



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ
З ДИСЦИПЛІНИ
«ФІЗИКА»**

ЧАСТИНА 1

**Фізичні основи класичної механіки,
Молекулярна фізика та термодинаміка,
Електростатика та постійний струм**

Електронне видання

Харків 2026

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять та самостійної роботи з дисципліни

«ФІЗИКА»

для студентів заочної форми навчання усіх спеціальностей

ЧАСТИНА 1

Фізичні основи класичної механіки,
Молекулярна фізика та термодинаміка,
Електростатика та постійний струм

Електронне видання

ЗАТВЕРДЖЕНО

кафедрою фізики.

Протокол № 13 від 7.06.2024

Харків 2026

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи з дисципліни «ФІЗИКА» для студентів заочної форми навчання усіх спеціальностей. Частина 1. Фізичні основи класичної механіки, Молекулярна фізика та термодинаміка, Електростатика та постійний струм) [Електронний ресурс] / Упоряд.: О.С. Чубукін, О.М. Коваленко, Р.П. Орел, А.І. Рибалка, В.О. Стороженко, С.М. Мешков, В.В. Калінін, О.В. Мягкий, А.А. Онищенко, Ю.Д. Приймачов. – Електронне видання.– Харків; ХНУРЕ, 2026. – 144 с. – pdf 3,63 Mb.

Упорядники: О.С. Чубукін
О.М. Коваленко,
Р.П. Орел,
А.І. Рибалка,
В.О. Стороженко,
С.М. Мешков,
В.В. Калінін,
О.В. Мягкий,
А.А. Онищенко,
Ю.Д. Приймачов

Рецензент: О.Г. Нерух, д-р фіз.-мат. наук, проф. каф. вищої математики

ЗМІСТ

Загальні положення	4
1 Фізичні основи класичної механіки	7
1.1 Мета заняття.....	7
1.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів.....	7
1.3 Основні закони і формули	9
1.4 Контрольні запитання та завдання	25
1.5 Приклади розв'язання задач.....	27
1.6 Задачі для самостійного розв'язання	38
2 Молекулярна фізика та термодинаміка	55
2.1 Мета заняття.....	55
2.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів.....	55
2.3 Основні закони і формули	55
2.4 Контрольні запитання та завдання.....	66
2.5 Приклади розв'язання задач	68
2.6 Задачі для самостійного розв'язання.....	80
3 Електростатика. Постійний струм	92
3.1 Мета заняття.....	92
3.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів.....	92
3.3 Основні закони і формули	93
3.4 Контрольні запитання та завдання	101
3.5 Приклади розв'язання задач	104
3.6 Задачі для самостійного розв'язання.....	104
4 Особливості виконання та оформлення контрольних робіт.....	126
Перелік джерел посилання	131
Додаток А. Основні фізичні сталі та астрономічні величини.....	132
Додаток Б. Основні фізичні характеристики, параметри та показники деяких речовин	134
Додаток В. Інформація, що буде корисною під час вивчення фізичної літератури	142

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Фізика, як фундаментальна наука, має глибокий вплив на розвиток багатьох природознавчих наук, таких як квантова хімія, молекулярна біологія, астрономія, інженерна генетика та ін. Неймовірна широта практичного застосування напрацювань зробила цю науку потужним знаряддям технічного прогресу.

На основі результатів досліджень теоретичної та експериментальної фізики був створений ряд найновіших технологій, без яких неможливо уявити аерокосмічну техніку, атомну енергетику, мікроелектроніку, комп'ютерну та лазерну техніку.

Особливу актуальність натеper мають дослідження фізичних явищ і процесів, пов'язаних з одержанням, перетворенням, передачею і застосуванням різних форм енергії.

Таким чином, існує об'єктивна необхідність у вивченні фізики, особливо студентам інженерно-технічних спеціальностей, які повинні мати фундаментальну освіту, вміти нешаблонно мислити, бути здібними поглиблювати й розширювати свої знання відповідно до потреб динамічного розвитку техніки.

Окрім того, сьогодні, коли комп'ютер проник у всі області життя і виробництва, а його можливості з кожним днем поширюються, для розв'язання технічних задач інженер користується програмними засобами. Проте у віртуальному світі можна одержати будь-які непередбачені результати досліджень. Знання фізичних законів, вміння грамотно сформулювати задачу та її граничні умови дають можливість спеціалісту під час аналізу результатів досліджень відрізняти достовірні результати від недостовірних.

Як показує багаторічний досвід, вивчення фізики студентами заочної форми навчання засвоєння великої кількості теоретичного матеріалу і набуття практичних навичок у розв'язанні задач з фізики неможливе без істотного методичного підґрунтя.

Зважаючи на те, що аудиторні заняття посідають лише 15% від загальної кількості часу, відведеного на вивчення фізики, студенти мають навчитися добре працювати з літературою, перелік якої наведений наприкінці даних методичних вказівок.

Робота студента заочної форми навчання полягає у самостійному вивченні рекомендованих кафедрою (викладачем) теоретичних розділів дисципліни за конспектом лекцій, а також за підручниками, наведеними у переліку літератури, з яких основними є [1–5]. Крім опанування теорії в міжсесійний період студенти заочної форми навчання залежно від навчальної програми мають виконати від однієї до трьох контрольних робіт, завдання і вимоги до оформлення яких надаються у відповідному розділі цих методичних вказівок.

У період між сесіями, в зазначений кафедрою (викладачем) час проводяться індивідуальні консультації студентів. Процес навчання залежно від навчальної програми завершується або заліком, або іспитом.

Аудиторні заняття проводяться на початку або в кінці кожного навчального семестру у вигляді установчих лекцій, практичних занять та лабораторних робіт, *відвідування яких обов'язкове*. На лекціях і практичних заняттях викладач звертає увагу студентів на основні питання і теми розділів, що вивчаються, та знання яких необхідно для опанування курсу фізики і виконання контрольних робіт.

Крім контрольних робіт під час сесії студент має виконати лабораторні роботи, оформити їх за вимогами ДСТУ 3008:2015 і захистити їх на заняттях. Зошит з оформленими лабораторними роботами разом з рецензованою контрольною роботою студент має подати викладачу, який залежно від навчальної програми, приймає або залік, або екзамен.

Дані методичні вказівки містять інформацію, необхідну для практичного опанування трьох основних розділів фізики – механіки, молекулярної фізики та термодинаміки, а також електростатики і теорії постійного струму. Кожен з цих розділів оформлено у вигляді набору інформаційних, операційних та контролюючих матеріалів для окремого заняття, для якого сформульовано мету, та надано методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів з посиланнями на джерела інформації, які необхідно опрацювати під час підготовки до виконання практичної роботи. Також у кожному розділі наведено основні закони й формули, що можуть слугувати додатковим матеріалом з теоретичної підготовки та бути корисними під час вирішення задач. Крім того, у кожному розділі наведені контрольні запитання та завдання, які необхідно використовувати для самоконтролю.

Для опанування різних методів і прийомів вирішення задач кожен розділ забезпечений прикладами розв'язання задач та задачами для самостійного розв'язання.

З метою здійснення контролю та оцінювання якості засвоєння матеріалу студентами заочної форми навчання, окремо від основних розділів, наведено розділ «Особливості виконання та оформлення контрольних робіт», де наведені таблиці варіантів контрольних робіт, в які внесені номери задач для самостійного розв'язання відповідно до їх нумерації в кожному з розділів.

Довідковий матеріал у вигляді таблиць подано у додатку, що робить методичні вказівки самодостатніми.

1 ФІЗИЧНІ ОСНОВИ КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ

1.1 Мета заняття

Засвоїти основні підходи та методи розв'язування задач класичної механіки, а саме:

1.1.1 Засвоїти основні методи розв'язування прямої та оберненої задач кінематики, використовуючи закони кінематики поступального та обертального руху.

1.1.2 Навчитися розв'язувати задачі динаміки матеріальної точки та динаміки поступального руху.

1.1.3 Ознайомитися з визначенням таких енергетичних характеристик як робота консервативних і неконсервативних сил, механічна енергія і потужність. Вивчити закони збереження імпульсу та енергії і навчитися застосовувати ці закони до розв'язування задач.

1.1.4 Засвоїти методику розв'язання задач динаміки твердого тіла: обертання навколо нерухомої осі й складного плоского руху.

1.1.5 Засвоїти фізичний зміст величин, які характеризують механічні коливання, та опанувати методи розв'язання рівнянь таких коливань.

1.1.6 Навчитися користуватися законами спеціальної теорії відносності для кількісного визначення зміни довжини, часу, енергії, імпульсу тіл, що рухаються із швидкостями, близькими до швидкості світла.

1.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Для досягнення тієї частини мети заняття, що визначена в п. 1.1.1, перш ніж розв'язувати задачі з кінематики, потрібно засвоїти основні поняття та визначення фізичних величин, які використовуються в цьому розділі. Зверніть особливу увагу на векторні та псевдовекторні величини (швидкість, прискорення, кутова швидкість, кутове прискорення), а також на формули зв'язку між векторними величинами [1, розд. 1; 2, розд. 1; 3, розд. 1; 6, розд. 1; 8, розд. 1.1; 9, розд. 1.1]. Повторіть визначення вектора, модуля вектора, проєкції вектора на вісь та дії над векторами.

Задачі кінематики поділяють на прямі та зворотні. У першому випадку знаходять швидкість, прискорення тіл та інші величини за відомими кінематичними рівняннями руху. Розв'язуючи зворотну задачу за відомими

залежностями від часу швидкості чи прискорення та початковими умовами, знаходять кінематичні рівняння руху.

Для досягнення тієї частини мети заняття, що визначена в п. 1.1.2, спочатку необхідно вивчити теорію динаміки поступального руху, викладену в підручниках [1, розд. 2; 2, розд. 2; 3, розд. 2; 6, розд.1; 8, розд. 1.1; 9, розд.1.2] та у конспекті.

Основу динаміки матеріальної точки складають три закони Ньютона, які справедливі тільки під час виконання таких умов: рух тіла розглядається відносно інерційної системи відліку, тіло має бути матеріальною точкою сталої маси, швидкість тіла має бути значно меншою за швидкість світла в вакуумі.

Під час розв'язання задач за темою використовується другий закон Ньютона, який має вигляд:

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

де $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ – рівнодійна усіх сил, прикладених до даного тіла.

Для розв'язання задач з використанням другого закону Ньютона запропоновано метод, який включає послідовність дій:

1. Знайти, чи використовується цей закон у даній задачі, і накреслити рисунок-схему взаємодіючих тіл.

2. Знайти і позначити на схемі всі сили, що діють на тіла системи. Для кожного тіла:

– записати головне рівняння динаміки у векторній формі;

– обрати відповідну інерційну систему відліку;

– спроектувати сили на осі координат і записати другий закон Ньютона у вигляді системи скалярних рівнянь: $\sum F_x = ma_x$; $\sum F_y = ma_y$; $\sum F_z = ma_z$, де a_x, a_y, a_z – проекції вектора прискорення на відповідні осі.

3. Розв'язати систему одержаних рівнянь відносно невідомих величин.

Визначення прискорення тіл у задачах даного типу називають головною задачею динаміки поступального руху.

Для досягнення тієї частини мети заняття, що визначена в п. 1.1.3, необхідно, користуючись конспектом лекцій та підручником [1, розд. 3; 2, розд. 3; 3, розд.3; 6, розд.1, 8, розд. 1.4, 9, розд. 1.3], вивчити закони збереження. Проаналізувавши розв'язання завдань, наведених як приклади, перейти до самостійної роботи над рекомендованими завданнями.

Для досягнення тієї частини мети заняття, що визначена в п. 1.1.4, після засвоєння таких понять як момент сил, момент імпульс та момент інерції, зміст яких наведено в [1, розд. 4; 2, розд. 4; 3, розд. 4; 8, розд. 1.3, 9, розд.1.4],

необхідно звернути увагу на те, що обертальний рух твердого тіла описується векторними рівняннями: рівнянням руху центра мас та основним рівнянням динаміки обертального руху твердого тіла.

Для досягнення тієї частини мети заняття, що визначена на в п. 1.1.5, перед вирішенням задач необхідно опанувати теоретичний матеріал, викладений у [1, розд. 6; 2, розд. 7; 3, розд. 6; 6, розд. 1; 7, розд. 4,5; 9, розд. 1.4], та звернути увагу на фізичний зміст таких понять, як період коливань, фаза, добротність, час релаксації, логарифмічний декремент затухання.

Для досягнення тієї частини мети заняття, що визначена в п. 1.1.6, необхідно вивчити теоретичний матеріал, використовуючи конспект лекцій та [1, розд. 5; 2, розд. 5; 3, розд. 5; 8, розд. 1.5; 9, розд. 1.5]. Звернути увагу на те, що релятивістський закон складання швидкостей впливає з перетворень Лоренца, а також на те, що незбереження маси спокою не означає порушення закону збереження маси взагалі. У теорії відносності справедливий закон збереження релятивістської маси, він взаємопов'язаний з законом збереження енергії. Але з закону взаємозв'язку енергії та маси аж ніяк не впливає можливість перетворення маси на енергію і навпаки. Перетворення енергії системи з однієї форми на іншу супроводжується перетвореннями маси. Наприклад, у явищі народження і знищення пари електрон–позитрон маса не переходить в енергію. Маса спокою частинок (електрона і позитрона) перетворюється на масу фотонів, тобто на масу електромагнітного поля.

1.3 Основні закони і формули

1. Кінематичне рівняння руху математичної точки:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

або

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор матеріальної точки, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (орти) координатних осей x, y, z .

2. Середня швидкість:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

де $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – вектор переміщення матеріальної точки.

3. Миттєва швидкість:

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt ,$$

або

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} ,$$

де v_x, v_y, v_z – проєкції вектора швидкості на координатні осі.

4. Модуль вектора швидкості:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} ,$$

або

$$v = dS/dt .$$

5. Шлях, як первісна від модуля вектора швидкості:

$$S = \int \vec{v}(t) dt + S_0 ,$$

де S_0 – стала інтегрування.

6. Середнє прискорення:

$$\langle \vec{a} \rangle = \Delta \vec{v} / \Delta t ,$$

де $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ – вектор зміни швидкості за проміжок часу Δt .

7. Миттєве прискорення:

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt ,$$

або

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} ,$$

де a_x, a_y, a_z – проєкції вектора прискорення на координатні осі.

8. Модуль вектора прискорення:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} .$$

9. Вектор прискорення у випадку криволінійного руху:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{R} \vec{n} .$$

10. Тангенціальна та нормальна складові вектора прискорення та їх зв'язок з повним прискоренням:

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}, \quad \vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n};$$
$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

де R – радіус кривизни траєкторії, $\vec{\tau}$, $\vec{n}$ – одиничні вектори дотичної та нормалі до траєкторії.

11. Модуль вектора швидкості як первісна від тангенціальної складової прискорення:

$$v = \int a_\tau(t) dt + v_0,$$

де v_0 – стала інтегрування, яку можна знайти з початкових умов.

12. Кутова швидкість:

$$\vec{\omega} = d\vec{\phi}/dt,$$

де $d\vec{\phi}$ – вектор кутового переміщення.

13. Кутове прискорення:

$$\vec{\beta} = d\vec{\omega}/dt.$$

14. Частота та період рівномірного обертання:

$$v = N/t,$$
$$T = t/N = 1/v,$$

де N – число повних обертів тіла за проміжок часу t .

15. Кутова швидкість за рівномірного обертання та її зв'язок з частотою та періодом обертання:

$$\omega = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi v = \frac{2\pi}{T}.$$

16. Шлях, який матеріальна точка проходить по дузі кола:

$$S = R \cdot \phi,$$

де R – радіус кола, ϕ – кут повороту точки.

17. Зв'язок між лінійною та кутовою швидкостями:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{r}],$$

або

$$v = \omega r \sin \varphi = \omega R,$$

де r – радіус-вектор точки, φ – кут між векторами $\vec{\omega}$ і $\vec{r}$, R – радіус обертання точки.

18. Зв'язок між тангенціальним і кутовим прискореннями:

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\beta} \times \vec{r}],$$

або

$$a_\tau = \beta r \sin \varphi = \beta \cdot R.$$

19. Кут повороту, кутова швидкість тіла під час рівноприскореного та рівноуповільненого обертання:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\beta t^2}{2},$$

$$\varphi = 2\pi N,$$

$$\omega = \omega_0 \pm \beta t,$$

де ω_0 – початкова кутова швидкість, ω – кутова швидкість у момент часу t , N – число повних обертів тіла.

20. Радіус-вектор центра мас (центра інерції) системи, що складається з N частинок:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i,$$

де m_i і $\vec{r}_i$ – маса і радіус-вектор i -ї частинки; $m = \sum_{i=1}^N m_i$ – маса системи.

21. Швидкість центра мас:

$$\vec{v}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i,$$

де m_i і $\vec{v}_i$ – маса і швидкість i -ї частинки.

22. Імпульс матеріальної точки та системи матеріальних точок, що складається з N частинок:

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$$

та

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i \text{ або } \vec{p} = m \vec{v}_c,$$

де m_i і $\vec{v}_i$ – маса і вектор швидкості i -ї частинки, m – маса системи, $\vec{v}_c$ – швидкість центра мас.

23. Другий закон Ньютона:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \text{або} \quad \vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F},$$

де $\vec{p}$ – імпульс матеріальної точки (тіла), $\vec{F}$ – зовнішня сила, $\vec{a}$ – прискорення точки, m – маса цієї точки.

24. Рівняння руху (диференціальне рівняння другого порядку):

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r}, t),$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор матеріальної точки, $\vec{F}(\vec{r}, t)$ – результуюча сила, яка діє на матеріальну точку.

25. Рівняння руху в проєкціях на координатні осі:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x; \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y; \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z,$$

де F_x, F_y, F_z – проєкції вектора результуючої сили $\vec{F}$, що діє на точку, на осі x, y, z .

26. Сила сухого тертя:

$$\vec{F}_{mp} = \mu \vec{N},$$

де μ – коефіцієнт тертя, N – сила реакції опори.

* Сила пружності (закон Гука):

$$F = -kx,$$

де k – коефіцієнт пружності, x – абсолютна деформація.

* Сила тяжіння:

$$\vec{F}_T = m\vec{g},$$

де $\vec{g}$ – прискорення вільного падіння.

* Сила гравітаційної взаємодії:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|},$$

де $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала, $\vec{r}/|\vec{r}|$ – одиничний вектор.

27. Елементарна робота:

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{l}),$$

де $\vec{F}$ – вектор сили, $d\vec{l}$ – елементарний вектор переміщення.

Робота змінної сили:

$$A = \int_l \vec{F}(r) d\vec{l}.$$

Інтегрування ведеться вздовж траєкторії l .

Робота постійної сили під час прямолінійного руху ($|\vec{r}| = s$):

$$A = F s \cos \alpha,$$

де s – шлях, який тіло пройшло, α – кут між напрямком вектора сили та вектора переміщення.

28. Середня потужність на відрізку часу від t до $t + \Delta t$:

$$\langle N \rangle = A / \Delta t,$$

де A – робота, здійснена за проміжок часу Δt .

29. Миттєва потужність:

$$N = dA/dt \text{ або } N = F v \cos \alpha,$$

де dA – елементарна робота, здійснена за проміжок часу dt , F – сила, яка здійснює роботу dA .

30. Кінетична енергія поступального руху:

$$W_k = mv^2/2 \text{ або } W_k = p^2/2m,$$

де m , v – маса і швидкість тіла, p – імпульс тіла.

31. Потенціальна енергія:

а) пружно деформованого тіла:

$$U = kx^2/2,$$

де k – коефіцієнт пружності, x – абсолютна деформація тіла;

б) гравітаційної взаємодії двох точок (тіл):

$$U = -G \frac{m_1 m_2}{r},$$

де m_1 і m_2 – маси взаємодіючих точок, r – відстань між цими точками;

в) тіла в однорідному гравітаційному полі (полі сили тяжіння Землі):

$$U = mgh, \text{ при } (h \ll R_3),$$

де g – напруженість гравітаційного поля (прискорення вільного падіння),
 h – відстань від нульового рівня, R_3 – радіус Землі.

32. Зв'язок сили з потенціальною енергією:

$$\vec{F} = -\text{grad}U,$$

$$\text{grad}U = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right),$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори.

33. Напруженість гравітаційного поля Землі:

$$\vec{g} = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

де M_3 – маса Землі, R_3 – радіус Землі, h – відстань від поверхні Землі до місця розташування матеріальної точки (тіла), $\vec{r}$ – радіус-вектор точки поля, що розглядається.

34. Потенціал гравітаційного поля Землі:

$$\varphi = -\frac{GM_3}{R_3 + h}.$$

35. Момент сили $\vec{F}$ відносно нерухомої точки O :

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}],$$

або

$$|\vec{M}| = Fr \sin \alpha = Fl,$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор матеріальної точки, α – кут між векторами $\vec{r}$ та $\vec{F}$,
 $l = r \sin \alpha$ – плече сили.

36. Момент сили $\vec{F}$ відносно нерухомої осі Oz :

$$M_z = [\vec{r} \times \vec{F}]_z.$$

37. Момент інерції матеріальної точки відносно будь-якої осі обертання:

$$J_i = m_i r_i^2,$$

де m_i – маса матеріальної точки, r_i – найкоротша відстань її до осі обертання.

38. Момент інерції тіла відносно нерухомої осі:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

При неперервному розподілі маси:

$$J = \int_V \rho r^2 dV,$$

де ρ – густина тіла, dV – елемент об'єму.

Для однорідного тіла:

$$J = \rho \int_V r^2 dV.$$

39. Моменти інерції деяких тіл масою m відносно осі, що проходить крізь центр мас:

а) тонкостінного циліндра (кільця) радіуса R , якщо вісь обертання співпадає з віссю циліндра:

$$J = mR^2;$$

б) суцільного циліндра (диска) радіуса R , якщо вісь обертання співпадає з віссю циліндра:

$$J = \frac{1}{2} mR^2;$$

в) кулі радіуса R :

$$J = \frac{2}{5} mR^2;$$

г) тонкого стрижня довжиною l , якщо вісь обертання перпендикулярна стрижню і проходить через його середину:

$$J = \frac{1}{12} ml^2.$$

40. Момент інерції тіла масою m відносно будь-якої осі (теорема Штейнера):

$$J = J_0 + md,$$

де J_0 – момент інерції відносно паралельної осі, що проходить крізь центр мас,
 d – відстань між осями.

