}{B \cdot C} (D + K)$ Знаходимо $\langle A \rangle, \langle B \rangle, \langle C \rangle, \langle D \rangle, \langle K \rangle$ , та $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D, \Delta K$ (див. А.1.2)
2	Логарифмуємо праву та ліву частину формули	$\ln H = \ln A + \ln(D + K) - \ln B - \ln C$
3	Обчислюємо диференціал	$\frac{dH}{H} = \frac{dA}{A} + \frac{dD}{D+K} + \frac{dK}{D+K} - \frac{dB}{B} - \frac{dC}{C}$
4	Замінюємо диференціали на скінчені прирощення (абсолютні відхилення), а значення величин прямих вимірювань – їх середнім значенням та складаємо всі відносні похибки	$\frac{\Delta H}{\langle H \rangle} = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} + \frac{\Delta D}{\langle D \rangle + \langle K \rangle} + \frac{\Delta K}{\langle D \rangle + \langle K \rangle} + \frac{\Delta B}{\langle B \rangle} + \frac{\Delta C}{\langle C \rangle}$
5	Робимо підстановку чисельних значень та підраховуємо відносну похибку	$\frac{\Delta H}{\langle H \rangle} = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} + \frac{\Delta D}{\langle D \rangle + \langle K \rangle} + \frac{\Delta K}{\langle D \rangle + \langle K \rangle} + \frac{\Delta B}{\langle B \rangle} + \frac{\Delta C}{\langle C \rangle}$ $\delta = \frac{\Delta H}{\langle H \rangle}$
6	Знаходимо абсолютну похибку	$\Delta H = \langle H \rangle \cdot \delta$
7	Записуємо кінцевий результат	$H = \langle H \rangle \pm \Delta H$

При обчисленні максимальної похибки непрямих вимірювань слід пам'ятати, що ця похибка, фактично, є значно завищеною. Але вміти оцінити максимальну похибку дуже важливо при виборі методу вимірювань та приладів, що використовуються, коли треба дізнатися, чи буде достатньою точність експерименту для того, щоб отримати необхідний результат.

#### **А.4 Округлення кінцевого результату та величини довірчого інтервалу прямих та непрямих вимірювань**

Розглянемо наступний приклад.

Нехай при вимірюванні величини  $X$  отримано результати:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , припустимо, що середнє значення величини  $X$ , підраховане за допомогою калькулятора, дорівнює:  $\langle X \rangle = 3534,750321494512\dots$  м, при цьому кількість знаків обмежена тільки можливостями калькулятора. Виникає питання: до якого знаку проводити округлення? Спочатку треба знайти похибку цього виміру. Нехай похибка дорівнює  $\Delta X = 43,83425091738\dots$  м.

Округлення похибки проводиться до першої значущої цифри (найбільший порядок не рівний нулю), причому це округлення проводять з перебільшенням. Що мається на увазі? В математиці, коли після знаку, до якого округлюють стоять 0,1,2,3,4, то при округленні в цьому знаку залишається та цифра, яка і була (тобто «хвіст» просто відкидаємо). А якщо 5,6,7,8,9, то треба останню цифру збільшити на одиницю. При округленні похибок вимірювань, якщо друга значуща цифра не дорівнює 0, то треба величину похибки збільшити на одиницю. Наприклад, якщо  $\Delta Y = 0,0328\dots$ , тоді треба записати:  $\Delta Y = 0,04$ , але якщо  $\Delta Y = 0,03035\dots$ , тоді –  $\Delta Y = 0,03$ . А коли значення похибки дорівнює, наприклад,  $\Delta Y = 0,01248\dots$ , тобто перша значуща цифра дорівнює одиниці, тоді при округленні треба залишити дві цифри:  $\Delta Y = 0,013$ , тобто тоді округлення похибки проводиться до другої значущої цифри.

Такі правила округлення введені для того, щоб при округленні не зменшити величину довірчого інтервалу. У разі його зменшення вже не можна гарантувати, що істинне значення шуканої величини буде належати довірчому інтервалу з заданою довірчою ймовірністю.

Тоді в наведеному прикладі  $\Delta X = 50$  м, і результат вимірювання треба округлити математично до того знаку, в якому починається похибка:  $\langle X \rangle = 3530$  м. Кінцевий результат записується у вигляді:  $X = (3,530 \pm 0,05) \cdot 10^3$  м.

Треба нагадати, що кожна фізична величина повинна мати наступну форму запису: позначення (літерою), чисельне значення, величину похибки та обов'язково одиниці виміру.

Додаток Б  
Зразок оформлення звіту

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет радіоелектроніки

Кафедра фізики

Звіти  
з лабораторних робіт  
з механіки та молекулярної фізики

Виконав:

Перевірили:

Харків 2009

## 1 Вивчення поступального руху за допомогою приладу Атвуда

### 1.1 Мета роботи:

Вивчення законів прискореного руху механічної системи за допомогою приладу Атвуда та визначення динамічних характеристик (прискорення, сила тертя та момент сили тертя).