41. Момент імпульсу матеріальної точки відносно нерухомої точки (полюса):

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i \times \vec{p}_i],$$

або

$$L = r_i p_i \sin \alpha = p_i l_i,$$

де $\vec{r}_i$ – радіус-вектор матеріальної точки, $\vec{p}_i$ – імпульс матеріальної точки,
 α – кут між векторами $\vec{r}_i$ і $\vec{p}_i$, $l_i = r_i \sin \alpha$ – плече імпульсу.

Проекція вектора $\vec{L}$ на вісь обертання z :

$$L_z = J_z \omega,$$

де ω – кутова швидкість точки.

42. Основний закон динаміки обертального руху:

$$d\vec{L}/dt = \vec{M},$$

43. Диференціальне рівняння, що описує обертання будь-якого тіла навколо нерухомої осі:

$$J_z \frac{d^2 \varphi_z}{dt^2} = M_z; \quad J_z \beta_z = M_z,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі обертання, φ_z – кутове переміщення,
 β_z – кутове прискорення, M_z – момент зовнішніх сил відносно осі обертання.

Для симетричного тіла, коли вісь проходить крізь центр симетрії

$$J \vec{\beta} = \vec{M}.$$

44. Кінетична енергія під час обертального руху

$$W_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad \text{або} \quad W_k = \frac{L^2}{2J},$$

де J – момент інерції тіла, ω – кутова швидкість.

45. Кінетична енергія тіла, що котиться без ковзання:

$$W_k = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

де $mv_c^2/2$ – кінетична енергія поступального руху тіла, v_c – швидкість центра мас, $J\omega^2/2$ – кінетична енергія обертання навколо осі, що проходить крізь центр мас.

46. Елементарна робота під час обертання:

$$dA = (\vec{M} \cdot d\vec{\phi}),$$

де $\vec{M}$ – момент сили, $d\vec{\phi}$ – вектор кутового переміщення.

47. Робота, що здійснюється змінним моментом сили під час обертання:

$$A = \int_{\phi_1}^{\phi_2} (\vec{M} \cdot d\vec{\phi}),$$

де ϕ_1 і ϕ_2 – початкове і кінцеве значення кута повороту.

48. Робота сталого моменту сили під час обертання навколо нерухомої осі:

$$A = M_z \cdot \phi,$$

де M_z – момент сили, що діє на тіло, яке обертається, ϕ – кут повороту тіла.

49. Закон збереження імпульсу:

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const}, \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

50. Швидкості після зіткнення:

абсолютно пружного центрального удару:

$$u_1 = -v_1 + 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = -v_2 + 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

абсолютно непружного удару:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

де v_1 та v_2 – швидкості частинок до зіткнення, u – швидкість системи двох з'єднаних частинок після зіткнення.

51. Закон збереження механічної енергії замкненої системи, в якій діють лише консервативні сили:

$$W_k + U = \text{const} ,$$

де W_k – кінетична енергія, U – потенціальна енергія тіл замкненої системи.

Зауваження.

Під час абсолютно непружного зіткнення тіл закон збереження механічної енергії не виконується.

Зберігається сумарна енергія усіх видів – механічної та внутрішньої.

52. Закон збереження моменту імпульсу:

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const} \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i = \text{const} .$$

Елементи спеціальної теорії відносності

53. Перетворення координат Галілея:

$$x = x' + vt' ; \quad y = y' ; \quad z = z' ; \quad t = t' ,$$

де x, y, z – координати точки в нерухомій системі відліку K ; x', y', z' – координати тієї самої точки в рухомій системі відліку K' ; t, t' – час в K і K' .

54. Закон додавання швидкостей у ньютонівській механіці:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} ,$$

де $\vec{v}$ – швидкість точки в системі K ; $\vec{v}'$ – швидкість точки в системі K' ; $\vec{V}$ – швидкість руху системи K' відносно системи K .

55. Перетворення Лоренца координат і часу:

$$x = (x' + Vt') / \sqrt{1 - \beta^2} ;$$

$$y = y' ;$$

$$z = z' ;$$

$$t = \left(t' + x' \frac{V}{c^2} \right) / \sqrt{1 - \beta^2} ,$$

де t' – час в системі K' , що рухається вздовж осі x відносно системи відліку K , c – швидкість світла в вакуумі, $\beta = V/c$.

56. Закон додавання швидкостей у релятивістській механіці:

$$v_x = (v'_x + V) / (1 + v'_x V / c^2),$$

де v_x – швидкість точки в системі K ; v'_x – швидкість точки в системі K' .

57. Релятивістське скорочення довжини:

$$l = l_0 \sqrt{1 - V^2 / c^2},$$

де l_0 – довжина тіла в системі відліку, відносно якої тіло знаходиться у стані спокою; l – довжина тіла в системі відліку, відносно якої тіло рухається зі швидкістю V .

58. Релятивістське сповільнення часу:

$$\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - V^2 / c^2},$$

де τ_0 – тривалість події для спостерігача, нерухомого відносно об'єкта спостереження; τ – тривалість події для спостерігача, що рухається із швидкістю $V \frac{\partial^2 \Omega}{\partial u^2}$.

59. Релятивістська маса, імпульс:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - V^2 / c^2}, \quad \vec{p} = m\vec{v} = m_0\vec{v} / \sqrt{1 - V^2 / c^2},$$

де m_0 – маса спокою тіла; $\vec{v}$ – швидкість руху в нерухомій системі відліку.

60. Енергія спокою тіла:

$$E_0 = m_0 c^2.$$

61. Повна енергія в релятивістській механіці:

$$E = mc^2 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - V^2 / c^2},$$

де m – релятивістська маса.

62. Кінетична енергія тіла в релятивістській механіці:

$$W_k = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} - 1 \right),$$

де E – повна енергія, E_0 – енергія спокою тіла.

Релятивістське співвідношення між повною енергією та імпульсом:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2}.$$

Механічні коливання і хвилі

63. Кінематичне рівняння гармонічного коливання матеріальної точки:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad \varphi(t) = \omega_0 t + \varphi_0,$$

де $x(t)$ – зміщення частинки від положення рівноваги в момент часу t ; A – амплітуда коливань, $\varphi(t)$ – фаза коливань; φ_0 – початкова фаза коливань; ω_0 – кутова швидкість або циклічна частота.

64. Швидкість та прискорення матеріальної точки, що виконує гармонічні коливання:

$$v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

65. Диференціальне рівняння гармонічних коливань матеріальної точки:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0,$$
$$\omega_0 = \sqrt{k/m},$$

де ω_0 – циклічна частота вільних коливань, m – маса точки, k – коефіцієнт квазіупругої сили.

Розв'язком цього диференціального рівняння є рівняння гармонічних коливань

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad \text{або} \quad x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

66. Повна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k A^2.$$

67. Періоди коливань маятників:

а) математичного $T = 2\pi\sqrt{l/g};$

б) пружного $T = 2\pi\sqrt{m/k};$

в) фізичного $T = 2\pi\sqrt{\frac{J_z}{mga}},$

де l – довжина математичного маятника; m – маса тіла; k – коефіцієнт пружності пружини; J_z – момент інерції тіла, що коливається відносно осі коливання; a – відстань від центра мас до осі обертання.

68. Приведена довжина фізичного маятника:

$$l_{np} = \frac{J_z}{ma}.$$

69. Амплітуда і початкова фаза результуючого коливання під час складання двох гармонічних коливань одного напрямку:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi_0;$$

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{10} - \varphi_{20};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{10} + A_2 \sin \varphi_{20}}{A_1 \cos \varphi_{10} + A_2 \cos \varphi_{20}}.$$

70. Рівняння траєкторії руху точки, що бере участь водночас у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - 2\frac{xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi,$$

де $x(t) = A \cos \omega t$, $y(t) = B \cos(\omega t + \varphi)$.

71. Диференціальне рівняння загасаючих коливань:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0;$$

де β – коефіцієнт загасання, r – коефіцієнт опору, ω_0 – циклічна частота вільних незгасаючих коливань, $\beta = \frac{r}{2m}$.

Розв'язок диференціального рівняння загасаючих коливань:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, ω – частота загасаючих коливань.

72. Рівняння амплітуди загасаючих коливань:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}.$$

73. Логарифмічний декремент загасання:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T.$$

74. Диференціальне рівняння вимушених коливань під дією періодичної зовнішньої сили:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t,$$

де F_0 – амплітуда періодичної сили, Ω – частота змушуючої сили.

Частинний розв’язок диференціального рівняння вимушених коливань:

$$x(t) = A \cos(\Omega t - \varphi_1),$$

де φ_1 – зсув фази усталених коливань відносно змушуючої сили.

75. Амплітуда вимушених коливань:

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}.$$

Зсув фази:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2\beta \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

76. Резонансна частота і резонансна амплітуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2};$$

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

77. Зв’язок довжини хвилі з періодом і частотою коливань:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}.$$

78. Різниця фаз коливань двох точок середовища, в якому розповсюджується плоска хвиля:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

де Δx – найкоротша відстань між хвильовими поверхнями.

79. Рівняння стоячої хвилі:

$$\xi(x, t) = 2A_0 \cos kx \cdot \cos \omega t,$$

де $A = 2A_0 |\cos kx|$ – амплітуда хвилі, $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число, λ – довжина хвилі

80. Швидкість поздовжньої хвилі у пружному середовищі:

$$v_n = \sqrt{E/\rho},$$

де E – модуль Юнга, ρ – густина речовини.

81. Швидкість звуку в ідеальному газі:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}},$$

де $\gamma = C_p/C_v$ – показник адіабати, R – універсальна газова стала, T – термодинамічна температура, M – молярна маса, p – тиск газу, ρ – густина газу.

82. Середня об'ємна густина енергії пружної хвилі:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho \xi_0^2 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2,$$

де ξ_0 – амплітуда швидкості частинок середовища, ω – кругова частота звукових хвиль.

83. Енергія звукового поля в об'ємі:

$$W = \langle w \rangle V.$$

84. Потік звукової енергії:

$$\Phi = \frac{W}{t},$$

де W – енергія, що переноситься через дану поверхню за проміжок часу t .

85. Інтенсивність звуку (густина потоку енергії):

$$I = \langle w \rangle v,$$

де v – швидкість звуку у середовищі.

1.4 Контрольні запитання та завдання

1. Що таке система відліку?
2. Що таке траєкторія, переміщення, довжина шляху?
3. Який вигляд має кінематичний закон руху для координатного способу визначення руху матеріальної точки?
4. Який вигляд має кінематичний закон руху для векторного способу визначення руху матеріальної точки?
5. Який вигляд має кінематичний закон руху для природного способу визначення руху матеріальної точки?
6. Який рух називається поступальним і обертальним?
7. Яку формулу можна використовувати для знаходження шляху, що пройшла точка під час нерівномірного руху?
8. Що таке середня швидкість, миттєва швидкість?
9. Як знайти вектор швидкості для різних способів визначення руху?
10. Що таке середнє прискорення, миттєве прискорення?
11. Як знайти вектор прискорення для різних способів визначення руху?
12. Що характеризують тангенціальна і нормальна складові прискорення?
13. Що таке кутове переміщення, кутова швидкість і кутове прискорення?
14. Як пов'язані лінійна та кутова швидкості?
15. Як пов'язана нормальна складова лінійного прискорення з кутовими параметрами?
16. Як пов'язана тангенціальна складова лінійного прискорення з кутовими параметрами?
17. Дайте визначення поняттю інертності.
18. Дайте визначення, що таке маса.
19. Дайте визначення, що таке сила.
20. Що таке інерційна система відліку?
21. Запишіть перший закон Ньютона.
22. Запишіть другий закон Ньютона.
23. Запишіть третій закон Ньютона.
24. Що таке механічний імпульс тіла?
25. Запишіть закон збереження імпульсу.
26. Поясніть, що називають центром мас механічної системи.
27. Що таке гравітаційна сила та сила тяжіння?
28. Дайте визначення ваги тіла.
29. Дайте визначення сили тертя.

30. Запишіть закон Гука.
31. Що таке робота сили?
32. Що таке кінетична енергія? Наведіть приклади.
33. Що таке потенційна енергія? Наведіть приклади.
34. Як пов'язана робота сили тяжіння з потенційною енергією?
35. Як потенційна енергія пов'язана з силою?
36. Доведіть, що робота рівнодійної сил, прикладених до тіла, дорівнює приросту кінетичної енергії.
37. Чому дорівнює середня потужність, миттєва потужність?
38. Як миттєва потужність пов'язана із силою та швидкістю руху?
39. Запишіть закон збереження імпульсу.
40. Запишіть закон збереження механічної енергії.
41. Запишіть закон збереження моменту імпульсу.
42. Як пов'язана робота із зміною кінетичної енергії матеріальної точки?
43. Як пов'язана робота із зміною потенційної енергії матеріальної точки?
44. Яка взаємодія тіл називається абсолютно пружним ударом?
45. Яка взаємодія тіл називається непружним ударом?
46. Які закони збереження виконуються та не виконуються за абсолютно пружним та абсолютно непружним ударами?
47. Які закони збереження виконуються та не виконуються за частково пружним ударом?
48. Чому дорівнює момент інерції матеріальної точки, системи матеріальних точок?
49. Чому дорівнює момент інерції твердого тіла?
50. Чому дорівнює момент сили відносно нерухомої точки та осі?
51. Чому дорівнює момент імпульсу частинки відносно нерухомої точки та осі?
52. Чому дорівнює момент імпульсу твердого тіла, яке обертається відносно нерухомої осі?
53. Запишіть і проаналізуйте рівняння моментів.
54. Сформулюйте та доведіть теорему Штейнера.
55. Запишіть вираз для кінетичної енергії обертального руху твердого тіла.
56. Запишіть вираз для кінетичної енергії твердого тіла у випадку плоского руху.
57. Чому дорівнює робота зовнішніх сил під час обертання твердого тіла відносно нерухомої осі?
58. Що таке гармонічні коливання?

59. Запишіть основні характеристики коливань математичного та фізичного маятників.

60. Запишіть диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань і його розв'язок.

61. Чому дорівнює механічна енергія коливального руху для власних коливань?

62. Що таке биття?

63. Що таке фігури Ліссажу?

64. Запишіть диференціальне рівняння згасаючих коливань і його розв'язок.

65. Чому дорівнює частота, як змінюється енергія й амплітуда залежно від опору середовища?

66. Що таке логарифмічний декремент згасання, добротність?

67. Запишіть диференціальне рівняння вимушених коливань і його розв'язок.

68. Від чого і як залежить амплітуда та фаза вимушених коливань?

69. Дайте визначення явищу механічного резонансу.

70. Чому дорівнює резонансна частота та резонансна амплітуда?

71. Чим відрізняється релятивістська частинка від класичної?

72. Запишіть формулу зв'язку координат і часу «нерухомої» та «рухомої» систем (перетворення Лоренца).

73. Запишіть формулу зв'язку проміжків часу, за які відбувається будь-яка подія у «нерухомій» і «рухомій» системах.

74. Запишіть формулу релятивістського додавання швидкостей.

75. Запишіть формулу зв'язку довжини тіла в «нерухомій» і «рухомій» системах.

76. Запишіть формулу зв'язку релятивістської маси з масою спокою.

77. Запишіть релятивістську формулу кінетичної енергії тіла.

78. Який вигляд має зв'язок між масою та енергією?

79. Що таке енергія спокою тіла (частинки)?

80. Який вигляд має зв'язок між повною енергією тіла (частинки), енергією спокою та імпульсом?

1.5 Приклади розв'язання задач

Задача 1. Матеріальна точка рухається згідно з рівнянням: $x = b_1 t + d_1 t^3$, $y = b_2 t + c_2 t^2$, $z = 0$, де $b_1 = 27$ м/с; $d_1 = -1$ м/с³; $b_2 = 32$ м/с; $c_2 = -8$ м/с².

Знайти тангенціальне, нормальне прискорення та радіус кривизни траєкторії в момент часу $t_1 = 2$ с.

Розв'язання

За умовою задачі координата $z = 0$, тобто рух відбувається в площині xOy .

Тангенціальне і нормальне прискорення можна знайти, якщо відомі модулі та напрямки векторів $\vec{a}$ та $\vec{v}$ у заданий момент часу. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{v}$ можна знайти за їх проєкціями на координатні осі. Проєкції векторів $\vec{a}$ і $\vec{v}$ можна одержати послідовним диференціюванням $x(t)$ та $y(t)$:

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}, \quad \vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n},$$

де $\vec{\tau}$ і $\vec{n}$ – одиничні вектори (орти) спрямовані по дотичній і нормалі до траєкторії відповідно.

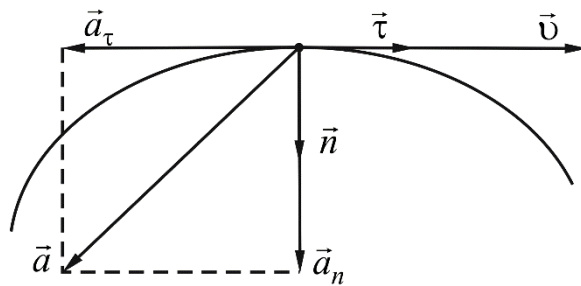


Рисунок 1.1

Проєкції швидкості:

$$v_x = b_1 + 3d_1 t^2, \quad v_y = b_2 + 2c_2 t.$$

Проєкції прискорення:

$$a_x = 6d_1 t, \quad a_y = 2c_2.$$

У момент часу $t = 2$ с:

$$v_x = 27 + 3 \cdot 4(-1) = 15 \text{ (м/с)},$$

$$v_y = 32 - 32 = 0.$$

Отже, в момент часу $t = 2$ с вектор швидкості спрямовано по горизонталі $|\vec{v}| = v_x$.

Прискорення в момент часу $t = 2$ с дорівнюють:

$$a_x = 6 \cdot (-1) \cdot 2 = -12 \text{ (м/с}^2\text{)},$$

$$a_y = 2 \cdot (-8) = -16 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Оскільки $v_y = 0$, то $a_x = a_\tau$, $a_y = a_n$.

Таким чином, $a_\tau = -12 \text{ м/с}^2$, $a_n = -16 \text{ м/с}^2$.

Радіус кривизни R знаходиться з виразу для нормального прискорення:

$$a_n = v^2/R \Rightarrow R = v^2/a_n = 14 \text{ (м)}.$$

Задача 2. Парашутист, маса якого $m = 100$ кг, виконує зтяжний стрибок. Його початкова швидкість $v_0 = 0$. Знайти закон зміни його швидкості до розкриття парашуту, якщо сила опору повітря пропорційна швидкості руху парашутиста: $\vec{F}_0 = -k\vec{v}$, де $k = 20$ кг/с.

Розв'язання

Парашутист починає рух із точки O . Вісь Ox спрямуємо вертикально вниз. На парашутиста діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила опору повітря $\vec{F}_c = -k\vec{v}$ (рис. 1.2).

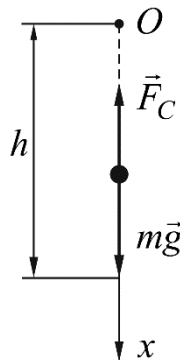


Рисунок 1.2

За другим законом Ньютона:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv.$$

Звідки після розподілу змінних:

$$-dv / \left(\frac{mg}{k} - v \right) = \frac{k}{m} dt$$

або

$$\frac{d \left(\frac{mg}{k} - v \right)}{\frac{mg}{k} - v} = -\frac{k}{m} dt.$$

Після інтегрування одержуємо:

$$\ln \left(\frac{mg}{k} - v \right) = -\frac{k}{m} t + C.$$

Сталу C знаходимо з початкових умов ($v = v_0 = 0$ при $t = 0$):

$$C = \ln\left(\frac{mg}{k}\right),$$

тоді

$$\ln\left(\frac{mg}{k} - v\right) = -\frac{k}{m}t + \ln\left(\frac{mg}{k}\right)$$

і закон зміни швидкості матиме вигляд:

$$v = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right).$$

При $t \rightarrow \infty$ швидкість наближається до свого максимального значення $v_{\max} = mg / k$.

Задача 3. Потенційна енергія частинки в центральному силовому полі задана рівнянням:

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r},$$

де $A = 6 \cdot 10^{-6}$ Дж·м², $B = 3 \cdot 10^{-4}$ Дж·м, r – відстань від центра поля до будь-якої точки поля. Знайти ті значення r , за яких потенційна енергія і сила, що діє на частинку, мають екстремальні значення; знайти ці екстремальні значення; побудувати графіки залежності $U(r)$ та $F_r(r)$, де F_r – проєкція вектора $\vec{F}$ на напрямок радіус-вектора $\vec{r}$.

Розв'язання

Частинка знаходиться у потенційному полі. Потенційна енергія частинки в цьому полі – задана функція однієї координати r . Проєкція сили на напрямок радіус-вектора $\vec{r}$:

$$F_r = -\frac{dU}{dr}.$$

Для заданої функції

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r},$$

$$F_r = 2\frac{A}{r^3} - \frac{B}{r^2}.$$

Оскільки A та B – додатні величини, то перший член відповідає силі відштовхування; другий – силі притягання.

Щоб знайти екстремальні значення потенційної енергії, необхідно знайти такі значення r , за яких перша похідна $dU/dr = 0$, тобто:

$$\frac{dU}{dr} = -2\frac{A}{r^3} + \frac{B}{r^2},$$

$$-2\frac{A}{r^3} + \frac{B}{r^2} = \frac{1}{r^3}(-2A + Br) = 0.$$

Звідки

$$dU/dr = 0,$$

при $r = r_1 = 2A/B = 4 \cdot 10^{-2}$ м, $U_1 = U(r_1) = -3,8 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Очевидно, що $dU/dr > 0$ при r не набагато більшим за r_1 .

Отже, знайдене екстремальне значення $U = U_{\min}$ і при $r = r_1$ дана частинка знаходиться в положенні рівноваги.

При $U(r) = 0$ (крім $r \rightarrow \infty$):

$$\frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} = 0; \quad \frac{1}{r^2}(A - Br) = 0,$$

при $r = r_0 = \frac{A}{B} = 2 \cdot 10^{-2}$ м; $U(r_0) = 0$.

Графік $U(r)$ наведений на рис. 1.3, а.

Аналогічно для $F_r(r)$ знайдемо такі r , за яких $\frac{dF_r}{dr} = 0$;

$$\frac{dF_r}{dr} = -\frac{6A}{r^4} + \frac{2B}{r^3} = \frac{2}{r^4}(-3A + Br),$$

$$\frac{2}{r^4}(-3A + Br) = 0,$$

звідки $\frac{dF_r}{dr} = 0$ при $r = r' = \frac{3A}{B} = 6 \cdot 10^{-2}$ м.

При цьому $F_r(r') = -0,028$ Н. Знак «-» показує, що при $r = r'$ на частинку діють сили притягання.

Значення r , за яких $F_r = 0$, вже відомі; $F_r = 0$ при $r \rightarrow \infty$ і при $r = r_1$.

Графік $F_r(r)$ наведено на рис. 1.3, б.

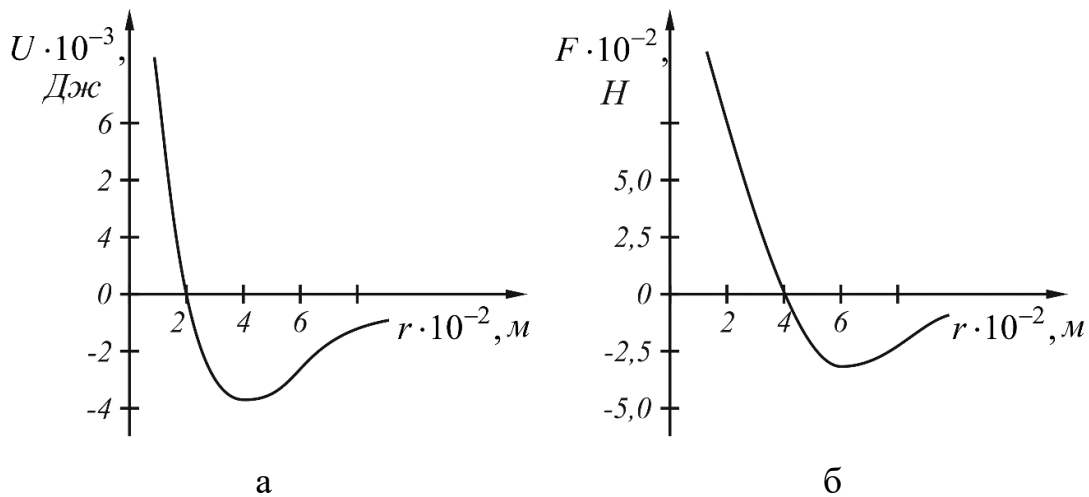


Рисунок 1.3

Задача 4. В однорідному диску, маса якого $m = 1$ кг, радіус $r = 30$ см, зроблено круглий отвір діаметром $d = 20$ см, центр якого знаходиться на відстані $l = 15$ см від осі диска. Знайти момент інерції J тіла відносно осі, яка проходить перпендикулярно площині диска через його центр.

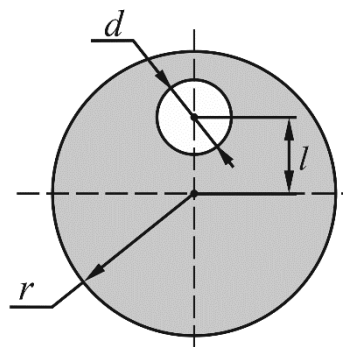


Рисунок 1.4

Розв'язання

Момент інерції тіла:

$$J = J_0 - J_{отв}, \quad (1)$$

де J_0 – момент інерції диска, якби він був заповнений речовиною;

$J_{отв}$ – момент інерції отвору.

Момент інерції отвору відносно осі диска знайдемо згідно з теоремою Штейнера:

$$J_{отв} = J' + m_{отв} \cdot l^2,$$

де $J' = m_1 r_1^2 / 2$ – момент інерції вирізаного диска радіусом $r_1 = d/2$ відносно осі, що проходить через його центр мас;

m_1, r_1 – маса і радіус цього диска.

Маси вирізаного диска та заданого відносяться як їх площини:

$$\frac{m}{m_1} = \frac{S}{S_1}; \quad \frac{m}{m_1} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 4}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow m_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4\pi \cdot r^2} m,$$

тобто

$$m_{omb} = m_1 = \frac{d^2}{4r^2} m.$$

Момент інерції одержаного тіла дорівнюватиме:

$$J = \frac{mr^2}{2} - \left(\frac{d^2 m \cdot d^2}{4r^2 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{d^2 m}{4r^2} l^2 \right) = \frac{mr^2}{2} - \frac{d^2 m}{32r^2} (d^2 + 8l^2) = 4,19 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Задача 5. Маховик, маса якого $m = 5$ кг рівномірно розподілена по ободу радіуса $r = 20$ см, вільно обертається з частотою $n = 720 \text{ хв}^{-1}$ навколо горизонтальної осі, яка проходить через його центр інерції.

Через $\Delta t = 20$ с маховик зупиняється. Знайти гальмуючий момент та число обертів, які маховик зробив до повної зупинки.

Розв'язання

За основним законом динаміки обертального руху:

$$J \Delta \vec{\omega} = \vec{M} \Delta t, \quad (1)$$

де $\Delta \vec{\omega} = \vec{\omega} - \vec{\omega}_0$ – зміна кутової швидкості за інтервал Δt , $\vec{M}$ – гальмуючий момент.

Векторному рівнянню (1) відповідає скалярне рівняння:

$$J \Delta \omega = M \Delta t, \quad (2)$$

де $\Delta \omega$ та M – модулі відповідних векторів.

Згідно з умовою задачі, впливає, що:

$$\Delta \omega = |\omega - \omega_0| = \omega_0 = 2\pi \cdot \nu; \quad J = mr^2. \quad (3)$$

Після підстановки виразу (3) в (2) одержуємо:

$$mr^2 \cdot 2\pi \cdot \nu = M \Delta t.$$

Звідки

$$M = \frac{2\pi \cdot \nu \cdot mr^2}{\Delta t} = 0,75 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Вектори $\vec{M}$ і $\Delta \vec{\omega}$ напрямлені в сторону, протилежну вектору $\vec{\omega}_0$.

Кутове переміщення, яке маховик пройшов до зупинки:

$$\Delta \varphi = \beta \Delta t^2 / 2 = \omega_0 \Delta t / 2. \quad (4)$$

Оскільки, $\Delta \varphi = 2\pi n$, а $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu$, то $n = \nu \Delta t / 2 = 120$ обертів.

Задача 6. На горизонтальній платформі сидить людина і тримає у витягнутих руках вантажі по 10 кг кожен.

Відстань від кожного вантажу до осі обертання платформи $l_1 = 50$ см. Платформа обертається з частотою $\nu_1 = 1$ с⁻¹. Як зміниться частота обертання платформи і яку роботу виконає людина, якщо вона зведе руки так, що відстань від кожного вантажу до осі зменшиться до $l_2 = 20$ см? Момент інерції платформи разом з людиною відносно осі обертання складає $J_0 = 2,5$ кг·м². Вісь обертання проходить через центр мас людини і платформи.

Розв'язання

Система, що складається із платформи, людини та вантажів, замкнена. Оскільки всі тіла системи здійснюють обертальний рух навколо однієї й тієї самої осі обертання, то слід розглядати тільки закон збереження моменту імпульсу цієї системи:

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2, \quad \text{або} \quad J_1 \vec{\omega}_1 = J_2 \vec{\omega}_2, \quad (1)$$

де $J_1 \vec{\omega}_1$ та $J_2 \vec{\omega}_2$ – моменти імпульсу системи до і після зближення вантажів відповідно. Рівняння (1) у скалярному виді має вигляд:

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2. \quad (2)$$

До зближення вантажів момент інерції всієї системи:

$$J_1 = J_0 + 2ml_1^2,$$

після зближення:

$$J_2 = J_0 + 2ml_2^2,$$

де m – маса кожного вантажу.

Оскільки $\omega = 2\pi \cdot \nu$, то $(J_0 + 2ml_1^2)\nu_1 = (J_0 + 2ml_2^2)\nu_2$.

Звідки

$$\nu_2 = \frac{\nu_1 (J_0 + 2ml_1^2)}{(J_0 + 2ml_2^2)} = 2,3 \text{ с}^{-1}.$$

Робота, яку виконала людина:

$$A = \frac{J_2 \omega_2^2}{2} - \frac{J_1 \omega_1^2}{2}.$$

Зауважуючи, що $\omega_2 = \frac{J_1 \omega_1}{J_2}$, маємо:

$$A = \frac{J_1 \omega_1^2}{2J_2} (J_1 - J_2),$$

$$A = \frac{J_0 + 2ml_1^2}{J_0 + 2ml_2^2} \cdot 2\pi^2 v_1^2 \cdot 2m(l_1^2 - l_2^2) = 190 \text{ Дж.}$$

Задача 7. Спостерігач, що знаходиться в системі відліку K , вимірює довжину стрижня, який у системі K' знаходиться у стані спокою. Швидкість системи K' відносно системи K складає $0,7c$. Яку довжину стрижня одержить спостерігач, якщо в системі K' довжина стрижня становила $l_0 = 1 \text{ м}$?

Розв'язання

Спостерігач у системі K має за одним і тим самим годинником виміряти моменти t_1 та t_2 проходження обох кінців стрижня, тоді:

$$l = v_0 \Delta t, \quad (1)$$

де $\Delta t = t_2 - t_1$; $v_0 = 0,7c$.

Якщо у системі K годинник знаходиться в точці з координатою x , то в системі K' у момент часу t_1 їй відповідає координата x'_2 , у момент часу $t_2 - x'_1$, причому $x'_2 - x'_1 = l_0$.

З перетворювань Лоренца:

$$x'_2 = (x - v_0 t_1) / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}, \quad x'_1 = (x - v_0 t_2) / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2},$$

де x – координата точки, в якій знаходиться годинник спостерігача у системі K .

$$x'_2 - x'_1 = v_0 \Delta t / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}.$$

$$\text{Тоді} \quad l = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - v_0^2 / c^2} = l_0 \sqrt{1 - v_0^2 / c^2} = 0,71 \text{ м.}$$

Задача 8. Знайти швидкість мезона, якщо його повна енергія у 10 разів більша за енергію спокою.

Розв'язання

Повна енергія мезона складається з кінетичної енергії мезона T та власної енергії мезона E_0 (енергія спокою).

При цьому:

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (1)$$

та

$$E_0 = m_0 c^2.$$

Тоді повна енергія W :

$$W = T + E_0 = m_0 c^2 / \sqrt{1-\beta^2}.$$

Згідно з умовою задачі:

$$W/E_0 = 10, \text{ тобто } 1/\sqrt{1-\beta^2} = 10.$$

Звідси $\beta = v/c = 0,995$, а $v = 2,985 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 9. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання вздовж осі Ox . Через $t_1 = 0,1$ с від початку руху, зміщення точки від положення рівноваги $x_1 = 5$ см, швидкість $v_{1x} = 62$ см/с, прискорення $a_{1x} = -540$ см/с². Знайти:

- 1) амплітуду, циклічну частоту та початкову фазу коливань;
- 2) зміщення, швидкість та прискорення в момент часу $t = 0$.

Розв'язання

Закон руху матеріальної точки має вид:

$$x = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Закон зміни швидкості та прискорення:

$$\dot{x} = v_x = A_0 \omega \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

$$\ddot{x} = a_x = -A_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (3)$$

Підставимо в рівняння (1)–(3) значення t_1 , x_1 , v_{1x} та a_{1x} , дістанемо:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_0 \sin(\omega t_1 + \varphi_0), v_{1x} = A_0 \omega \cos(\omega t_1 + \varphi_0), \\ a_{1x} &= -A_0 \omega^2 \sin(\omega t_1 + \varphi_0). \end{aligned} \quad (4)$$

З рівнянь (4) видно, що $a_{1x} = -x_1 \omega^2$,

звідки $\omega = \sqrt{-a_{1x}/x_1} = 10,4$ с⁻¹.

Амплітуда коливань:

$$A_0 = \sqrt{x_1^2 + v_{1x}^2 / \omega^2} = 7,8 \text{ см.}$$

Щоб знайти початкову фазу, значення A_0 та ω підставимо, наприклад, у перше з рівнянь (1).

Оскільки $T = 2\pi/\omega = 0,6$ с, тоді

$$\omega t_1 = \frac{2\pi \cdot t_1}{T} = \frac{2\pi}{6}, \text{ та } x_1 = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{6} + \varphi_0\right),$$

$$\frac{2\pi}{6} + \varphi_0 = \arcsin\left(\frac{x_1}{A_0}\right) = \arcsin 0,64,$$

звідки

$$\frac{2\pi}{6} + \varphi_0 = 40^\circ = \frac{2\pi}{9}; \quad \varphi_0 = -\frac{\pi}{9}.$$

Щоб знайти координату, швидкість та прискорення в момент часу $t = 0$, треба в рівняння (1)–(3) підставити значення $t = 0$.

$$x(0) = -2,7 \text{ см}; \quad v_x(0) = 76 \text{ см/с}; \quad a_x(0) = 289 \text{ см/с}^2.$$

Задача 10. Математичний маятник довжиною $l = 50$ см здійснює невеличкі коливання в середовищі з коефіцієнтом згасання $\beta = 0,9 \text{ с}^{-1}$. Знайти час τ та число повних коливань n , по закінченні яких амплітуда коливань маятника зменшиться у п'ять разів. У скільки разів має збільшитися коефіцієнт тертя, щоб коливання були неможливі?

Розв'язання

Малі коливання маятника здійснюються за гармонічним законом, причому власна циклічна частота коливань ω_0 дорівнює:

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}. \quad (1)$$

Внаслідок тертя коливання маятника будуть згасаючі:

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\beta t} \sin \omega t,$$

де φ – кут відхилення нитки маятника від вертикалі в момент часу t .

Період згасаючих коливань:

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

Амплітуда згасаючих коливань:

$$A = \varphi_0 e^{-\beta t}.$$

Для моментів часу t та $t + \tau$:

$$A_1 = \varphi_0 e^{-\beta t}, \quad A_2 = \varphi_0 e^{-\beta(t+\tau)}.$$

Відношення амплітуд: $A_1/A_2 = e^{\beta\tau} = 5$.

Логарифмуючи цей вираз, дістанемо:

$$\tau = \ln(5/\beta) = 1,79 \text{ с}.$$

Кількість повних коливань, які пройшли за час τ , дорівнює $n = \tau/T$.

Дістанемо із (1) ω_0 , підставимо в (2), одержимо $T = 1,45$ с.

Якщо порівняти T та τ , то видно, що $1 < n < 2$, тобто після двох повних коливань амплітуда зменшиться вже більше, ніж у 5 разів, що відповідає зменшенню енергії більше, ніж у 25 разів.

Значення коефіцієнта згасання β , при якому ще можливі коливання:

$$\beta_{\max} = \omega_0,$$

Причому
$$\beta = r/2m,$$

де m – маса маятника, r – коефіцієнт опору.

Таким чином, збільшення коефіцієнта опору Z дорівнює:

$$Z = r_{\max}/r = \beta_{\max}/\beta.$$

Оскільки $\beta_{\max} = \omega_0$, то $Z = \omega_0/\beta = 4,9$.

1.6 Задачі для самостійного розв'язання

1.1 Визначити модуль швидкості матеріальної точки в момент часу $t = 2$ с, якщо точка рухається за законом $\vec{r} = At^2\vec{i} + B\sin(\pi t)\vec{j}$, де $A = 5 \text{ м/с}^2$, $B = 6 \text{ м}$.

Відповідь: $v \approx 27,5 \text{ м/с}$.

1.2 Матеріальна точка рухається за законом $\vec{r} = \alpha \sin(5t)\vec{i} + \beta \cos^2(5t)\vec{j}$, де $\alpha = 2 \text{ м}$, $\beta = 3 \text{ м}$. Визначити рівняння, що описує траєкторію руху матеріальної точки.

Відповідь: $y = 3 - \frac{3}{4}x^2$.

1.3 У момент часу $t = 0$ частинка вийшла із початку координат у позитивному напрямку осі x . Швидкість частинки з часом змінюється за законом $\vec{v} = \vec{v}_0(1 - t/\tau)$, де $\vec{v}_0$ – вектор початкової швидкості, модуль якого $v_0 = 1 \text{ м/с}$, $\tau = 50 \text{ с}$. Знайти координату частинки в моменти часу 5, 10 і 20 с.

Відповідь: 4,75 м, 9 м, 16 м.

1.4 Прискорення матеріальної точки змінюється за законом $\vec{a} = \alpha t^2\vec{i} - \beta\vec{j}$, де $\alpha = 0,3 \text{ м/с}^4$, $\beta = 0,3 \text{ м/с}^2$. Знайти, на якій відстані від початку координат вона знаходитиметься в момент часу $t = 1 \text{ с}$, якщо $\vec{v}_0 = 1$, $\vec{r} = 0$ при $t = 0$.

Відповідь: $r = 1,5 \text{ м}$.

1.5 Потяг рухається рівномірно із швидкістю $v_0 = 50 \text{ м/с}$. Раптово на шляху встає перешкода і машиніст вмикає гальма. З цього моменту швидкість потягу змінюється за законом $v = v_0 - \alpha t^2$, де $\alpha = 0,1 \text{ м/с}^3$. Знайти гальмівний шлях потягу. Через який проміжок часу потяг зупиниться?

Відповідь: $S \approx 175 \text{ м}$, $t \approx 7 \text{ с}$.

1.6 Матеріальна точка рухається по колу радіусом $R = 0,02 \text{ м}$. Залежність шляху від часу задано рівнянням: $x = Ct^3$, де $C = 10^{-3} \text{ м/с}^3$. Знайти нормальне і тангенціальне прискорення точки в момент часу, коли лінійна швидкість точки дорівнює $v = 0,3 \text{ м/с}$.

Відповідь: $a_n = 4,5 \text{ м/с}^2$, $a_\tau = 0,06 \text{ м/с}^2$.

1.7 Залежність від часу шляху, який пройшло тіло, що прямолінійно рухалося, визначається рівнянням: $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 0,14 \text{ м/с}^2$, $D = 0,01 \text{ м/с}^3$. В який момент часу τ прискорення тіла a дорівнюватиме 1 м/с^2 ? Знайти середнє прискорення тіла за проміжок часу від t до $t = \tau$.

Відповідь: $\tau = 12 \text{ с}$; $\langle a \rangle = 0,64 \text{ м/с}^2$

1.8 По дузі кола радіуса $R = 10 \text{ м}$ рухається точка. В деякий момент часу нормальне прискорення точки $a_n = 4,9 \text{ м/с}^2$, вектори повного і нормального прискорення у цей час утворюють кут $\alpha = 60^\circ$. Знайти лінійну швидкість v і тангенціальне прискорення a_τ точки.

Відповідь: $v = 7 \text{ м/с}$; $a_\tau = 8,5 \text{ м/с}^2$.

1.9 Рух точки по кривій задано рівняннями: $x = A_1 t^3$ та $y = A_2 t$, де $A_1 = 1 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м/с}$. Знайти рівняння траєкторії точки, її швидкість v і повне прискорення a в момент часу $t = 0,8 \text{ с}$.

Відповідь: $y^3 - 8x = 0$; $v = 2,77 \text{ м/с}$, $a = 4,8 \text{ м/с}^2$

1.10 Рух точки, що обертається по колу радіусом $R = 4 \text{ см}$, задано рівнянням: $x = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10 \text{ м}$; $B = -0,2 \text{ м/с}$; $C = 1 \text{ м/с}^2$. Знайти тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу $t = 2 \text{ с}$.

Відповідь: $a_\tau = 2 \text{ м/с}^2$; $a_n = 1 \text{ м/с}^2$; $a = 2,24 \text{ м/с}^2$.

1.11 Колесо обертається навколо нерухомої осі так, що кут φ його обертання змінюється з часом згідно з рівнянням: $\varphi = Bt^2$, де $B = 0,20 \text{ рад/с}^2$.

Знайти повне прискорення точки A на ободі колеса в момент часу $t = 2,5$ с, якщо лінійна швидкість точки A в цей момент $v = 0,65$ м/с.

Відповідь: $a = 0,7$ м/с².

1.12 Тверде тіло обертається навколо нерухомої осі згідно з рівнянням: $\varphi = At - Bt^3$, де $A = 3$ рад/с, $B = 1$ рад/с³. Знайти:

а) середнє значення кутової швидкості та кутового прискорення за проміжок часу від $t = 0$ до зупинки;

б) кутове прискорення в момент зупинки тіла.

Відповідь: а) $\langle \omega \rangle = 2$ рад/с, $\langle \beta \rangle = 3$ рад/с², б) $\beta = -6$ рад/с².

1.13 Тверде тіло починає обертатися навколо нерухомої осі з кутовим прискоренням $\beta = At$, де $A = 4,0 \cdot 10^{-2}$ рад/с³. Через який час після початку обертання кут між векторами повного прискорення будь-якої точки тіла та його швидкістю складатиме 60° ?

Відповідь: $t = 5,56$ с.

1.14 Тверде тіло обертається навколо нерухомої осі так, що його кутова швидкість залежить від кута повороту φ згідно з рівнянням: $\omega = \omega_0 - A\varphi$, де ω та A – додатні сталі. В момент часу $t = 0$ кут $\varphi = 0$. Знайти залежність від часу:

а) кута повороту; б) кутової швидкості.

Відповідь: а) $\varphi = (1 - e^{-At}) \cdot \omega_0 / A$; б) $\omega = \omega_0 e^{-At}$.

1.15 Тверде тіло рівномірно обертається з кутовою швидкістю $\omega_0 = 0,5$ рад/с навколо горизонтальної осі OO' . В момент часу $t = 0$ вісь OO' почала обертатися навколо вертикалі з постійним кутовим прискоренням $\beta_0 = 0,2$ рад/с². Знайти кутову швидкість і кутове прискорення тіла через $t = 7$ с.

Відповідь: $\omega = 1,48$ рад/с, $\beta = 0,73$ рад/с².