### 1.2 Експериментальні дослідження

**1.2.1 Прилади та приладдя:** прилад Атвуда, набір тягарців, лінійка, секундомір

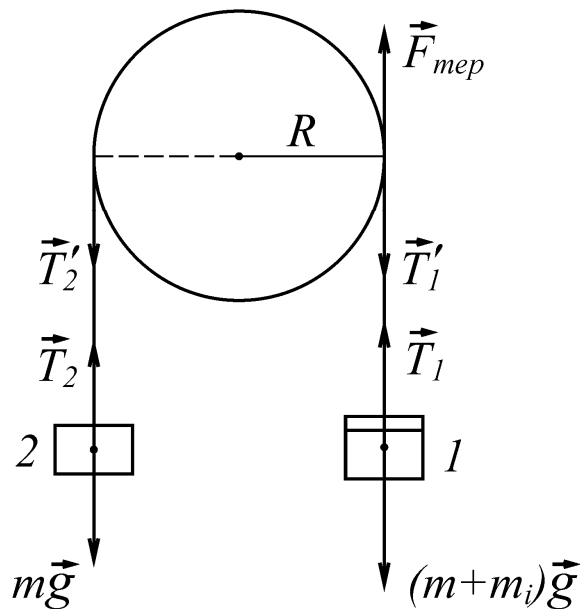


Рисунок 1.1 – Фізична модель досліджу

### 1.2.2 Результати вимірювань.

1) Маса тягарців, які вказані на них, заносимо у табл.1.1 з урахуванням похибки.

2) Визначаємо силу тяжіння тягарців  $F_m = m_i g$  та похибку вимірювання сили тяжіння. Результат заносимо до таблиці 1.1.

3) Вимірюємо висоту підняття тягарця  $h = (1,00 \pm 0,01)$  м,

4) Вимірюємо радіус блока  $R = (6,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-2}$  м.

5) Проводимо вимірювання часу падіння вантажів з тягарцями і заносимо результати до таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Результати експериментальних досліджень

$(m_i \pm \Delta m_i)$ , кг	$(4,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$	$(8,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$	$(13,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$	$(18,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$	$(28,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$
$(m_i g \pm \Delta m_i g)$ , Н	$(3,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(7,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(12,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(17,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(27,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
№ досл.	$t_1$ , с	$t_2$ , с	$t_3$ , с	$t_4$ , с	$t_5$ , с
1	5,14	3,21	2,74	2,27	1,52
2	5,63	3,12	2,54	2,29	1,71
3	5,12	3,24	2,57	2,34	1,83
4	5,46	3,30	2,56	2,40	1,69
5	5,32	3,42	2,70	2,17	1,89
$\langle t \rangle \pm \Delta t$ , с	$5,32 \pm 0,28$	$3,26 \pm 0,14$	$2,57 \pm 0,12$	$2,27 \pm 0,12$	$1,73 \pm 0,18$
$\langle a \rangle \pm \Delta a$ , м/с <sup>2</sup>	$0,069 \pm 0,008$	$0,19 \pm 0,02$	$0,3 \pm 0,03$	$0,39 \pm 0,04$	$0,68 \pm 0,1$

### 1.3 Обробка результатів експериментальних досліджень

1) Обчислюємо середнє значення часу падіння  $\langle t \rangle$  для кожного тягарця за

формулою  $\langle t \rangle = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5}$ . Результат заносимо у табл.1.1.

2) Знаходимо абсолютну похибку вимірювань часу для кожного  $\langle t \rangle$  за формулою

$$\Delta t = 2,8 \sqrt{\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{5(5-1)}}.$$

3) Обчислюємо значення прискорення для кожного тягарця за робочою формулою:  $\langle a \rangle = \frac{2h}{\langle t \rangle^2}$ . Результат заносимо в таблицю 1.1.

4) Виводимо формулу для знаходження абсолютної похибки прискорення з робочої формули:



$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial h} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t} \Delta t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta h}{t^2}\right)^2 + \left(\frac{4h\Delta t}{t^3}\right)^2}.$$

Результати розрахунків за цією формулою заносимо у таблицю 1.1

5) За даними таблиці 1.1 будемо графік залежності  $a = f(m_i g)$ , на якому для кожного значення цих величин вказуємо похибку у вигляді довірчого інтервалу.