1.16 Тверде тіло починає обертатися навколо нерухомої осі з кутовим прискоренням $\vec{\beta} = \vec{\beta}_0 \cos \varphi$, де $\vec{\beta}_0$ – сталий вектор, φ – кут повороту від початку обертання. Знайти кутову швидкість тіла як функцію кута φ . Побудувати графік цієї залежності.

Відповідь: $\omega_z = \pm \sqrt{2\beta_0 \sin \varphi}$.

1.17 Тверде тіло обертається з кутовою швидкістю згідно з рівнянням: $\vec{\omega} = At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$, де $A = 5$ рад/с², $B = 0,6$ рад/с³, $\vec{i}, \vec{j}$ – орти осей x та y . Знайти модулі кутової швидкості та кутового прискорення в момент часу $t = 10$ с;

Відповідь: $\omega = 78$ рад/с, $\beta = 13$ рад/с².

1.18 Куля, радіус якої $R = 10$ см, котиться без ковзання по горизонтальній площині так, що її центр (точка C) рухається з постійним прискоренням $a = 2,5$ см/с². Через $t = 2$ с після початку руху її положення відповідає рис. 1.5. Знайти:

- а) швидкість точок A та B ;
- б) прискорення цих точок A та O .

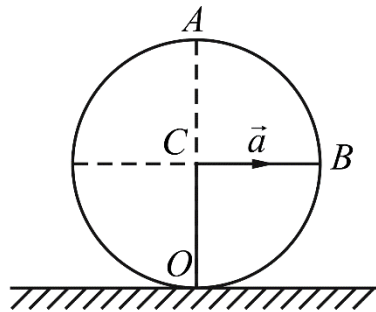


Рисунок 1.5

Відповідь:

- а) $v_A = 8$ см/с, $v_B = 5,65$ м/с, $v_O = 0$.
- б) $a_A = 4,3$ см/с², $a_B = 2,19$ см/с², $a_C = 1,6$ см/с².

1.19 Циліндр котиться без ковзання горизонтальною площиною. Радіус циліндра дорівнює $R = 1$ м. Знайти радіуси кривизни траєкторій точок A і B (рис. 1.5).

Відповідь: $R_A = 4$ м, $R_B = 2,82$ м.

1.20 Циліндр котиться без ковзання із швидкістю $v = 2$ м/с (рис. 1.6). Знайти швидкості точок A , B та C , виразити їх через орти координатних осей.

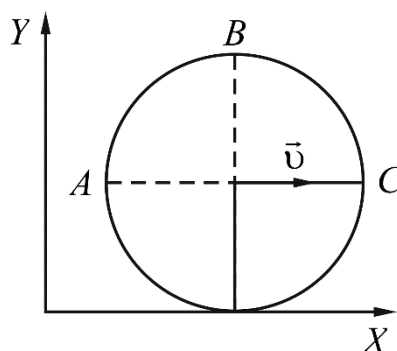


Рисунок 1.6

Відповідь:

- $v_A = 2$ м/с, $v_B = 4$ м/с, $v_C = 2$ м/с.
- $\vec{v}_A = v(\vec{i} + \vec{j})$, $\vec{v}_B = 2v\vec{i}$, $\vec{v}_C = v(\vec{i} - \vec{j})$.

1.21. Швидкість стаціонарного руху тіла, що знаходилося на великій відстані від Землі, дорівнює $v_{уст} = 80 \text{ м/с}$. Знайти час τ , протягом якого швидкість становитиме $0,5v_{уст}$. Силу опору повітря вважати пропорційною швидкості тіла.

Відповідь: $\tau = 5,66 \text{ с}$.

1.22 Двигун гальмувальної системи розвиває силу тяги, пропорційну часу: $F = -kt$, де $k = 500 \text{ Н/с}$. Нехтуючи тертям, знайти, через який час від моменту вмикання двигуна тіло масою $m = 10^4 \text{ кг}$, на якому встановлено цього двигуна, зупиниться. В момент вмикання двигуна швидкість тіла дорівнювала $v_0 = 10^3 \text{ м/с}$. Маса двигуна значно менша за масу тіла.

Відповідь: $t = 200 \text{ с}$.

1.23 Парашутист масою $m = 70 \text{ кг}$ виконує зтяжний стрибок. Вважаючи силу опору повітря пропорційною швидкості, визначити, через який проміжок часу Δt швидкість парашутиста становитиме $0,8$ від максимальної швидкості його руху. Коефіцієнт опору $k = 20 \text{ кг/с}$. Початкова швидкість $v_0 = 0$.

Відповідь: $\Delta t = 5,63 \text{ с}$.

1.24 Швидкість кулі масою $m = 10 \text{ г}$ змінилася від $v_0 = 600 \text{ м/с}$ до $v = 150 \text{ м/с}$. Вважаючи, що сила опору повітря пропорційна квадрату швидкості, коефіцієнт опору $k = 10 \text{ кг/с}$, знайти проміжок часу τ , за який швидкість зменшилася. Дією сили тяжіння знехтувати.

Відповідь: $\tau = 5 \cdot 10^{-6} \text{ с}$.

1.25 Човен масою $m = 2 \text{ т}$ починає свій рух під дією постійної сили тяги $F_T = 1,03 \text{ кН}$. Вважаючи силу опору повітря пропорційною швидкості ($F_0 \approx kv$, де $k = 100 \text{ кг/с}$), знайти швидкість човна у спокійній воді через $\tau = 10 \text{ с}$ після початку руху.

Відповідь: $v = 4 \text{ м/с}$.

1.26 Снаряд масою $m = 10 \text{ кг}$ випущено з зенітної гармати вертикально вгору зі швидкістю $v_0 = 800 \text{ м/с}$. Вважаючи силу опору повітря пропорційною швидкості, визначити час підйому снаряда t до вищої точки. Коефіцієнт опору $k = 0,25 \text{ кг/с}$.

Відповідь: $v = 44,5 \text{ с}$.

1.27 З гелікоптера, що завис на деякій відстані від земної поверхні, скинуто вантаж масою $m = 400$ кг. Вважаючи силу опору повітря пропорційною швидкості, знайти той проміжок часу, через який прискорення вантажу становитиме 0,5 від прискорення вільного падіння. Коефіцієнт опору $k = 20$ кг/с.

Відповідь: $\Delta t = 13,86$ с.

1.28 Парашутист масою $m = 100$ кг знаходиться під дією сили опору повітря, яка змінюється згідно з рівнянням, $F_0 = -k\nu$, де $k = 20$ кг/с. Вважаючи, що парашут було розкрито в момент часу $t = 0$, $\nu = 0$, знайти залежність швидкості та шляху від часу.

Відповідь: $\nu = 50(1 - e^{-0,2t})$; $s = 50(t + 5/e^{0,2t})$.

1.29 Куля пробиває дерево товщиною $h = 40$ см, швидкість кулі при цьому зменшується від $\nu_0 = 400$ м/с до $\nu = 200$ м/с. Знайти час руху кулі в дереві, прийнявши силу опору руху кулі пропорційною квадрату швидкості.

Відповідь: $t = 1.875 \cdot 10^{-4}$ с.

1.30 Моторний човен масою $m = 2$ т рухається по озеру зі швидкістю $\nu = 20$ м/с. У момент часу $t = 0$ його двигун, потужність якого $N = 40$ кВт, вимкнули. Прийнявши силу опору води руху човна пропорційною квадрату швидкості, знайти час, за який човен після вимкнення двигуна матиме швидкість вдвічі меншу?

Відповідь: $t = 20$ с.

1.31 Потенційна енергія частинки має вигляд: $U = B/r$, де $r = 10^{-2}$ м – відстань від центру поля до цієї частинки, $B = 2 \cdot 10^{-4}$ Дж·м. Знайти силу F , що діє на цю частинку, та роботу, яка здійснюється над частинкою під час її переміщення з точки $(1, 2, 3)$ в точку $(2, 3, 4)$.

Відповідь: $F = 2$ Н; $A = 16,4$ мкДж $= 1,64 \cdot 10^{-5}$ Дж.

1.32 Потенційна енергія частинки має вигляд: $U = Br^2/2$, де $r = 10^{-2}$ м – відстань від центру поля до цієї частинки, $B = 2 \cdot 10^{-4}$ Дж/м² ($B > 0$). Знайти силу F , яка діє на частинку, та роботу A , яка здійснюється над частинкою під час її переміщення з точки $M(1, 2, 3)$ в точку $N(2, 3, 4)$.

Відповідь: $|\vec{F}| = 2 \cdot 10^{-6}$ Н; $A = -1,5$ мДж $= -1,5 \cdot 10^{-3}$ Дж

1.33 Потенційна енергія частинки має вигляд: $U = \frac{B}{r^3} - \frac{C}{r^2}$, де B і C – додатні константи, $B = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^3$; $C = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}^2$. Побудувати графік залежності U від r .

1.34 Потенційна енергія частинки, яка рухається у силовому потенційному полі, має вигляд $U = \frac{B}{r^2} - \frac{C}{r}$, де $B = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^2$, $C = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}$, r – відстань від центру поля до цієї частинки. Чи має ця частинка положення рівноваги відносно зміщення в радіальному напрямку? Якщо так, то чому при цьому дорівнює r ?

Відповідь: так, при $r = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

1.35 Електрон рухається по колу в полі центральної сили, яка обернено пропорційна квадрату відстані від ядра. В якому співвідношенні знаходяться у цьому випадку кінетична W_k , потенційна U та повна E енергії електрона?

Відповідь: $U = -2W_k$; $E = -W_k$; $E = U/2$.

1.36 Потенційна енергія частинки має вид: $U = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$, де $A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^2$, $B = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}$, r – відстань від центра поля до цієї частинки. Знайти, при якому r_0 частинка буде у рівновазі.

Відповідь: $r_0 = 10^{-2} \text{ м}$.

1.37 Потенційна енергія частинки має вид: $U = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$, де $A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^2$, $B = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}$. Знайти максимальне значення сили притягання, побудувати графіки залежностей $U(r)$ та $F_r(r)$ – проєкції сили на радіус-вектор.

Відповідь: $F_{\max} = \frac{16}{27} \text{ Н} = 0,593 \text{ Н}$.

1.38 Електрон в атомі водню рухається еліптичною орбітою. Сила притягання електрона до ядра дорівнює $F = B/r^2$, де $B = 2,3 \cdot 10^{-28} \text{ Н} \cdot \text{м}^2$, де r – відстань від ядра до електрона. Ядро знаходиться в одному з фокусів еліпса, більша піввісь еліпса $a = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ (рис. 1.7). Знайти повну енергію електрона в атомі водню.

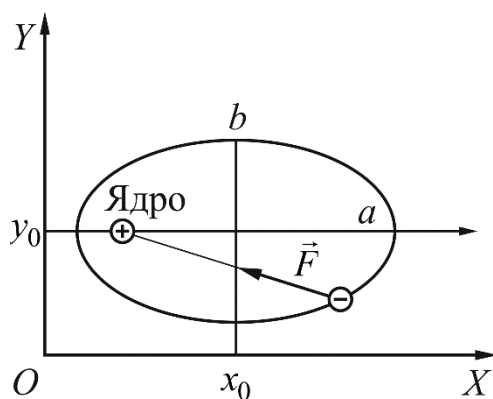


Рисунок 1.7

Відповідь: $E = -5,5 \cdot 10^{-17}$ Дж.

1.39 Парашутист масою $m = 100$ кг знаходиться під дією сили опору повітря, яка змінюється згідно з рівнянням, де $F_0 = -kv$, де $k = 20$ кг/с. Вважаючи, що парашут було розкрито в момент часу $t = 0$, $v = 0$, визначити роботу сили опору повітря, що діє на парашутиста за перші 3 секунди його руху.

Відповідь: $A \approx 10^4$ Дж.

1.40 Двигун гальмівної системи розвиває силу тяги, пропорційну часу: $F_0 = -kt$ де $k = 500$ Н/с. Знайти роботу гальмівного двигуна за першу секунду його роботи, якщо маса тіла, на якому встановлено цього двигуна, $m = 10^4$ кг. У момент вмикання двигуна швидкість тіла дорівнювала $v_0 = 10^3$ м/с. Маса двигуна значно менша за масу тіла.

Відповідь: $2,5 \cdot 10^5$ Дж.

1.41 Знайти момент інерції J тонкого однорідного стрижня довжиною $l = 40$ см і масою $m = 200$ г відносно осі, що перпендикулярна стрижню і проходить через точку, яка знаходиться на відстані $l_1 = \frac{1}{4}l$ від кінця стрижня.

Відповідь: $J = 4,6 \cdot 10^{-2}$ кг·м².

1.42 Знайти момент інерції J тонкого однорідного стрижня довжиною $l = 40$ см і масою $m = 100$ г відносно осі, що перпендикулярна стрижню і проходить на відстані $a = 20$ см від одного із його кінців.

Відповідь: $J = 1,33 \cdot 10^{-3}$ кг·м².

1.43 Знайти момент інерції J кільця масою $m = 50\text{ г}$ і радіусом $R = 20\text{ см}$ відносно осі, дотичної до кільця.

Відповідь: $J = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.44 Знайти момент інерції J однорідної кулі радіусом $R = 5\text{ см}$ і масою $m = 1\text{ кг}$ відносно осі, що проходить через її центр.

Відповідь: $J = 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.45 Знайти момент інерції однорідної прямокутної пластинки масою $m = 0,2\text{ кг}$, довжиною $a = 30\text{ см}$, шириною $b = 40\text{ см}$ відносно осі, що перпендикулярна до неї і проходить через її центр.

Відповідь: $J = 4,167 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.46 Знайти момент інерції однорідної прямокутної пластинки масою $m = 0,2\text{ кг}$, довжиною $a = 30\text{ см}$, шириною $b = 40\text{ см}$ відносно осі, що перпендикулярна до неї та проходить через одну з вершин пластинки.

Відповідь: $J = 1,66 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.47 Знайти момент інерції J суцільного однорідного прямого циліндра масою $m = 2\text{ кг}$, радіуса $R = 5\text{ см}$ відносно осі циліндра.

Відповідь: $J = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.48 Знайти момент інерції диска діаметром $d = 40\text{ см}$, масою $m = 400\text{ г}$ відносно осі, що проходить через середину одного з радіусів перпендикулярно до площини диска.

Відповідь: $J = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.49 Знайти момент інерції J плоскої однорідної прямокутної пластинки масою $m = 400\text{ г}$ відносно осі, яка співпадає з однією із сторін, довжина другої сторони $a = 20\text{ см}$.

Відповідь: $J = 5,33 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.50 В однорідному диску масою $m = 0,5\text{ кг}$ і радіусом $R = 40\text{ см}$ зроблено круглий отвір вдвічі меншим радіусом (рис. 1.8). Знайти момент інерції J отриманого тіла відносно осі, що проходить через центр мас диска перпендикулярно до нього.

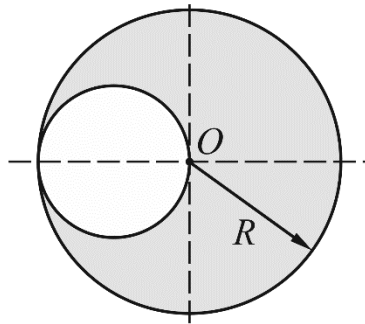


Рисунок 1.8

Відповідь: $J = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

1.51 Тонкий однорідний стрижень масою $m = 300 \text{ г}$ та довжиною $l = 40 \text{ см}$ обертається з кутовим прискоренням $\beta = 4 \text{ рад/с}^2$ навколо осі, що проходить перпендикулярно до стрижня через його середину. Знайти обертальний момент.

Відповідь: $M = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

1.52 Знайти масу маховика у вигляді диска діаметром $D = 40 \text{ см}$, якщо під дією сили $F = 400 \text{ Н}$, напрямлений по дотичній, він обертається з кутовим прискоренням $\beta = 40 \text{ рад/с}^2$. Силою тертя знехтувати.

Відповідь: $m = 100 \text{ кг}$.

1.53 Дві гирі різної маси з'єднані ниткою, яка перекинута через блок, момент інерції якого $J = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ і радіус $R = 20 \text{ см}$. Різниця сил натягу $T_1 - T_2$ по різні сторони блока 1000 Н . Знайти момент сил тертя блока під час його обертання, якщо відомо, що блок обертається з постійним кутовим прискоренням $\beta = 2 \text{ рад/с}^2$. Блок має форму диска.

Відповідь: $M_{\text{тер}} = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

1.54 До кулі радіусом $R = 50 \text{ см}$ та масою $m = 2 \text{ кг}$ по дотичній до поверхні прикладено силу $F = 6 \text{ Н}$. Визначити її кутове прискорення.

Відповідь: $\beta = 15 \text{ рад/с}^2$.

1.55 Знайти момент сили, який необхідно прикласти до блока, який обертається з частотою $\nu = 12 \text{ об/с}$, щоб він зупинився через $\Delta t = 8 \text{ с}$. Діаметр блока $D = 0,3 \text{ м}$. Масу блока $m = 6 \text{ кг}$ вважати рівномірно розподіленою по ободу.

Відповідь: $M = 1,27 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

1.56 Стрижень довжиною $l = 75\text{ см}$ обертається навколо осі, що проходить через його центр перпендикулярно стрижню, під дією сили $F = 5\text{ Н}$, яка прикладена до його кінця. Визначити масу стрижня, якщо його кутове прискорення $\beta = 3\text{ рад/с}^2$.

Відповідь: $m = 2\text{ кг}$.

1.57 Маховик, момент інерції якого $J = 300\text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з частотою $\nu = 20\text{ об/с}$. Через хвилину після того, як на нього вже не діє обертальний момент, він зупиняється. Знайти:

1) момент сил тертя;

2) кількість обертів, які зробило колесо до повної його зупинки після закінчення дії сил.

Відповідь: 1) $M = 628\text{ Н}\cdot\text{м}$, 2) $N = 600$ обертів.

1.58 Куля, радіус якої $R = 15\text{ см}$, маса $m = 5\text{ кг}$, обертається навколо нерухомої осі, що проходить через її центр. Рівняння обертання кулі має вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, де $B = 4\text{ рад/с}^2$, $C = -1\text{ рад/с}^3$. Знайти момент сил M , що діють на кулю в момент часу $t = 2\text{ с}$ після початку обертання.

Відповідь: $M = -0,18\text{ Н}\cdot\text{м}$.

1.59 По дотичній до шків маховика у вигляді диска діаметром $D = 50\text{ см}$ і масою $m = 40\text{ кг}$ прикладена сила $F = 0,5\text{ кН}$. Визначити кутове прискорення β та частоту обертання ν через $t = 10\text{ с}$ після початку дії сили. Радіус шківів $r = 10\text{ см}$. Силою тертя знехтувати.

Відповідь: $\beta = 40\text{ рад/с}^2$; $\nu = 63,7\text{ об/с}$.

1.60 Вентилятор обертається з частотою $\nu = 600\text{ об/с}$. Після його вимикання до зупинки він зробив $n = 50$ обертів. Визначити момент інерції вентилятора, якщо момент сил тертя $M = 0,1\text{ Н}\cdot\text{м}$.

Відповідь: $J = 1,59 \cdot 10^{-2}\text{ кг}\cdot\text{м}^2$

1.61 Горизонтально розташований дерев'яний стрижень масою $M = 0,8\text{ кг}$ та довжиною $l = 1,8\text{ м}$ може обертатися навколо вертикальної осі, що проходить через його середину. В кінець стрижня влучає і застряє в ньому куля масою $m = 3\text{ г}$, що летить перпендикулярно до осі та до стрижня із швидкістю $v = 50\text{ м/с}$. Визначити кутову швидкість ω , з якою починає обертатися стрижень.

Відповідь: $\omega = 0,63\text{ рад/с}$.

1.62 Дерев'яний стрижень масою $M = 5 \text{ кг}$ та довжиною $l = 1 \text{ м}$ може обертатися у вертикальній площині відносно горизонтальної осі, що проходить через кінець стрижня. В інший його кінець влучає куля масою $m = 10 \text{ г}$, що летить із швидкістю $v_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$, спрямованою перпендикулярно стрижню та осі, і застряє в ньому. Визначити кінетичну енергію стрижня після удару.

Відповідь: $W_k = 120 \text{ Дж}$.

1.63 Диск масою $m = 20 \text{ кг}$ та радіусом $R = 1 \text{ м}$ спочатку обертася навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\omega = 0,4 \text{ рад/с}$. Під дією зовнішніх сил диск зупиняється. Чому дорівнює робота зовнішніх сил A ?

Відповідь: $A = -0,8 \text{ Дж}$.

1.64 Однорідний циліндр масою $m = 25 \text{ кг}$ і радіусом $R = 0,5 \text{ м}$ обертається навколо своєї осі. Кутова швидкість циліндра змінюється за проміжок часу $\Delta t = 5 \text{ с}$ від значення $\omega_1 = 50 \text{ рад/с}$ до $\omega_2 = 80 \text{ рад/с}$. Яку середню потужність N розвивають сили, що діють на циліндр?

Відповідь: $N = 1219 \text{ Вт}$.

1.65 Куля котиться без ковзання горизонтальною поверхнею. Повна кінетична енергія кулі $W_k = 28 \text{ Дж}$. Знайти кінетичну енергію поступального W_{noc} та обертального $W_{\text{об}}$ руху кулі.

Відповідь: $W_{\text{noc}} = 20 \text{ Дж}$, $W_{\text{об}} = 8 \text{ Дж}$.

1.66 Маховик, момент інерції якого $J = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, обертається з частотою $\nu_0 = 240 \text{ об/хв}$. Через хвилину після того, як на нього вже не діє обертальний момент, частота зменшилася вдвічі. Знайти роботу сил тертя.

Відповідь: $A = -473,3 \text{ Дж}$.

1.67 За умовою попередньої задачі знайти потужність сил тертя.

Відповідь: $N = -7,9 \text{ Вт}$.

1.68 Обруч та диск однакової маси котяться без ковзання з однаковою швидкістю. Кінетична енергія обруча $W_o = 16 \text{ Дж}$. Знайти кінетичну енергію диска.

Відповідь: $W_d = 12 \text{ Дж}$.

1.69 Куля масою $m = 500 \text{ г}$ та радіусом $R = 15 \text{ см}$ обертається з частотою $\nu_0 = 3 \text{ об/с}$. Яку потрібно виконати роботу, щоб збільшити частоту вдвічі?

Відповідь: $A = 2,4 \text{ Дж}$.

1.70 Маховик з моментом інерції $J = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, під'єднано до двигуна потужністю $N = 1,5 \text{ кВт}$. Зайти кутову швидкість через дві хвилини після вмикання двигуна.

Відповідь: $\omega = 120 \text{ рад/с}$.

1.71 Горизонтальний диск, маса якого $M = 250 \text{ кг}$ та радіус $R = 1 \text{ м}$, може обертатися навколо вертикальної осі, що проходить через його центр. На краю диска знаходиться мавпа, маса якої $m = 20 \text{ кг}$. Спочатку диск та мавпа нерухомі. Потім мавпа починає йти по краю диска із швидкістю $v = 1 \text{ м/с}$. Знайти кутову швидкість ω обертання диска.

Відповідь: $\omega = 0,16 \text{ рад/с}$.

1.72 Тонкостінний циліндр скочується без ковзання по похилій площині. У момент досягання кінця площини його швидкість $v = 4,95 \text{ м/с}$. Знайти висоту, з якої скотився циліндр.

Відповідь: $h = 2,5 \text{ м}$

1.73 Платформа, що має форму диска масою $m = 80 \text{ кг}$ та радіусом $R = 1 \text{ м}$, обертається з частотою 20 об/хв . В центрі платформи стоїть людина і тримає в розкинутих руках вантажі. Яке число обертів за хвилину робитиме платформа, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від $2,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $0,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$?

Відповідь: $\nu = 21 \text{ об/хв}$.

1.74 Диск та куля однакового радіусу та маси скочуються без ковзання похилою площиною з однакової висоти. Що раніше докотиться до кінця площини?

Відповідь: Куля докотиться раніше.

1.75 Тонкий прямий стрижень довжиною $l = 1 \text{ м}$ прикріплено до горизонтальної осі, що проходить через один з його кінців. Його відхилили від положення рівноваги на кут $\alpha = 90^\circ$. Яка буде лінійна швидкість його нижнього кінця в момент проходження ним цього положення?

Відповідь: $v = 5,42 \text{ м/с}$.

1.76 Куля масою $m = 500 \text{ г}$ та радіусом $R = 10 \text{ см}$ скочується без ковзання похилою площиною довжиною $l = 120 \text{ см}$. Через який час куля скотиться, якщо її початкова швидкість дорівнює нулю, а кут нахилу: 1) $\alpha = 30^\circ$, 2) $\beta = 60^\circ$?

Відповідь: $t_1 = 0,83 \text{ с}$, $t_2 = 0,63 \text{ с}$

1.77 На краю диска масою $M = 200$ кг стоїть людина масою $m = 75$ кг. У скільки разів зміниться частота диска, якщо людина перейде в його центр?

Відповідь: $n = 1,75$.

1.78 Диск котиться горизонтальною площиною зі швидкістю $v = 4,95$ м/с. На яку висоту він підніметься по похилій площині?

Відповідь: $h = 1,88$ м

1.79 У середині диска масою $M = 160$ кг стоїть людина. Після того як людина перейшла на край диска, частота його обертання зменшилася вдвічі. Яка маса людини?

Відповідь: $m = 80$ кг.

1.80 Олівець довжиною 20 см, поставлений вертикально, падає на стіл. Яку кутову та лінійну швидкість матиме в кінці падіння:

1) верхній його кінець; 2) середина олівця?

Відповідь: $\omega_1 = \omega_2 = 12,12$ рад/с, 1) $v_1 = 2,42$ м/с, 2) $v_2 = 1,21$ м/с.

1.81 Точка здійснює коливання вздовж осі x за законом: $x = a \cos(\omega t + \varphi_0)$ де $a = 2$ м, $\omega = 3\pi/2$ рад/с, $\varphi_0 = -\pi/4$ рад. Побудувати графіки залежності від часу за перші п'ять секунд:

1) зміщення $x(t)$; 2) швидкості $v_x(t)$; 3) прискорення $a_x(t)$.

1.82 Точка рухається вздовж осі x за законом: $x = a \sin^2(\omega t + \varphi_0)$, де $a = 4$ см, $\omega = 2\pi/3$ рад/с, $\varphi_0 = \pi/2$ рад. Знайти:

1) амплітуду та період її коливань;

2) побудувати графік $x(t)$ за перші 4 секунди.

Відповідь: $A = a/2$, $T = \pi/\omega$.

1.83 Частинка здійснює гармонічні коливання. Амплітуда коливань $A = 4$ см, період $T = 2$ с. Знайти:

1) час t_1 , за який зміщення частинки зміниться від 0 до $A/2$;

2) час t_2 , за який зміщення зміниться від $A/2$ до A .

Відповідь: 1) $t_1 = \frac{1}{6}$ с; $t_2 = \frac{1}{3}$ с.

1.84 Частинка здійснює коливання вздовж осі x за законом $x = 0,100 \cdot \sin 6,28t$ (м). Знайти середнє значення модуля швидкості частинки $\langle v \rangle$:

- а) за період коливання T ;
- б) за першу $1/8$ частину T ;
- в) за другу $1/8$ частину T .

Відповідь: а) $\langle v \rangle = 0,4$ м/с; б) $\langle v \rangle = 0,57$ м/с; в) $\langle v \rangle = 0,23$ м/с.

1.85 Точка здійснює коливання за законом: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, де $A = 4$ см. Знайти початкову фазу φ , якщо $x(0) = -2\sqrt{2}$ см та $x'(0) < 0$. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t = 0$.

Відповідь: $\varphi = \frac{3}{4}\pi$ рад.

1.86 Точка здійснює одночасно два гармонічних коливання однакової частоти. Коливання відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках та описуються рівняннями:

- 1) $x = A \cos \omega t$ та $y = A \cos \omega t$,
- 2) $x = A \cos \omega t$ та $y = A \cos(\omega t + \varphi)$.

Знайти рівняння траєкторії точки, побудувати її згідно з масштабом та показати напрямок руху. Прийняти $A = 2$ см, $\varphi = \pi/2$ рад.

Відповідь: 1) $y = x$; 2) $x^2 + y^2 = 4$.

1.87 Коливання матеріальної точки масою $m = 0,5$ г здійснюється згідно з рівнянням: $x = A \sin \omega t$, де $A = 5$ см, $\omega = 10$ с⁻¹. Визначити максимальні значення повертаючої сили $F_{\max}$ та кінетичної енергії $W_{k\max}$.

Відповідь: $F_{\max} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ Н, $W_{k\max} = 62,5$ мкДж.

1.88 Під дією повертаючої сили $F = 4,39$ мН матеріальна точка здійснює коливання за законом $x = A \cos \omega t$, де $A = 20$ см, $\omega = (2\pi/3)$ с⁻¹. Знайти повну енергію W матеріальної точки в момент часу $t = 1$ с.

Відповідь: $W = 878$ мкДж.

1.89 Невеличкий вантаж масою 200 г підвішений до пружини, жорсткість якої $k = 4,87$ Н/м, здійснює коливання по вертикалі. Знайти період таких коливань.

Відповідь: $T = 1,27$ с.

1.90 Гиря, підвішена до пружини, здійснює вертикальні коливання з амплітудою $A = 2$ см. Знайти жорсткість пружини, якщо повна енергія цих коливань дорівнює 0,8 Дж.

Відповідь: $k = 4$ кН/м.

1.91 На стрижень довжиною $l = 40$ см прикріплено два однакових вантажі: один – в середині стрижня, інший – на одному з його кінців. Стрижень з вантажами коливається навколо горизонтальної осі, що проходить через вільний кінець стрижня. Визначити приведену довжину l_{np} та період T коливань такої системи. Масою стрижня знехтувати.

Відповідь: $l_{np} = 0,33$ м, $T = 1,16$ с.

1.92 За $t = 20$ хв. амплітуда згасаючих коливань маятника довжиною $l = 1$ м зменшилася у 4 рази. Знайти коефіцієнт згасання та логарифмічний декремент коливань λ .

Відповідь: $\beta = 0,0012$ с⁻¹, $\lambda = 0,0024$.

1.93 Логарифмічний декремент згасаючих коливань математичного маятника дорівнює $\lambda = 0,7$. Знайти, у скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника.

Відповідь: $A_0/A = 2$.

1.94 Період власних коливань системи дорівнює $T_0 = 1$ с, логарифмічний декремент коливань $\lambda = 0,314$. Знайти період T згасаючих коливань.

Відповідь: $T = 1,001$ с.

1.95 Математичний маятник здійснює згасаючі коливання. Довжина маятника $l = 25$ см, логарифмічний декремент $\lambda = 0,2$. Знайти проміжок часу, через який енергія коливань маятника зменшиться утричі?

Відповідь: $t = 2,76$ с.

1.96 Повне прискорення математичного маятника в його крайньому положенні за одне коливання зменшується в 1,22 рази. Знайти логарифмічний декремент такого згасаючого коливання маятника.

Відповідь: $\lambda = 0,2$.

1.97 За час, протягом якого система здійснює 100 коливань, амплітуда зменшується в $k = 5$ разів. Знайти добротність такої системи.

Відповідь: $Q = 195$.

1.98 Знайти час релаксації (час, за який амплітуда коливань зменшується в e разів, де e – основа натуральних логарифмів) математичного маятника довжиною 0,5 м, який було виведено із положення рівноваги, і який при першому коливанні відхилився на 5 см, а при другому (у тому самому напрямку) на 4 см.

Відповідь: $t = 6,4$ с.

1.99 Добротність деякої коливальної системи $Q = 2$, частота вільних коливань $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$. Знайти власну частоту коливань системи ω_0 .

Відповідь: $\omega_0 = 103 \text{ с}^{-1}$.

1.100 Частота вільних коливань системи $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$, резонансна частота $\omega_{рез} = 99 \text{ с}^{-1}$. Знайти добротність Q цієї системи.

Відповідь: $Q = 3,54$.

2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

2.1 Мета заняття

Засвоїти основні закони молекулярно-кінетичної теорії газів, навчитися їх застосовувати під час розв'язання задач, оволодіти елементарним розрахунком термодинамічних процесів.

2.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Під час підготовки до практичного заняття необхідно засвоїти теоретичний матеріал за конспектом лекцій або підручником [2, частина II, розд. 8–10; 3, розд. 7–9; 6, розд. 2; 7, розд. 7–9, 8, розд. 2, 9, розд. 2]. Звернути увагу на основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів, функції розподілу, з'ясувати суть першого й другого законів термодинаміки. Після вивчення теорії відповісти на контрольні запитання, ретельно розібрати розв'язки задач, що наведені у прикладах.

2.3 Основні закони і формули

Основи молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу

Речовина складається із структурних елементів: атомів, молекул та іонів, які перебувають у стані безперервного хаотичного руху.

1. Атомна одиниця маси а.о.м.— маса, яка дорівнює $1/12$ маси атома вуглецю $^{12}_6\text{C}$

$$1 \text{ а.о.м.} = (1/12)m_{^{12}_6\text{C}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

2. Відносна молекулярна маса – маса молекули виміряна в а.о.м.

$$M_r = \frac{m_0}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}},$$

де m_0 – абсолютне значення маси молекули, кг.

Відносна молекулярна маса речовини

$$M_r = \sum n_i A_{ri},$$

де n_i – кількість атомів i -го хімічного елемента, що входить до складу молекули, $A_{r,i}$ – відносна атомна маса цього елемента (відносні атомні маси наведені в періодичній системі хімічних елементів).

3. Число Авогадро – кількість структурних одиниць (атомів або молекул) в одному молі речовини

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

4. Кількість речовини ν – основна величина СІ; її одиниця вимірювання – 1 моль, кількість речовини, яка містить таку саму кількість структурних одиниць, як і 12г вуглецю $^{12}_6\text{C}$

$$\nu = N/N_A,$$

де N – кількість атомів або молекул речовини.

5. Молярна маса речовини чисельно дорівнює масі речовини у кількості 1 моль.

$$M = m_0 N_A,$$

де m_0 – маса одного атома (молекули).

6. Якщо маса речовини m і її молярна маса M , то її кількість речовини

$$\nu = m/M.$$

7. Кількість молів суміші речовин:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \dots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \dots + \frac{N_n}{N_A},$$

$$\text{або } \nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n}.$$

Молярна маса суміші газів:

$$M = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\nu_i},$$

де m_i – маса i -ї компоненти суміші, $\nu_i = m_i/M_i$ – кількість молів i -ї компоненти суміші.

8. Нормальні умови для газу: тиск $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, температура K .

9. Закон Авогадро: за однакових тиску і температури в однакових об'ємах міститься одна й та сама кількість молекул довільних газів.

Як наслідок: один моль будь-якого газу за нормальних умов займає об'єм η .

10. Число Лошмідта визначає кількість атомів (молекул) будь-якого газу в 1 м^3 за нормальних умов

$$n_L = 2,710^{25} \text{ м}^{-3}.$$

11. Густина газу

$$\rho = m/V,$$

де m – маса газу, V – його об’єм.

12. Кількість молекул у будь-якому об’ємі

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A = \frac{\rho V}{M} N_A = nV,$$

де n – концентрація молекул.

13. Концентрація молекул – кількість молекул в одиниці об’єму

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{M} N_A.$$

Зв’язок між густиною ρ , масою молекули m_0 та їх концентрацією n

$$m_0 = \frac{\rho}{n} = \frac{M}{N_A}; \quad \rho = m_0 n = \frac{M}{N_A} n.$$

14. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії встановлює зв’язок між макропараметром (тиск газу) і мікропараметром (середньою кінетичною енергією поступального руху однієї молекули $\langle \epsilon \rangle$)

$$p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon \rangle = \frac{1}{3} n \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{2},$$

де $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ – середня квадратична (теплова) швидкість руху молекул, n – концентрація молекул, m_0 – маса однієї молекули.

15. Кількість ступенів вільності молекули i – кількість незалежних координат, за допомогою яких можна описати положення молекули у просторі.

16. Середня кінетична енергія, що припадає на один ступінь вільності

$$\langle \epsilon_i \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

Середня кінетична енергія молекули

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{об}} + 2i_{\text{кол}}$ – кількість ступенів вільності молекули ($i_{\text{пост}}$ – при поступальному русі, $i_{\text{об}}$ – при обертальному русі, $i_{\text{кол}}$ – при коливальному русі),
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана, T – термодинамічна температура газу.

17. Рівняння Менделєєва–Клапейрона

$$pV = \nu RT \quad \text{або} \quad pV = \frac{m}{M} RT,$$

де p, V, T, ν – тиск, об'єм, температура і кількість молів ідеального газу,

$R = kN_A = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала, k – стала Больцмана.

18. Ізопроекти (маса газу $m = \text{const}$):

- закон Бойля-Маріотта (ізотермічний процес, $T = \text{const}$)

$$pV = \text{const}; \quad p_1 V_1 = p_2 V_2;$$

- закон Гей-Люссака (ізобарний процес, $p = \text{const}$)

$$V/T = \text{const}; \quad V_1/T_1 = V_2/T_2; \quad V = V_0(1 + \alpha t),$$

де V_0 – об'єм газу за температури $t = 0^\circ\text{C}$, $\alpha = \left(\frac{1}{273,15} \right) \text{K}^{-1}$;

- закон Шарля (ізохорний процес, $V = \text{const}$)

$$p/T = \text{const}; \quad p_1/T_1 = p_2/T_2; \quad p = p_0(1 + \alpha t),$$

де p_0 – тиск газу за температури $t = 0^\circ\text{C}$, $\alpha = \left(\frac{1}{273,15} \right) \text{K}^{-1}$.

19. Закон Дальтона: тиск не взаємодіючої суміші газів p дорівнює сумі парціальних тисків газів p_i

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i.$$

20. Швидкості молекул:

- середня квадратична (теплова) швидкість молекул

$$\bar{v} = \sqrt{3kT/m_0},$$

де m_0 – маса молекули, k – стала Больцмана, R – універсальна газова стала, M – молярна маса газу, T – температура;

- середня арифметична швидкість молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}};$$

- найбільш ймовірна швидкість молекул

$$v_{im} = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/M}.$$

Статистичні розподіли

21. Ймовірність того, що фізична величина x , яка характеризує молекули газу, лежить в інтервалі значень від x до $x + dx$, дорівнює

$$dw(x) = f(x)dx,$$

де $f(x)$ – густина ймовірності, функція розподілу молекул за значеннями даної величини.

Умова нормування функції розподілу

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

22. Середнє значення фізичної величини $\langle x \rangle$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

23. Кількість молекул, для яких фізична величина x , що характеризує молекулу, має значення в інтервалі від x до $x + dx$

$$dN = Ndw(x) = Nf(x)dx.$$

24. Розподіл Максвелла за модулями швидкості

$$dN(v) = Nf(v)dv = N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\left(mv^2\right)/(2kT)} 4\pi v^2 dv,$$

де $dN(v)$ – кількість молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v + dv$, N – загальна кількість молекул; $f(v) = dN/(Ndv)$ – функція розподілу молекул за абсолютними значеннями швидкостей, тобто відносна кількість молекул, що припадає на одиничний інтервал швидкостей.

25. Розподіл Максвелла за компонентами швидкостей

$$\begin{aligned} dN(v_x, v_y, v_z) &= Nf(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = \\ &= N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/(2kT)} dv_x dv_y dv_z, \end{aligned}$$

де $dN(v_x, v_y, v_z)$ – кількість молекул, компоненти швидкостей яких лежать в інтервалі від v_x до $v_x + dv_x$, від v_y до $v_y + dv_y$, від v_z до $v_z + dv_z$.

26. Розподіл молекул за імпульсами

$$dN(p) = Nf(p)dp = N \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} e^{-p^2/(2mkT)} 4\pi p^2 dp,$$

де $dN(p)$ – кількість молекул, імпульси яких лежать в інтервалі від p до $p + dp$,
 $f(p)$ – функція розподілу за імпульсами.

27. Розподіл молекул за енергіями

$$dN(E) = Nf(E)dE = N \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} e^{-E/(kT)} E^{1/2} dE,$$

де $dN(E)$ – кількість молекул, енергія яких лежить в інтервалі від E до $E + dE$;
 $f(E)$ – функція розподілу молекул за енергіями.

28. Барометрична формула (розподіл тиску у полі сили тяжіння)

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}},$$

де p_0 і p – тиск газу відповідно на нульовій висоті і на висоті h , m_0 – маса частинки, M – молярна маса, g – прискорення вільного падіння, R – універсальна газова стала, k – стала Больцмана.

29. Розподіл Больцмана для частинок в зовнішньому потенціальному полі

$$n = n_0 e^{-\frac{W_n}{kT}},$$

де n – концентрація частинок з потенціальною енергією W_n , n_0 – концентрація частинок у точках, де $W_n = 0$.

Явища переносу

30. Середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n},$$

де $\sigma = \pi d^2$ – ефективний переріз зіткнення молекул, d – ефективний діаметр молекули, n – концентрація молекул.

31. Середня кількість зіткнень, що зазнає молекула газу за одиницю часу

$$\langle z \rangle = \langle v \rangle / \langle l \rangle = \sqrt{2}\sigma n \langle v \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle,$$

де $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість хаотичного руху молекул.

32. Коефіцієнти переносу в газах:

- коефіцієнт дифузії

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle ;$$

- коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість)

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle ,$$

де ρ – густина газу (рідини);

- коефіцієнт теплопровідності газу (теплопровідність)

$$\chi = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle ,$$

де c_v – питома теплоємність газу при сталому об'ємі.

33. Рівняння дифузії – закон Фіка

$$\Delta m = -D \frac{dn}{dx} m_0 \Delta S_{\perp} \Delta t = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S_{\perp} \Delta t ,$$

де Δm – маса газу, перенесена внаслідок дифузії за час Δt крізь поверхню площею $\Delta S_{\perp}$, розміщену перпендикулярно до напрямку переносу речовини,

$\frac{dn}{dx}$ – градієнт концентрації молекул, m_0 – маса однієї молекули; $\frac{dn}{dx} m_0 = \frac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини молекул.

34. Рівняння Ньютона

$$F = \eta \frac{du}{dz} \Delta S ,$$

де u – швидкість руху (в напрямку осі x) одного шару газу (рідини) відносно іншого, $\frac{du}{dz}$ – градієнт швидкості у напрямі, перпендикулярному до швидкості руху шарів газу (рідини), F – сила внутрішнього тертя між шарами газу (рідини), η – динамічна в'язкість.

35. Закон Фур'є

$$\Delta Q = -\chi \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t ,$$

де ΔQ – кількість теплоти, що пройшла внаслідок теплопровідності крізь переріз площею ΔS за час Δt , χ – теплопровідність, dT/dx – градієнт температури.

Основи термодинаміки

36. Перший закон термодинаміки:

- у диференційній формі

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

тобто кількість теплоти δQ , набута системою, йде на підвищення її внутрішньої енергії dU і на роботу δA , яку виконує система над зовнішніми тілами;

- в інтегральній формі

$$Q = \Delta U + A.$$

37. Теплоємність:

- теплоємність тіла

$$C = \delta Q / dT;$$

- питома теплоємність тіла

$$c = \frac{\delta Q}{m dT};$$

- молярна теплоємність речовини

$$C_\mu = M c = \frac{M}{m} \frac{\delta Q}{dT},$$

де M – молярна маса речовини;

- молярна теплоємність ідеального газу при сталому об'ємі

$$C_V = M c_V = \frac{M}{m} (\delta Q / dT)_V = \frac{M}{m} (\partial U / \partial T)_V; \quad C_V = \frac{i}{2} R,$$

де c_V – питома теплоємність газу при сталому об'ємі, i – кількість ступенів вільності молекули, R – універсальна газова стала;

- молярна теплоємність ідеального газу при сталому тиску

$$C_p = M c_p = \frac{M}{m} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_p = \frac{M}{m} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + p \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right]; \quad C_p = \frac{i+2}{2} R;$$

- питомі теплоємності при сталому об'ємі c_V і сталому тиску c_p .