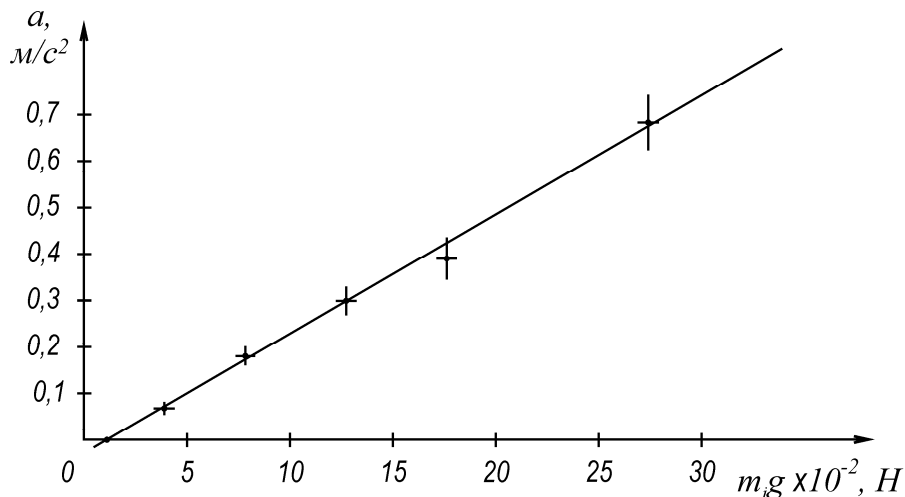


Рисунок 1.2 – Графік залежності прискорення від сили тяжіння тягарців

6) За графіком знаходимо силу тертя  $F_{\text{тер}} = 10^{-2}$  Н.

7) Знаходимо момент сили тертя  $M_{\text{тер}} = F_{\text{тер}} R = 6,1 \cdot 10^{-4}$  Н·м.

**Висновок:** В результаті дослідження руху механічної системи за допомогою приладу Атвуда показано, що залежність прискорення тягарців від їх ваги – лінійна, що відповідає другому закону Ньютона. Знайдено величину сили тертя та моменту сили тертя.

## Рекомендована література

1. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка. Навчально-довідковий посібник/Упор. Ткаченко Т.Б. та інш. – Харків: ХНУРЕ, 2004.
2. В.О. Стороженко, І.М. Кібець, А.І. Рибалка, Т.Б. Ткаченко. Загальна фізика з прикладами і задачами. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка. – Харків: Компанія СМІТ, 2006.
3. Т.І. Трофімова. Курс фізики. – Москва: Вища школа, 1990.
4. І.В. Савельєв. Курс фізики. В 3т. – Москва: Наука, 1989. – Т.1.
5. Запитання і відповіді до лабораторних робіт з фізики «Механіка та молекулярна фізика», Ч. І. для студентів усіх спеціальностей. / Упоряд.: С.С. Авотін, В. І. Бедратий, В. В. Калінін та ін. – Харків: ХНУРЕ, 2004.-44 с.
6. Обчислення похибок, результатів та засобів вимірювань. /Скл. В.Д. Кукуш. – Харків: ХТУРЕ, 1970.
7. ДСТУ 3651.0-97 Основні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць. К: Держстандарт України.
8. ДСТУ 3651.1-97 Похідні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. К: Держстандарт України.
9. ДСТУ 3651.2-97 Фізичні сталі та характеристичні числа. К: Держстандарт України.
10. Базакуца В.А., Сук О.П. Фізичні величини та одиниці: Навчальний посібник.- Харків: ХДПУ, 1998.-308с.
11. ДСТУ 3008-95 Документація у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. К: Держстандарт України.
12. Р50-77-88 Правила виконання діаграм. Єдина система конструкторської документації. Рекомендації.
13. ГОСТ 8.011-72 Показники точності вимірювань та форми представлення результатів вимірювань.
14. ГОСТ 8.207-76 Прямі вимірювання з багатократними спостереженнями. Методи обробки результатів спостережень. Основні положення.
15. МИ 2083-90 Вимірювання непрямі. Визначення результатів вимірів та оцінка їх похибок.

Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до лабораторних робіт

з дисципліни  
«ФІЗИКА»

Частина 1

(Механіка та молекулярна фізика)

для студентів усіх форм навчання

напрямів 6.040301 «Прикладна математика», 6.040302 «Інформатика», 6.040303 «Системний аналіз», 6.050101 «Комп'ютерні науки», 6.050102 «Комп'ютерна інженерія», 6.050103 «Програмна інженерія», 6.050201 «Системна інженерія», 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка», 6.050802 «Електронні пристрої та системи», 6.050803 «Акустотехніка», 6.050901 «Радіотехніка», 6.050902 «Радіоелектронні апарати», 6.050903 «Телекомунікації», 6.051001 «Метрологія та інформаційно-вимірювальні технології», 6.051002 «Метрологія, стандартизація та сертифікація», 6.051004 «Оптитехніка», 6.051402 «Біомедична інженерія», 6.051501 «Видавничо-поліграфічна справа», 6.170101 «Безпека інформаційних і комунікаційних систем», 6.170102 «Системи технічного захисту інформації», 6.170103 «Управління інформаційною безпекою»

Упорядники: КОВАЛЕНКО Олена Миколаївна  
ЛАЗОРЕНКО Олег Валерійович  
ОРЕЛ Роман Петрович

Відповідальний випусковий: О. В. Лазоренко

Авторська редакція