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}.$$

38. Рівняння Р. Майєра

$$C_p - C_V = R; \quad c_p - c_V = R/M.$$

39. Показник адіабати

$$\gamma = c_p / c_V = C_p / C_V = (i+2)/i.$$

40. Рівняння Пуассона – рівняння газового стану під час адіабатичного процесу

$$pV^\gamma = \text{const}; TV^{\gamma-1} = \text{const}; Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{const}.$$

Зв'язок між початковим і кінцевим значеннями параметрів газового стану під час адіабатичного процесу

$$p_2/p_1 = (V_1/V_2)^\gamma; \quad T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1}; \quad T_2/T_1 = (p_1/p_2)^{(1-\gamma)/\gamma} = (p_2/p_1)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

41. Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = N\langle\varepsilon\rangle = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_V T = \nu C_V T,$$

де N – кількість молекул газу, $\langle\varepsilon\rangle$ – середня кінетична енергія молекули, ν – кількість речовини.

42. Зміна внутрішньої енергії під час переходу газу із стану 1 у стан 2:

- при ізобаричному процесі

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} p (V_2 - V_1);$$

- при ізотермічному процесі

$$\Delta U = 0;$$

- * при ізохорному процесі

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} V (p_2 - p_1);$$

- при адіабатичному процесі

$$\Delta U = -\frac{m}{M} \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma-1} R (T_2 - T_1).$$

43. Робота газу зі зміною об'єму газу від початкового об'єму V_1 до кінцевого V_2

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

44. Робота газу

- при ізобарному процесі ($p = \text{const}$)

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1);$$

- при ізотермічному процесі ($T = \text{const}$)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2};$$

- при ізохорному процесі ($V = \text{const}$)

$$A = 0;$$

- при адіабатичному процесі

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2);$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1} \right],$$

де T_1 і T_2 – початкова і кінцева температури газу.

45. Перший закон термодинаміки в ізопроцесах

- при ізобарному процесі

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T;$$

- при ізотермічному процесі ($\Delta U = 0$)

$$Q = A = \frac{m}{M} R T \ln \frac{V_2}{V_1};$$

- при ізохорному процесі ($A = 0$)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T;$$

- при адіабатичному процесі ($Q = 0$)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2).$$

46. Термічний коефіцієнт корисної дії (ККД) для кругового процесу

$$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1,$$

де Q_1 – кількість теплоти, одержана газом (робочим тілом) від нагрівача;

Q_2 – кількість теплоти, передана газом холодильнику.

47. Термічний коефіцієнт корисної дії (ККД) для циклу Карно

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1,$$

де T_1 – температура нагрівача, T_2 – температура охолоджувача.

48. Зміна (приріст) ентропії в результаті оборотного процесу

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + pdV}{T}; \quad \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

49. Формула Больцмана

$$S = k \ln \Omega,$$

де k – стала Больцмана, Ω – термодинамічна ймовірність, тобто кількість мікроскопічних станів, якими може реалізуватися макроскопічний стан.

50. Рівняння Ван-дер-Ваальса для моля ідеального газу

$$\left(p + a/V_{\mu}^2\right)(V_{\mu} - b) = RT,$$

де a – стала Ван-дер-Ваальса, яка характеризує сили міжмолекулярного притягання, V_{μ} – молярний об'єм, b – об'єм, який займають самі молекули.

Для довільної кількості речовини газу $\nu = m/M$, з урахуванням, що об'єм газу $V = \nu V_{\mu}$, маємо

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT.$$

51. Зв'язок критичних параметрів – об'єму, тиску і температури – зі сталими Ван-дер-Ваальса a і b

$$V_{\mu \text{кр}} = 3b; \quad p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}; \quad T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27Rb}.$$

52. Коефіцієнт поверхневого натягу

$$\sigma = F_n/l,$$

де F_n – сила поверхневого натягу, що діє на одиницю довжини будь-якого контуру на поверхні рідини, l – довжина контуру, або

$$\sigma = E/S,$$

де E – поверхнева енергія, яку має одиниця площі поверхні рідини, S – площа поверхні рідини.

53. Формула Лапласа, що характеризує надлишковий тиск, який створюється в рідині за рахунок викривлення її поверхні (поверхневий тиск)

$$p_{\text{л}} = \sigma(1/R_1 + 1/R_2),$$

де σ – поверхневий натяг, R_1 і R_2 – радіуси кривизни двох взаємно перпендикулярних перерізів поверхні рідини, а у випадку сферичної поверхні

$$p_{\text{л}} = 2\sigma/R.$$

54. Висота підняття рідини в капілярі

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} \cos \Theta,$$

де Θ – кут між дотичною до поверхні рідини і стінкою капіляра (крайовий кут змочування), g – прискорення вільного падіння, ρ – густина рідини, R – радіус капіляра.

2.4 Контрольні запитання та завдання

1. Що називається атомною одиницею маси а.о.м?
2. Яке число називають числом Авогадро?
3. Який газ називається ідеальним?
4. Що таке молярна маса речовини?
5. Як розрахувати молярну масу суміші газів?
6. Які умови для газу вважаються нормальними?
7. Сформулюйте закон Авогадро.
8. Що визначає число Лошмідта?
9. Запишіть формулу, яка зв'язує густину газу ρ , масу його молекули та їх концентрацію n .
10. Запишіть та проаналізуйте основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів.
11. Чому дорівнює середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу?
12. Чому дорівнює середня кінетична енергія молекул ідеального газу? Як ця величина залежить від числа ступенів свободи?
13. Запишіть та проаналізуйте рівняння Менделєєва–Клапейрона.
14. Наведіть рівняння усіх відомих вам ізопроцесів.
15. Сформулюйте закон Дальтона. Який тиск називається парціальним?
16. Як визначити середню, середньоквадратичну та найбільш імовірну швидкості молекул ідеального газу?
17. Чому дорівнює ймовірність того, що фізична величина, яка характеризує молекули газу, лежить в інтервалі значень x до $x + dx$.
18. Як знайти середнє значення фізичної величини, якщо відома функція розподілу?
19. Запишіть функцію розподілу Максвелла молекул газу за модулями їх швидкостей. Який фізичний зміст функції розподілу? Запишіть умову нормування функції розподілу.

20. Запишіть функцію розподілу молекул газу за імпульсами.
21. Запишіть барометричну формулу (розподіл тиску у полі сили тяжіння).
22. Запишіть функцію розподілу Больцмана для частинок у зовнішньому потенціальному полі.
23. Запишіть формулу для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул газу.
24. Запишіть формули, за допомогою яких можна визначити коефіцієнти переносу в газах (коефіцієнт дифузії, коефіцієнт внутрішнього тертя, коефіцієнт теплопровідності газу).
25. Запишіть формулу, що відображає закон Фіка (рівняння дифузії).
26. Запишіть рівняння, за допомогою якого можна визначити силу внутрішнього тертя між шарами газу (рідини) (рівняння Ньютона).
27. Сформулюйте закон Фур'є, який визначає кількість теплоти, що пройшла внаслідок теплопровідності крізь переріз площею ΔS за час Δt .
28. Сформулюйте перший закон термодинаміки та запишіть вирази, що його описують (в інтегральній та диференціальній формі).
29. Що таке теплоємність тіла? Молярна теплоємність? Питома теплоємність?
30. Запишіть формулу, що визначає молярна теплоємність ідеального газу при сталому об'ємі.
31. Запишіть формулу, що визначає молярну теплоємність ідеального газу при сталому тиску.
32. Запишіть рівняння Р. Майєра.
33. Запишіть рівняння газового стану при адіабатичному процесі (рівняння Пуассона).
34. Яка величина називається внутрішньою енергією? Від яких величин залежить внутрішня енергія ідеального газу?
35. Запишіть формулу, яка визначає роботу газу під час зміни об'єму газу від початкового об'єму V_1 до кінцевого V_2 .
36. Запишіть формули, які визначають роботу газу при ізобарному ($p=\text{const}$), при ізотермічному ($T=\text{const}$), при ізохорному ($V=\text{const}$) та при адіабатичному процесах.
37. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
38. Який процес називається адіабатичним?
39. Як визначається коефіцієнт корисної дії для кругового процесу?
40. Що таке цикл Карно? Від яких величин залежить ККД теплової машини, що здійснює цикл Карно?

41. Як визначається термічний коефіцієнт корисної дії (ККД) для циклу Карно?
42. Сформулюйте другий закон термодинаміки.
43. Наведіть формулу, за якою знаходять зміну ентропії в оборотних процесах.
44. Запишіть формулу Больцмана.
45. Запишіть та поясніть рівняння Ван-дер-Ваальса для моля ідеального газу.
46. Запишіть формулу, яка визначає коефіцієнт поверхневого натягу рідини.
47. Запишіть формулу, за допомогою якої можна визначити підняття рідини в капілярі.

2.5 Приклади розв'язання задач

Задача 1. Розрахувати повну енергію всіх молекул азоту, що знаходяться в балоні об'ємом $V = 10$ л під тиском $p = 1,5 \cdot 10^5$ Па.

Розв'язання

Середня енергія однієї молекули дорівнює:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де i – кількість ступенів вільності (для азоту, як двоатомної молекули, $i = 5$).

Повна енергія всіх молекул дорівнює:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kTN, \quad (1)$$

де N – загальна кількість молекул

$$N = \frac{m}{M} N_A, \quad (2)$$

де m – маса газу, M – молярна маса, N_A – число Авогадро. Зважаючи, що $kN_A = R$, з (1) і (2) маємо

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT \frac{m}{M} N_A = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (3)$$

Але згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона $\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT \frac{m}{M} N_A = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT$,

з (3) випливає

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} pV = \frac{5}{2} pV,$$

$$\langle \varepsilon \rangle = 3,75 \text{ кДж.}$$

Задача 2. Який тиск встановиться в меншому з двох балонів ємностями $V_1 = 15\text{л}$ і $V_2 = 5\text{л}$, якщо їх з'єднати трубою з клапаном? У меншому балоні вакуум, а у більшому газ знаходиться під тиском $p_1 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ при $t_1 = 17^\circ\text{C}$. Клапан відкривається, коли різниця тисків у балонах досягає $\Delta p = 110 \text{ кПа}$. До якої температури t_2 були нагріті балони, якщо тиск у меншому балоні дорівнював $p_2 = 75 \text{ кПа}$?

Розв'язання

Запишемо рівняння Менделєєва-Клапейрона для газу у більшому (першому) балоні за температури T_1

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{M} R T_1,$$

звідки можна знайти масу газу в цьому балоні

$$m_1 = \frac{p_1 V_1 M}{R T_1}. \quad (1)$$

За температури T_2 тиск у більшому балоні буде більшим, ніж тиск у меншому, на величину Δp .

$$(p_2 + \Delta p) V_2 = \frac{m_2}{M} R T_2, \text{ звідки } m_2 = \frac{(p_2 + \Delta p) V_2 M}{R T_2}. \quad (2)$$

У менший балон перейшла маса газу $\Delta m = m_1 - m_2$.

Рівняння стану для газу в меншому балоні

$$p_2 V_2 = \frac{\Delta m}{M} R T. \quad (3)$$

З (1) і (2) одержимо масу газу у меншому балоні за температури T_2

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{p_1 V_1 M}{R T_1} - \frac{(p_2 + \Delta p) V_2 M}{R T_2}.$$

Тоді рівняння (3) перетвориться на

$$p_2 V_2 = V_2 T_2 \left[\frac{p_1}{T_1} - \frac{(p_2 + \Delta p)}{T_2} \right],$$

звідки

$$T_2 = \frac{T_1}{p_1} \left[\frac{p_2 (V_1 + V_2)}{V_1} + \Delta p \right].$$

$$T_1 = t_1 + 273\text{K} = 290\text{K}, \quad T_2 = 468\text{K}, \quad t_2 = T_2 - 273 = 195^\circ\text{C}.$$

Задача 3. Газ складається з суміші трьох газів: $\nu_1 = 2$ молів азоту, $\nu_2 = 4$ молів кисню, $\nu_3 = 5$ молів водню. Визначити густину і молярну масу суміші за температури $T = 320$ К і тиску $p = 1,7 \cdot 10^5$ Па.

Розв'язання

Згідно з законом Дальтона, тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків компонентів суміші

$$p = p_1 + p_2 + p_3. \quad (1)$$

Для кожної компоненти можна записати рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT; \quad p_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT; \quad p_3 V = \frac{m_3}{M_3} RT.$$

Додамо ці рівняння і одержимо

$$(p_1 + p_2 + p_3)V = (m_1/M_1 + m_2/M_2 + m_3/M_3)RT, \quad (2)$$

Взявши до уваги (1) і те, що $m/M = \nu$ – кількість речовини, з (2) одержимо

$$pV = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)RT,$$

звідки

$$V = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) \frac{RT}{p}.$$

Тоді густина суміші дорівнює

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V} = \frac{(\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3) p}{(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) RT},$$

$$\rho = 1,13 \text{ кг/м}^3.$$

Молярна маса суміші дорівнює

$$M = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3},$$

$$M = 17,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Задача 4. Досліджуються кульові частинки, які зависли в повітрі в полі земного тяжіння. Радіус частинок $r = 1 \cdot 10^{-7}$ м, температура повітря $t = 10^\circ \text{C}$, тиск $p = 10^5$ Па. На висоті $h = 30$ м концентрація частинок зменшується втричі. Чому дорівнює маса завислої частинки?

Розв'язання

Частинка зависла у повітрі, тобто на неї, крім сили тяжіння $\vec{F}_T = m\vec{g}$, діє виштовхувальна сила $F_g = \rho_0 g V$, де g – прискорення вільного падіння, ρ – густина частинки, V – її об'єм, m – маса частинки, ρ_0 – густина повітря

поблизу поверхні Землі. Згідно з рівнянням Менделєєва–Клапейрона, густина повітря $\rho_0 = \frac{pM}{RT}$, $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярна маса повітря.

$$\rho_0 = 1,233 \text{ кг/м}^3.$$

Тоді сила, яка діє на частинку,

$$F = mg - \rho_0 g V,$$

зауважимо, що $m = \rho V$, тоді $V = m/\rho$ і

$$F = mg(1 - \rho_0/\rho).$$

У цьому випадку розподіл Больцмана для концентрації молекул запишемо у вигляді

$$n(h) = n_0 \exp \left[-\frac{mg(1 - \rho_0/\rho)h}{kT} \right],$$

де n_0 – концентрація частинок на рівні Землі ($h = 0$).

Густина кульової частинки радіусом r

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3m}{4\pi r^3}.$$

За умовами задачі на висоті $h = 30$ м $n(h) = n_0/3$. Тоді відношення концентрацій частинок на двох різних висотах

$$\frac{n_0}{n(h)} = \exp \frac{mg(1 - \rho_0/\rho)h}{kT} = 3,$$

звідки

$$\ln 3 = \frac{mgh}{kT} - \frac{4\pi r^3 \rho_0 gh}{3kT},$$

маса частинок

$$m = \frac{3kT \ln 3 + 4\pi r^3 \rho_0 gh}{3gh},$$

$$m = 5,18 \cdot 10^{-21} \text{ кг}.$$

Задача 5. Знайдіть кількість молекул водню в посудині, швидкості яких лежать у межах від 295 до 305 м/с. Маса водню 50г, температура його $T = 290$ К.

Розв'язання

Згідно з розподілом Максвелла за швидкостями молекул, кількість молекул зі швидкостями в інтервалі $\Delta v = v_2 - v_1$ дорівнює

$$\Delta N = N f(v) \Delta v = N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) 4\pi v^2 \Delta v. \quad (1)$$

Зважаючи на те, що $\Delta v \ll v_2, v_1$, за швидкість молекул можна взяти середнє арифметичне їх швидкостей:

$$v = (v_1 + v_2)/2; \quad v = 300 \text{ м/с.}$$

Загальну кількість молекул N можна одержати як $N = \frac{m}{M} N_A$.

Якщо врахувати, що $m_0/k = M/R$ (m_0 – маса однієї молекули), рівняння (1) можна записати:

$$\Delta N = \frac{m}{M} N_A \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{Mv^2}{2RT} \right) \cdot 4\pi v^2 \Delta v;$$

$$\Delta N = 7,87 \cdot 10^{21}.$$

Задача 6. Розрахуйте середню довжину вільного пробігу і кількість зіткнень за 1с усіх молекул вуглекислого газу (CO_2) в посудині об'ємом $V = 3$ л за температури $t = 7^\circ \text{C}$ і тиску $p = 1,3 \cdot 10^5$ Па. Ефективний діаметр молекули $d = 4 \cdot 10^{-10}$ м.

Розв'язання

Середня довжина вільного пробігу молекули

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n},$$

де n – концентрація молекул, яку можна розрахувати як

$$n = \frac{p}{kT},$$

де k – стала Больцмана.

Тоді

$$\langle l \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p},$$

$$\langle l \rangle = 4,18 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Кількість зіткнень між всіма молекулами за 1 с

$$Z = \frac{1}{2} zN,$$

де z – середня кількість зіткнень однієї молекули з іншими за 1 с

$$z = \langle v \rangle / \langle l \rangle,$$

$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}$ – середня арифметична швидкість молекул, N – сумарна кількість молекул CO_2 в об'ємі V

$$N = n \cdot V.$$

$$\text{Тоді } Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{\langle v \rangle}{\langle l \rangle} nV = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \cdot \frac{\sqrt{2}\pi d^2 p}{kT} \cdot \frac{p}{kT} \cdot V = \frac{2\pi d^2 p^2 V}{k^2 T^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi M}},$$

$$Z = 4,4 \cdot 10^{32} \text{ c}^{-1}.$$

Задача 7. Простір між двома концентричними сферами радіусами $R_1 = 20$ см і $R_2 = 40$ см заповнений киснем. Внутрішня сфера охолоджена до $T_1 = 260$ К, температура зовнішньої $T_2 = 350$ К. Вважаючи коефіцієнт теплопровідності незалежним від температури, розрахуйте тепловий потік q між сферами.

Розв'язання

Температура сфер стала, тому в просторі між ними буде постійний розподіл температури $T(r)$, де r – радіус сфери, тобто потік тепла буде стаціонарний.

Виділимо сферу радіусом r (площа її поверхні $4\pi r^2$), всі точки якої мають однакову температуру $T(r)$.

Тепловий потік, що проходить крізь цю сферу:

$$q = \frac{dQ}{dt} = -\chi \frac{dT}{dr} 4\pi r^2.$$

Якщо взяти до уваги, що в даній задачі градієнт температури додатний, тоді

$$q = \chi \frac{dT}{dr} 4\pi r^2.$$

Процес стаціонарний, тобто потік тепла не залежить від радіуса сфери: $q = \text{const}$.

У рівнянні (1) розділимо змінні та проінтегруємо його

$$\frac{4\pi\chi}{q} \int_{T_1}^{T_2} dT = \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2},$$

звідки

$$q = \frac{4\pi\chi(T_2 - T_1)R_1R_2}{R_2 - R_1}.$$

Зауважимо, що це потік тепла від зовнішньої сфери до внутрішньої.

Коефіцієнт теплопровідності кисню візьмемо з табл. 4 додатка $\chi = 24,5 \cdot 10^{-3}$ Вт/(м·К), тоді $q = 11$ Вт.

Задача 8. Два грами азоту за температури $T_1 = 280$ К ізобарно розширюються, при цьому його температура підвищується до $T_2 = 560$ К. Далі газ адіабатно розширюється до об'єму в $n = 5$ разів більше, ніж

початковий $V_3 = nV_1$. Розрахуйте кількість теплоти, одержану газом, роботу, яку він виконав, і зміну його внутрішньої енергії.

Розв'язання

Розглянутий процес зображений на рис. 2.1, де 2-1 – ізобара, а 2-3 – адіабата. Кількість теплоти Q , одержана газом, дорівнює кількості теплоти Q_{12} , одержаної газом в ізобарному процесі, бо при адіабатному процесі $Q_{23} = 0$.

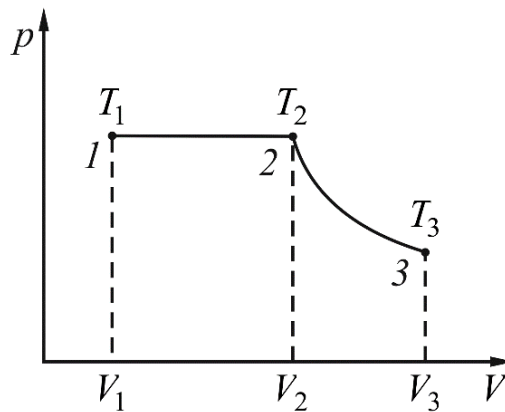


Рисунок 2.1

Зважаючи на те, що газ двоатомний, кількість ступенів вільності $i = 5$,

$$C_p = \frac{i+2}{2}R = \frac{7}{2}R,$$

маємо

$$Q = Q_{12} = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R (T_2 - T_1);$$

$$Q = 580 \text{ Дж.}$$

Робота, яку виконав газ при розширенні

$$A = A_{12} + A_{23}.$$

Робота розширення газу при ізобарному процесі з урахуванням рівняння Менделєєва-Клапейрона дорівнює

$$A_{12} = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1).$$

При адіабатному процесі

$$A_{23} = \frac{m}{M} C_v (T_2 - T_3),$$

де

$$C_v = \frac{i}{2}R = \frac{5}{2}R.$$

Температуру T_3 можна розрахувати з рівняння адіабатного процесу

$$T_3/T_2 = (V_2/V_3)^{\gamma-1}, \quad T_3 = T_2 (V_2/V_3)^{\gamma-1},$$

де

$$\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i = 7/5, \quad V_3 = nV_1.$$

Об'єм газу наприкінці ізобарного розширення V_2 знайдемо з рівняння ізобарного процесу

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1},$$

тоді

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_1}{V_3} \frac{T_2}{T_1} \right)^{\gamma} = T_2 \left(\frac{T_2}{nT_1} \right)^{\gamma-1},$$

звідки

$$A_{23} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT_2 \left[1 - \left(\frac{T_2}{nT_1} \right)^{\gamma-1} \right].$$

Повна робота дорівнює

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) + \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT_2 \left[1 - \left(\frac{T_2}{nT_1} \right)^{\gamma-1} \right];$$

$$A = 420 \text{ Дж.}$$

Зміну внутрішньої енергії знайдемо, враховуючи, що вона – функція стану і не залежить від термодинамічних процесів.

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_3 - T_1) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \left[T_2 \left(\frac{T_2}{nT_1} \right)^{\gamma-1} - T_1 \right],$$

$$\Delta U = 160 \text{ Дж.}$$

Задача 9. Кисень масою 5 г ізотермічно стискають до об'єму вдвічі меншого, ніж початковий $V_2 = V_1/2$, далі ізобарично розширюють до об'єму $V_3 = 1,5V_1$. Визначити зміну ентропії кисню в цьому процесі.

Розв'язання

Діаграма процесу зображена на рис 2.2, де 1-2 – ізотерма; 2-3 – ізобара. Зміна ентропії під час переходу системи з одного стану в інший визначається тільки параметрами цих станів і не залежить від характеру процесу, завдяки якому відбувся перехід.

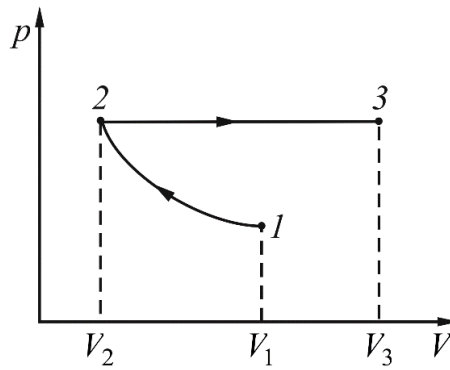


Рисунок 2.2

Для зворотних процесів зміна ентропії обчислюється як

$$\Delta S = \int_1^3 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q_{12} + \delta Q_{23}}{T} = \int_1^2 \frac{i+2}{2} \frac{\delta Q_{12}}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q_{23}}{T}.$$

Для ізотермічного процесу стиснення газу $i+2=0$

$$\delta Q_{12} = \delta A_{12} = p dV.$$

З рівняння Менделєєва-Клапейрона $T = \frac{pVM}{mR}$, тобто

$$\int_1^2 \frac{\delta Q_{12}}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p dV}{T} = \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\frac{m}{M} R \ln \frac{V_1}{V_2}.$$

Для ізобарного процесу нагрівання кисню

$$\delta Q_{23} = \frac{m}{M} C_p dT,$$

тоді

$$\int_2^3 \frac{\delta Q_{23}}{T} = \frac{m}{M} C_p \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_3}{T_2}.$$

Врахуємо, що молярна теплоємність двохатомного газу ($i=5$) дорівнює

$$C_p = \frac{i+2}{2} R = \frac{7}{2} R, \text{ і згідно з рівнянням газового стану для ізобаричного процесу}$$

$$V_2/T_2 = V_3/T_3; \quad T_3/T_2 = V_3/V_2.$$

У цьому випадку зміна ентропії дорівнює

$$\Delta S = -\frac{m}{M} R \ln \frac{V_1}{V_2} + \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{V_3}{V_2}.$$

Згідно з умовами задачі, $V_2 = V_1/2$, $V_3 = 1,5V_1$; тоді

$$\Delta S = -\frac{m}{M} R \ln \frac{V_1 \cdot 2}{V_1} + \frac{m}{M} \cdot \frac{7}{2} R \ln \frac{3V_1 \cdot 2}{2 \cdot V_1} = \frac{m}{M} R \left(-\ln 2 + \frac{7}{2} \ln 3 \right),$$

$$\Delta S = 4,1 \text{ Дж/К.}$$

Задача 10. Розрахуйте зміну ентропії $m=1$ кг свинцю, що знаходиться за температури $t = 20^\circ\text{C}$, якщо його розплавити.

Розв'язання

Повна зміна ентропії є сумою двох складових:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2,$$

де ΔS_1 – пов'язана з нагріванням свинцю від температури $T=293$ К до температури плавлення і ΔS_2 – пов'язана з процесом розплавлення, що відбувається за сталої температури $T_{\text{пл}} = 600$ К.

Беручи до уваги, що для оборотного процесу

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q_1 + \delta Q_2}{T},$$

а також

$$\delta Q_1 = cm dT; \quad \delta Q_2 = \lambda m,$$

де $C = 130$ Дж/(кг·К) – питома теплоємність свинцю, $\lambda = 2,5 \cdot 10^4$ Дж/кг – його питома теплота плавлення, маємо

$$\Delta S = \int_T^{T_{\text{пл}}} \frac{cm dT}{T} + \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}} = cm \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T} + \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}},$$

$$\Delta S = 310 \text{ Дж/К}.$$

Задача 11. Десять грам водню ізотермічно розширюються до об'єму $V_2 = 10V_1$, далі при сталому об'ємі температура газу зменшується від $T_1 = 500$ К до $T_2 = 100$ К. Внаслідок ізотермічного стискання газ повертають до його початкового об'єму і, при ізохорному нагріванні до T_1 , цикл замикається. Зобразіть діаграму циклу. Яку роботу виконує газ? Чому дорівнює кількість теплоти, одержана газом, і термічний ККД циклу? Порівняйте його з ККД циклу Карно з тими самими температурами нагрівача і охолоджувача.

Розв'язання

Цикл складається з двох ізотерм 1–2 і 3–4 за температур T_1 і T_2 і двох ізохор 1–4 і 2–3 з відповідними об'ємами V_1 і V_2 (див. рис. 2.3).

Робота виконується тільки при ізотермічних процесах

$$A = A_{12} + A_{23}.$$

На ділянці 1–2 газ розширюється, тобто виконує роботу ($A_{12} > 0$)

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

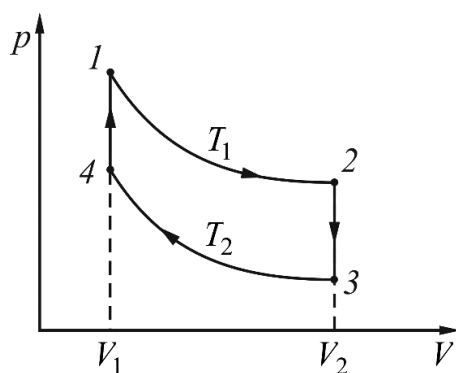


Рисунок 2.3

На ділянці 3-4 об'єм зменшується, газ стискається, тобто над ним виконується робота. Робота газу від'ємна. З урахуванням, що $V_1 = V_4$ і $V_2 = V_3$, маємо:

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -\frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Тоді повна робота газу за цикл

$$A = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1},$$

$$A \approx 38,2 \text{ кДж.}$$

Під час розрахунку кількості теплоти, одержаної газом, візьмемо до уваги, що газ її одержував на ділянках 1-2 (ізотермічне розширення) і 4-1 (ізохорне збільшення тиску), тобто

$$Q = Q_{12} + Q_{41}.$$

Згідно з першим законом термодинаміки для ізотермічного процесу ($\Delta U = 0$)

$$Q_{12} = A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Для ізохорного процесу ($A = 0$)

$$Q_{41} = \Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2).$$

Водень H_2 двохатомний газ, тому його молярна теплоємність

$$C_V = \frac{5}{2} R.$$

Загальна кількість теплоти, одержана газом

$$Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2),$$

$$Q = 52,8 \text{ кДж.}$$

Термічний коефіцієнт корисної дії для циклу

$$\eta = A/Q; \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\frac{m}{M} R(T_1 - T_2) \ln(V_2/V_1)}{\frac{m}{M} R T_1 \ln(V_2/V_1) + \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{C_V (T_1 - T_2)}{R \ln(V_2/V_1)}}. \quad (2)$$

Для циклу Карно ККД дорівнює

$$\eta_k = (T_1 - T_2)/T_1. \quad (3)$$

Порівняємо (2) з (3) і, зважаючи на те, що $T_1 > T_2$ і $V_2 > V_1$, бачимо, що знаменник в (2) більший, ніж в (3), тобто $\eta < \eta_k$. Розрахунки це підтверджують. З (1) одержимо $\eta = 0,72 \approx 72\%$.

Для циклу Карно маємо з (3) $\eta_k = 0,8 = 80\%$.

Тобто ККД циклу Карно більший, ніж ККД довільного циклу.

Задача 12. Температура нагрівача теплової машини, що працює за циклом Карно, дорівнює $T_1 = 600$ К, а охолоджувача $T_2 = 250$ К. Чому дорівнює ККД циклу? Яку кількість теплоти Q_1 одержує робоче тіло від нагрівача і яка кількість теплоти Q_2 передається холодильнику за один цикл, якщо виконується робота $A = 50$ кДж?

Розв'язання

Коефіцієнт корисної дії циклу Карно можна знайти згідно з

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1)$$

тобто $\eta = 0,58 = 58\%$.

Зважаючи на те, що ККД теплової машини дорівнює

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}, \quad (2)$$

одержимо кількість теплоти, що передається робочому тілу

$$Q_1 = A/\eta; \quad Q_1 = 86,2 \text{ кДж.}$$

Щоб отримати кількість теплоти Q_2 , передану холодильнику, звернемося до (2), тоді

$$\eta = 1 - Q_2/Q_1 = 1 - \eta Q_2/A,$$

звідки

$$Q_2 = A(1 - \eta)/\eta,$$

або інакше

$$A = Q_1 - Q_2; \quad Q_2 = Q_1 - A,$$
$$Q_2 = 36,2 \text{ кДж}$$

2.6 Задачі для самостійного розв'язання

2.1 Визначити кількість молекул окису азоту (NO), масу газу і середню енергію поступального теплового руху всіх молекул, якщо газ знаходиться у балоні об'ємом 30 л за температури $t = 27^\circ \text{C}$ і тиску $5 \cdot 10^{-5}$ Па.

Відповідь: $N = 3,6 \cdot 10^{14}$; $m = 1,8 \cdot 10^{-11}$ кг; $\langle \epsilon \rangle = 3,73$ мкДж.

2.2 Скільки молекул знаходяться в 3г ідеального газу, якщо його середня квадратична швидкість при $T = 300 \text{ К}$ дорівнює 600 м/с?

Відповідь: $N = 8,7 \cdot 10^{22}$

2.3 Газ масою 1 кг, молекули якого складаються з атомів азоту і водню, має $3,54 \cdot 10^{25}$ молекул. Визначити молекулу цього газу і масу атомів азоту і водню, що входять до молекули.

Відповідь: NH_3 (аміак), $m_N = 0,823$ кг, $m_H = 0,177$ кг.

2.4 Краплина рицинової олії масою $4 \cdot 10^{-7}$ кг розлилася по поверхні води, утворивши пляму площею $S = 0,6 \text{ м}^2$. Вважаючи, що молекули в плівці утворюють один шар, оцінити середню відстань d_0 між молекулами олії та масу молекули m_0 .

Відповідь: $d_0 = 7 \cdot 10^{-10}$ м; $m_0 = 1,7 \cdot 10^{-25}$ кг.

2.5 Скільки частинок в 3 г кисню, якщо ступінь його дисоціації $\alpha = 0,4$ (ступінь дисоціації α – це відношення кількості молекул, які розпалися на атоми, до загальної кількості молекул)?

Відповідь: $N = 7,9 \cdot 10^{22}$.

2.6 Знайти тиск суміші водню масою $m_1 = 10 \text{ г}$ і гелію масою $m_2 = 6 \text{ г}$ на стінки посудини об'ємом $V = 2 \text{ л}$, якщо сума кінетичних енергій молекули водню і молекули гелію дорівнює $\langle \epsilon \rangle = 1 \text{ еВ}$.

Відповідь: $p = 7,83 \cdot 10^7$ Па.

2.7 Визначити кількість атомів ртуті в 1 мм^3 , масу атома ртуті, діаметр його, вважаючи атоми ртуті кульками, які стикаються.

Відповідь: $N = 4,1 \cdot 10^{19}$; $m_0 = 3,32 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$, $d_0 = 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

2.8 Чому дорівнюють середні кінетичні енергії поступального і обертального руху всіх молекул азоту масою $0,3 \text{ кг}$ за температури 350 К ?

Відповідь: $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle = 4,67 \cdot 10^4 \text{ Дж}$; $\langle \epsilon_{\text{оберт}} \rangle = 3,12 \cdot 10^4 \text{ Дж}$.

2.9 Кисень знаходиться під тиском $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, концентрація його молекул $n = 3,56 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Яка середньоквадратична швидкість молекул кисню за таких умов?

Відповідь: $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 563 \text{ м/с}$.

2.10 Визначити об'ємну густину кінетичної енергії молекул гелію, що знаходяться в посудині під тиском $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Відповідь: $\langle \omega_{\text{об}} \rangle = 450 \text{ кДж/м}^3$.

2.11 Посудина місткістю $V = 10 \text{ л}$ заповнена азотом за температури $T_1 = 350 \text{ К}$ під тиском $p_1 = 7 \cdot 10^5 \text{ Па}$. В цю ж посудину нагнітають ще $0,5 \text{ кг}$ кисню і охолоджують суміш до $T_2 = 300 \text{ К}$. Яким стане тиск суміші після охолодження?

Відповідь: $p_2 = 5,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

2.12 В посудині об'ємом 10 л знаходиться ідеальний газ за температури 10° С . Знайти масу випущеного газу, якщо тиск у посудині зменшиться при сталій температурі на $0,5$ атмосфери, а густина газу за нормальних умов $1,25 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $\Delta m = 6 \text{ г}$.

2.13 Визначити концентрацію кожного з газів суміші кисню і гелію, що знаходиться за температури 17° С під тиском $p = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}$. Густина суміші $9 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $n_{\text{O}_2} = 3,78 \cdot 10^{24}$; $n_{\text{He}} = 1,22 \cdot 10^{24}$.

2.14 Оболонка повітряної кулі об'ємом $V = 300 \text{ м}^3$ наповнена воднем за температури $T_1 = 290 \text{ К}$. Внаслідок нагрівання сонячним випромінюванням температура газу за сталого тиску підвищилась до 320 К . На скільки зменшилась

маса газу (об'єм кулі вважати незмінним, надлишок газу може вийти з неї крізь отвір)?

Відповідь: $\Delta m = 2,35 \text{ кг}$.

2.15 Скільки молекул вийде з балона об'ємом 5 л, в якому знаходиться газ за температури $T = 320 \text{ К}$, якщо тиск у балоні зменшиться на $\Delta p = 220 \text{ Па}$?

Відповідь: $N = 2,5 \cdot 10^{20}$.

2.16 Визначити масу окису азоту (NO) в суміші з киснем, якщо маса суміші 18 кг. Суміш знаходиться в балоні об'ємом 5 м^3 за температури 310 К і тиску $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Відповідь: $m_{\text{NO}} = 10 \text{ кг}$.

2.17 У вертикальному циліндрі по обидва боки важкого поршня знаходиться однакова маса газу. Відношення об'ємів над поршнем і під поршнем за температури $T_1 = 320 \text{ К}$ дорівнює $\delta = 5$. За якої температури T_2 це відношення стане дорівнювати $\delta' = 3$?

Відповідь: $T_2 = 576 \text{ К}$.

2.18 Горизонтальний циліндричний балон поділений закріпленим поршнем на дві частини, температура яких однакова. Тиск і об'єм газу в лівій частині $p_1 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $V_1 = 5 \text{ л}$, у правій – $p_2 = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $V_2 = 3 \text{ л}$. Поршень вивільняють і температуру правої частини збільшують у $n = 3$ рази. На скільки збільшиться об'єм газу в правій частині посудини?

Відповідь: $\Delta V = 1,8 \text{ л}$

2.19 У вертикальному циліндрі під поршнем масою 100 кг і площею 300 см^2 знаходиться водень масою 20 г за температури 280 К . Який вантаж треба покласти на поршень, щоб він опустився на $h = 1,0 \text{ м}$, якщо газ у циліндрі нагріти до 300 К . Тертям знехтувати. Атмосферний тиск нормальний $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Відповідь: $m_g = 120 \text{ кг}$.

2.20 Повітря об'ємом $V = 0,5 \text{ м}^3$ під тиском 10^5 Па знаходиться між двома вертикальними однаковими площинами. Температура повітря змінюється лінійно від температури $T_1 = 280 \text{ К}$ до $T_2 = 290 \text{ К}$. Знайти масу повітря між площинами.

Відповідь: $m = 0,61 \text{ кг}$.

2.21 На яку висоту має піднятися спостерігач, щоб тиск зменшився на 2 кПа? Температура повітря не змінюється з висотою і дорівнює $T = 295 \text{ K}$.

Відповідь: $\Delta h = 174 \text{ м}$

2.22 Чому дорівнює відношення кількості молекул вуглекислого газу, швидкості яких знаходяться в інтервалі від $v_1 = 800 \text{ м/с}$ до $v'_1 = 805 \text{ м/с}$, до кількості молекул з швидкостями від $v_2 = 300 \text{ м/с}$ до $v'_2 = 305 \text{ м/с}$ за температури газу $T = 400 \text{ K}$?

Відповідь: $\Delta N_1 / \Delta N_2 = 5,4$.

2.23 Яка частка молекул водню має кінетичні енергії у межах від $\varepsilon_1 = 0,130 \text{ еВ}$ до $\varepsilon_2 = 0,135 \text{ еВ}$ за температури $T = 500 \text{ K}$?

Відповідь: $\Delta N / N = 0,01$.

2.24 Розрахуйте повну кількість молекул, що знаходяться в стовпі повітря, площа якого $S = 1 \text{ м}^2$ за нормальних умов. У скільки разів ця величина більша за кількість молекул з висотою стовпа $h_1 = 10 \text{ км}$; $h_2 = 1 \text{ км}$ з тією самою площею перерізу ?

Відповідь: $N_\infty = 2,15 \cdot 10^{20}$; $N_\infty / N_1 = 1,4$; $N_\infty / N_2 = 8,5$.

2.25 Ротор центрифуги, заповненої завислими частинками за температури 400 K , обертається з кутовою швидкістю $\omega = 300 \text{ рад/с}$. Визначити масу частинок, якщо відношення концентрації частинок біля стінок ротора і на осі обертання дорівнює $n / n_0 = 6$. Радіус ротора $r = 30 \text{ см}$.

Відповідь: $m = 2,44 \cdot 10^{-24} \text{ кг}$.

2.26 Знайти температуру неону, за якої швидкостям молекул $v_1 = 500 \text{ м/с}$ і $v_2 = 1000 \text{ м/с}$ відповідає однакове значення функції розподілу.

Відповідь: $T = 650 \text{ K}$.

2.27 Частинки барвника, змулені у воді, спостерігаються в мікроскоп. Середня кількість частинок у шарах, відстань між якими $h = 60 \text{ мкм}$, відрізняється в $\delta = 2$ рази. Температура середовища $T = 290 \text{ K}$, їх густина $\rho_1 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Розрахувати радіус частинок.

Відповідь: $r = 0,13 \text{ мкм}$.

2.28 Знайти відносну кількість молекул азоту, швидкості яких за температури 300 K лежать у межах від 400 м/с до 405 м/с .

Відповідь: $\Delta N / N = 12,7 \%$.

2.29 Розрахувати швидкість, за якої функції розподілу молекул за швидкостями будуть однакові для азоту і кисню у їх суміші при температурі 350 К.

Відповідь: $v = 540$ м/с.

2.30 Знайти найбільш ймовірне значення енергії ε_{im} молекул за температури $T = 500$ К, використовуючи функцію розподілу ідеального газу за енергіями.

Відповідь: $\varepsilon_{im} = 2,16 \cdot 10^{-2}$ еВ.

2.31 У балоні об'ємом $V = 20$ л знаходиться кисень масою 1 кг. У скільки разів відрізняється середня відстань між молекулами газу $\langle a \rangle$ від середньої довжини вільного пробігу?

Відповідь: $\langle a \rangle / \langle l \rangle = 2,4$.

2.32 Визначити середню тривалість вільного пробігу $\langle \tau \rangle$ молекул азоту за температури $t = 17^\circ \text{C}$ і тиску 4 кПа. Яким стане середній час між зіткненнями молекул після ізотермічного стиснення, коли об'єм газу зменшиться удвічі?

Відповідь: $\langle \tau \rangle = 3,5$ нс; $\langle \tau' \rangle = 1,75$ нс.

2.33 Розрахуйте середній діаметр атома гелію і середній час між зіткненнями атомів, якщо коефіцієнт теплопровідності гелію дорівнює $0,14 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. Питома теплоємність гелію за сталого об'єму $3,1 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Відповідь: $d = 9 \cdot 10^{-10}$ м; $\langle \tau \rangle = 5,3 \cdot 10^{-10}$ с.

2.34 В'язкість кисню за нормальних умов дорівнює $19,2 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$. Визначити: 1) середню швидкість теплового руху атомів газу $\langle v \rangle$; 2) середню довжину їх вільного пробігу $\langle l \rangle$; 3) середню кількість зіткнень атомів у 1 м^3 за 1 с; 4) ефективний переріз атома σ , та його ефективний діаметр молекул d .

Відповідь: $\langle v \rangle = 425$ м/с; $\langle l \rangle = 9,5 \cdot 10^{-8}$ м; $Z = 6 \cdot 10^{34} \text{ м}^{-3} \text{с}^{-1}$;
 $\sigma = 2,78 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$; $d = 3 \cdot 10^{-10}$ м.

2.35 Розрахуйте коефіцієнт теплопровідності водню, що знаходиться у посудині за температури 300 К.

Відповідь: $\chi = 63,3 \text{ мВт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

2.36 Яка кількість теплоти передається від однієї пластинки до іншої за одну хвилину, якщо вони паралельні, площею $0,5 \text{ м}^2$ кожна, розташовані

на відстані $h = 0,1$ м, між ними знаходиться газ – неон? Температура холоднішої пластинки $T_1 = 290$ К, а різниця температур дорівнює $\Delta T = 20$ К. Температуру газу між пластинками вважати рівною середньому арифметичному температур пластин.

Відповідь: $\Delta Q = 21,6$ Дж.

2.37 У балоні об'ємом $V = 10$ л знаходиться аргон за температури $T = 310$ К. Внаслідок пошкодження в балоні утворюється отвір, площа якого $S = 10^{-8} \text{ м}^2$, через який газ витікає з балона. За який час тиск у балоні зменшиться в $\delta = 3$ рази? Температуру вважати сталою.

Відповідь: $\tau = 3$ год.

2.38 Знайти розподіл температури $T(r)$ між двома коаксіальними циліндрами радіусами $R_1 = 0,1$ м і $R_2 = 0,3$ м в однорідному середовищі. Температура внутрішнього циліндра $T_1 = 250$ К, зовнішнього – $T_2 = 300$ К. Яка температура на однаковій відстані від обох циліндрів ($R = 0,2$ м)?

Відповідь: $T = 281,5$ К.

2.39 Диск радіусом $R = 0,1$ м підвішений на пружній нитці, модуль кручення якої $G = 10^{-5}$ Дж/рад. Під ним на відстані $h = 10^{-2}$ м обертається такий самий диск з кутовою швидкістю $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$. Під дією сил тертя верхній диск повернувся на кут $\varphi = 2,8$ рад. Чому дорівнює в'язкість повітря за результатами цього експерименту?

Відповідь: $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$.

2.40 Яку кількість теплоти втрачає 1 м^2 стіни цегляної будови за одну годину, якщо її товщина $d = 0,4$ м, температура в приміщенні $t_1 = 20^\circ \text{C}$, а зовні $t_2 = -25^\circ \text{C}$. Коефіцієнт теплопровідності цегли $\chi_{\text{ц}} = 0,65 \text{ Вт} / (\text{м} \cdot \text{К})$. Яку товщину мала мати стіна з дерева з такою самою втратою тепла в тому самому інтервалі температур? Теплопровідність дерева $\chi_{\text{д}} = 0,175 \text{ Вт} / (\text{м} \cdot \text{К})$.

Відповідь: $Q = 2,63 \cdot 10^5$ Дж, $d_{\text{д}} = 0,11$ м.

2.41 Яка маса кисню проходить внаслідок дифузії крізь площину $S = 1 \text{ м}^2$ за час $t = 1$ с? Густина газу біля площини $\rho = 20 \text{ кг} / \text{м}^3$, градієнт густини газу $d\rho/dx = 11,4 \text{ кг} / \text{м}^4$, температура 320 К.

Відповідь: $\Delta m = 3 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$.

2.42 Між двома коаксіальними циліндрами радіусами $R_1 = 5$ см і $R_2 = 5,2$ см і висотою $h = 20$ см знаходиться газ. Розрахуйте його коефіцієнт в'язкості, якщо під час обертання зовнішнього циліндра з частотою $\nu = 10$ с⁻¹ до внутрішнього циліндра треба прикласти момент сили $M = 4,4 \cdot 10^{-5}$ Н·м, щоб він не обертався.

Відповідь: $\eta = 8,6 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

2.43 У циліндричній посуді висотою $H = 0,5$ м і діаметром $d = 10$ см знаходиться розчин солі. Густина молекул солі на дні посудини дорівнює $\rho_1 = 50$ кг/м³, а біля поверхні $\rho_2 = 0,5$ кг/м³. Вважаючи, що концентрація молекул солі зменшується з висотою лінійно, розрахуйте потік маси. Коефіцієнт дифузії дорівнює $D = 10^{-9}$ м²/с.

Відповідь: $\Delta m / \Delta t = 7,8 \cdot 10^{-12}$ кг/с.

2.44 Між двома коаксіальними циліндрами радіусами $R_1 = 10$ см і $R_2 = 10,5$ см і висотою $h = 50$ см знаходиться вуглекислий газ (CO_2) за нормальних умов. Зовнішній циліндр обертається зі швидкістю $\omega = 40$ с⁻¹. Яку дотичну силу треба докласти до внутрішнього циліндра, щоб він залишався нерухомим?

Відповідь: $F = 3,7$ мН.

2.45 Чому дорівнює градієнт густини вуглекислого газу, що перенесений за рахунок дифузії у напрямку, перпендикулярному до плоскої поверхні $S = 1$ м², якщо за час $\tau = 1$ хв. перенесена маса $m = 0,5$ г, температура процесу стала $T = 300$ К, тиск нормальний.

Відповідь: $d\rho / dx = 1,14$ кг/м⁴.

2.46 Гелій знаходиться під тиском $2 \cdot 10^5$ Па. Як змінилася внутрішня енергія газу, якщо він розширився від $V_1 = 10$ л до $V_2 = 15$ л:

- 1) процес ізобарний;
- 2) процес адіабатний ?

Відповідь: $\Delta U_1 = 150$ Дж; $\Delta U_2 = -710$ Дж.

2.47 Водень масою $m = 200$ г за температури 400 К ізобарно розширюється так, що його об'єм змінюється в $n = 3$ рази. Далі газ охолоджується при сталому об'ємі. Точки початкового і кінцевого станів

лежать на одній ізотермі. Яку роботу виконав газ? Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії газу і одержана газом кількість теплоти?

Відповідь: $A = 665 \text{ кДж}$; $\Delta U = 0$; $Q = 665 \text{ кДж}$.

2.48 Деяка кількість кисню адіабатично стискується від об'єму V_1 до $V_2 = 0,5V_1$. Як зміниться при цьому його температура, якщо її початкове значення $T_1 = 280 \text{ К}$?

Відповідь: $\Delta T = 90 \text{ К}$.

2.49 Азот під тиском $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ займає об'єм $V_1 = 50 \text{ л}$, далі внаслідок ізохорного процесу тиск зростає до $p_2 = 600 \text{ кПа}$ і ізобарно об'єм збільшується до $V_3 = 150 \text{ л}$. Знайти зміну внутрішньої енергії газу ΔU , виконану газом роботу A і теплоту Q , яку дістав газ. Побудувати графік процесу.

Відповідь: $\Delta U = 200 \text{ кДж}$; $A = 60 \text{ кДж}$; $Q = 260 \text{ кДж}$.

2.50 Однакові гази знаходяться у теплоізольованих балонах об'ємами $V_1 = 4 \text{ л}$ і $V_2 = 8 \text{ л}$ під тисками відповідно $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ і $p_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ і температурах $T_1 = 280 \text{ К}$ і $T_2 = 350 \text{ К}$. Балони з'єднуються трубкою і гази змішуються. Який тиск і температуру має газ після змішування?

Відповідь: $p = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T = 336 \text{ К}$.

2.51 Чому дорівнює маса гелію, якщо за початкової температури $T_1 = 500 \text{ К}$ він адіабатно розширився від об'єму V_1 до $V_2 = nV_1$ ($n = 10$), і при цьому його внутрішня енергія змінилася на $36,5 \text{ кДж}$?

Відповідь: $m = 30 \text{ г}$.

2.52 Як зміниться температура неону, якщо газу при сталому об'ємі $V = 10 \text{ л}$ і за нормальних умов було передано $0,55 \text{ кДж}$ теплоти?

Відповідь: $\Delta T = 100 \text{ К}$.

2.53 Один моль водню за температури $T_1 = 400 \text{ К}$ адіабатно розширився так, що його тиск зменшився в $n = 5$ разів. Розрахувати температуру газу T_2 після розширення і роботу, виконану газом.

Відповідь: $T_2 = 253 \text{ К}$; $A = 3,075 \text{ кДж}$.

2.54 Як змінився об'єм кисню, якщо в процесі ізотермічного розширення 20 г газу при $T = 350 \text{ К}$ він дістав 2 кДж теплоти?

Відповідь: збільшився в 3 рази.

2.55 У вертикальному циліндрі об'ємом $V_1 = 100 \text{ см}^3$ під поршнем масою $m = 50 \text{ кг}$ і площею поперечного перерізу $S = 20 \text{ см}^2$ знаходиться газ за температури $T_1 = 300 \text{ К}$. Знайти роботу розширення газу під час нагрівання його на $\Delta T = 150 \text{ К}$. Атмосферний тиск нормальний.

Відповідь: $A = 17,3 \text{ Дж}$.

2.56 Визначити питомі теплоємності c_p і c_v суміші кисню масою $m_1 = 5 \text{ г}$ і аргону масою $m_2 = 3 \text{ г}$.

Відповідь: $c_v = 523 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $c_p = 763 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

2.57 Знайдіть молярні теплоємності суміші азоту й аргону, якщо масова частка аргону $\omega = 0,35$.

Відповідь: $C_v = 17,9 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$; $C_p = 26,2 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$

2.58 Ідеальний газ за нормальних умов має густину $\rho_0 = 1,43 \text{ кг/м}^3$. Знайти його молярну масу, визначити, що це за газ, і обчислити його питомі теплоємності c_p і c_v .

Відповідь: $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$; $c_p = 909 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $c_v = 649 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

2.59 Ідеальний газ складається з 3 молів двохатомного газу і 5 молів багатоатомного. Розрахуйте показник адіабати газу.

Відповідь: $\gamma = 1,36$.

2.60 Визначити показник адіабати суміші неону та водню, які за однакових умов знаходяться в однакових об'ємах.

Відповідь: $\gamma = 1,5$.

2.61 Молярна теплоємність повітря при сталому тиску змінюється з температурою за законом $C_p = a + bT$, де $a = 17,18 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$, $b = 3,20 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К}^2)$. Знайти зміну ентропії при охолодженні 87 г повітря від 80°С до 20°С .

Відповідь: $\Delta S = -10,2 \text{ Дж/К}$.

2.62 Водяна пара ізобарично охолоджується від 400°С до 100°С і конденсується в нормальній точці кипіння. Знайти зміну ентропії 54 г водяної

пари в цьому процесі, якщо молярна теплоємність пари змінюється за законом $C_p = a - bT$, де $a = 18,45 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$; $b = 3,53 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К}^2)$.

Відповідь: $\Delta S = -360 \text{ Дж/К}$.

2.63 Розрахувати зміну ентропії після необоротного процесу змішування двох газів: кисню масою 64 г, що знаходиться в балоні об'ємом 10 л, і азоту масою 28 г в балоні об'ємом 20 л. Балони з'єднані трубою з краном і кран відкривається. Тиск і температура обох газів однакові.

Відповідь: $\Delta S = 13,8 \text{ Дж/К}$.

2.64 Як змінилась ентропія газу під час охолодження водню масою 4 кг від температури $t_1 = 127^\circ\text{C}$ до температури $t_2 = 27^\circ\text{C}$ в ізохорному процесі?

Відповідь: $\Delta S = -12 \text{ кДж/К}$.

2.65 Розрахуйте зміну ентропії 0,5 кг льоду під час перетворення його на воду з температурою 17°C . Теплоємності льоду і води вважати сталими.

Відповідь: $\Delta S = 780 \text{ Дж/К}$.

2.66 Як зміниться ентропія системи під час ізотермічного розширення азоту масою $m = 20 \text{ г}$ від об'єму $V_1 = 15 \text{ л}$ до $V_2 = 50 \text{ л}$?

Відповідь: $\Delta S = 7,15 \text{ Дж/К}$.

2.67 Розрахуйте зміну ентропії 2 кг води при $t = 27^\circ\text{C}$ після перетворення її на лід за температури -18°C .

Відповідь: $\Delta S = -3,5 \text{ кДж/К}$.

2.68 У термостаті, теплоємністю якого можна знехтувати, перемішується 3 л води при $t_1 = 90^\circ\text{C}$ з 8 л води при $t_2 = 10^\circ\text{C}$. Чому дорівнює загальна зміна ентропії води? Теплоємність води вважати сталою.

Відповідь: $\Delta S = 323 \text{ Дж/К}$.

2.69 Яку кількість теплоти одержує термодинамічна система під час зворотного нагрівання від 280 К до 320 К, якщо її ентропія змінюється залежно від температури як $S = a + bT$, де a – константа, $b = 3 \text{ Дж/К}^2$.

Відповідь: $Q = 36 \text{ кДж}$.

2.70 Вуглекислий газ масою 250 г був ізохорно охолоджений так, що його тиск зменшився у $n = 5$ разів, а потім ізобарно нагрітий так, що його об'єм збільшився у $n = 5$ разів. Як змінилась ентропія газу внаслідок цих процесів?

Відповідь: $\Delta S = 76 \text{ Дж/К}$.

2.71 Робочим тілом теплової машини є одноатомний ідеальний газ. У початковому стані температура газу $T_1 = 300$ К, після ізобарного розширення температура газу дорівнює $T_2 = 500$ К. Ізохорний процес доводить температуру газу до $T_3 = 200$ К. Внаслідок адіабатичного процесу газ повертається до початкового стану. Знайти ККД циклу.

Відповідь: $\eta = 10 \%$.

2.72 Холодильна машина працює за циклом Карно. Температура, яку треба підтримувати $T_2 = 250$ К, температура оточуючого повітря $T_1 = 300$ К. Від охолоджуваного тіла відводиться $Q = 5$ кДж теплоти. Чому дорівнює механічна робота, що виконується за один цикл?

Відповідь: $A = 10^3$ Дж.

2.73 Оборотний цикл для 2 молів ідеального газу складається з ізохори, ізотерми та ізобари. Початкові умови: тиск $p_1 = 1,5 \cdot 10^5$ Па, об'єм $V_1 = 10$ л; після ізохорного нагрівання температура газу підвищується до $T_2 = 500$ К, а ізотермічне розширення призводить тиск до початкової величини; ізобарне стискання повертає газ у вихідне положення. Знайти ККД циклу.

Відповідь: $\eta = 30 \%$.

2.74 Оборотний цикл для двоатомного ідеального газу складається з двох ізобар і двох ізотерм. Початковий стан характеризується тиском $p_1 = 5 \cdot 10^5$ Па і температурою $T_1 = 350$ К. Внаслідок ізобарного розширення температура підвищилася до $T_2 = 700$ К, за цієї температури газ ізотермічно розширився так, що тиск став дорівнювати $p_2 = 10^5$ Па. Завдяки ізобарному стисканню у газі встановилася початкова температура T_1 , за якої ізотермічно був досягнутий початковий стан. Розрахувати ККД циклу.

Відповідь: $\eta = 44,2 \%$.

2.75 Знайти ККД циклу Карно, якщо внаслідок адіабатичного розширення двоатомного газу його об'єм змінився від 0,7 л до 1,2 л.

Відповідь: $\eta = 20\%$.

2.76 Коефіцієнт корисної дії машини Карно, що застосовується як холодильна машина, $\eta = 38\%$. За кожен цикл машина виконує роботу $A = 20$ кДж. Яку кількість тепла Q_2 ця машина може перевести від холодильника до нагрівача за один цикл?

Відповідь: $Q_2 = 32,6$ кДж.

2.77 Знайти ККД оборотного циклу для одного моля ідеального двохатомного газу, який починається з ізобарного розширення, що супроводжується зміною температури від $T_1=300$ К до $T_2=600$ К, далі внаслідок ізохорного процесу тиск зменшується, температура газу знижується до початкової $T_3 = T_1$; ізотермічно газ повертається у вихідний стан.

Відповідь: $\eta = 8,8\%$.

2.78 Ідеальний газ виконує цикл, що складається з ізохорного підвищення температури від $T_1=350$ К до $T_2=600$ К, адіабатичного розширення, внаслідок чого температура знижується до початкової, та ізотермічного стискання газу до початкового об'єму. Знайти ККД циклу.

Відповідь: $\eta = 24,5\%$.

2.79 У скільки разів збільшиться ККД циклу Карно для ідеального газу, якщо температура нагрівача T_1' збільшиться на 80%, а температура холодильника T_2' зменшиться на 10%. Початкове співвідношення температур $T_1 / T_2 = n = 2$.

Відповідь: $\eta' / \eta = 1,5$.

2.80 Ідеальна холодильна машина, яка працює за оборотним циклом Карно, передає тепло від холодильника з водою при температурі $T_2 = 273$ К нагрівачу з водою за температури $T_1 = 372$ К. Яку кількість води m_g треба заморозити в холодильнику, щоб перетворити на пар воду масою $m_n = 0,5$ кг у нагрівачу?

Відповідь: $m_g = 2,47$ кг.

3 ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

3.1 Мета заняття

Засвоїти основні закони електростатики та теорії постійного електричного струму, а також опанувати підходи та методи розв'язування задач за цими розділами, а саме:

- навчитися розраховувати напруженість електричного поля, створеного системою точкових електричних зарядів і об'ємними зарядженими тілами;
- набути практичних навичок розрахунку потенціалу та різниці потенціалів електростатичних полів, які створені зарядами, зарядженими провідниками;
- засвоїти зміст основних законів теорії постійного електричного струму – узагальненого закону Ома, правила Кірхгофа та закону Джоуля–Ленца;
- навчитися розраховувати електричні кола, тобто, маючи довільне електричне коло і будь-які його параметри (електрорушійну силу (ЕРС), опір та ін.), вміти визначити інші невідомі величини (силу струму, роботу, потужність, кількість теплоти тощо)

3.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи

Під час підготовки до заняття необхідно ознайомитися з контрольними запитаннями і завданнями. Вивчити відповідний теоретичний матеріал за конспектом та відповідними розділами навчальних посібників і підручників. Так, для опанування матеріалу з електростатики необхідно опрацювати [4, розд. 1; 5, розд. 1; 6, розд. 3; 7, розд. 11, 12; 8, розд. 3.1–3.4; 9, розд. 3.1; 10]. Особливу увагу слід звернути на поняття точкового заряду, пробного заряду та на межу застосування закону Кулона, за яким визначається сила взаємодії двох точкових зарядів. Крім цього слід звернути увагу на зв'язок між напруженістю електричного поля, яка є векторною величиною та потенціалом електричного поля, який є величиною скалярною, та засвоїти поняття градієнта скалярної величини. Окремо необхідно приділити увагу такому поняттю як електричний диполь та електричним характеристикам, що описують його поле.

Для опанування матеріалу з теорії постійного електричного струму слід скористатися конспектом лекцій та засвоїти матеріал, викладений у [4, розд. 4; 5, розд. 4; 6, розд. 4; 8, розд. 3.5; 9, розд. 3.3], відповісти на контрольні запитання та проаналізувати розв'язання завдань, наведених як приклади.

3.3 Основні закони і формули

1. Закон Кулона:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}},$$

де $\vec{F}_{12}$ – сила взаємодії точкових зарядів q_1 та q_2 ; $\vec{r}_{12}$ – вектор, проведений від заряду 1 до заряду 2, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала, ϵ – діелектрична проникність середовища.

2. Закон збереження заряду:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \text{const},$$

де $\sum_{i=1}^n Q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, що входять до складу ізольованої системи, i – кількість зарядів.

3. Напруженість електричного поля:

$$\vec{E} = \vec{F}/Q,$$

де F – сила, яка діє на точковий позитивний заряд Q , що знаходиться в даній точці поля.

4. Сила, що діє на точковий заряд Q , який знаходиться в електричному полі:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

5. Принцип суперпозиції електричних полів.

Напруженість поля, створеного системою точкових зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що створюються в даній точці кожним із зарядів системи:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

6. Потік вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ через замкнену поверхню:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS,$$

Інтегрування ведеться по всій поверхні.

7. Теорема Гаусса. Потік вектора напруженості системи точкових зарядів крізь довільну поверхню, яка охоплює заряди $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$:

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i,$$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i.$$

де $\sum_{i=1}^n Q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, що знаходяться всередині замкненої поверхні,

n – кількість зарядів.

8. Напруженість електростатичного поля, створеного точковим зарядом Q на відстані r від заряду:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q\vec{r}}{\epsilon r^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\epsilon r^2}.$$

9. Напруженість електростатичного поля, створеного прямою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані r від її осі:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{\epsilon r},$$

де τ – лінійна густина заряду.

10. Лінійна густина заряду – величина, яка дорівнює відношенню заряду, розподіленого по нитці, до довжини цієї нитки (циліндра), тобто це заряд одиниці довжини нити:

$$\tau = dQ/dl.$$

11. Напруженість однорідного електростатичного поля рівномірно зарядженої нескінченної площини:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0},$$

де σ – поверхнева густина заряду.

12. Поверхнева густина заряду – величина, яка дорівнює відношенню заряду, неперервно і рівномірно розподіленого по поверхні, до площі цієї поверхні, тобто це заряд одиниці площі поверхні:

$$\sigma = dQ/dS.$$

13. Напруженість електростатичного поля кулі радіуса R , рівномірно зарядженої по об'єму:

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2, \text{ для } r \geq R;$$

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}, \text{ для } r \leq R,$$

де ρ – об'ємна густина заряду.

14. Об'ємна густина заряду – величина, яка дорівнює відношенню заряду, неперервно і рівномірно розподіленого по об'єму до величини цього об'єму, тобто це заряд одиниці об'єму:

$$\rho = dQ/dV.$$

15. Зв'язок між векторами електростатичної індукції (електричне зміщення) $\vec{D}$ та напруженістю електричного поля $\vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Це співвідношення справедливе лише для ізотропних діелектриків.

16. Теорема Гаусса для вектора електростатичного зміщення: Потік вектора електростатичного зміщення крізь будь-яку замкнену поверхню:

$$\Phi_D = \sum_{i=1}^n Q_i,$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n Q_i,$$

де n – число вільних зарядів, що знаходяться всередині замкненої поверхні.

17. Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

18. Потенціал електростатичного поля:

$$\varphi = W/q, \text{ або } \varphi = A/q,$$

де W – потенціальна енергія, A – робота сил поля з переміщення точкового позитивного заряду з даної точки поля на нескінченність.

Потенціал електричного поля на нескінченності прийнято за нуль.

19. Потенціал електричного поля, створений точковим зарядом Q , на відстані r від заряду:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\epsilon r}.$$

20. Потенціал електростатичного поля, створений системою n точкових зарядів, у даній точці, згідно з принципом суперпозиції електричних полів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, що створюються окремими зарядами $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

21. Потенціал електростатичного поля, створеного металевою кулькою радіуса R , яка має заряд Q на відстані r від центра:

всередині сфери і на поверхні сфери ($r \leq R$) $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R};$

поза сферою ($r > R$) $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$

В усіх формулах ϵ – діелектрична проникність однорідного діелектрика, що оточує кульку.

22. Енергія W взаємодії точкових зарядів $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i,$$

де φ_i – потенціал поля, створеного $(n-1)$ зарядами (за винятком i -го) в точці, де знаходиться заряд Q_i .

23. Вектор напруженості електростатичного поля за модулем дорівнює градієнту потенціалу, а напрямок має протилежний:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi,$$

де
$$\text{grad} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}.$$

В однорідному полі:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

У випадку поля з центральною або осьовою симетрією:

$$E = -d\varphi/dr.$$

24. Робота електричного поля з переміщення точкового заряду Q з однієї точки поля з потенціалом φ_1 в іншу, з потенціалом φ_2 :

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ або } A = Q \int_L E_l dl,$$

$$\text{звідки } \varphi_1 - \varphi_2 = \int_L \vec{E} d\vec{l}$$

де E_l – проєкція вектора напруженості $\vec{E}$ на напрямок переміщення, $d\vec{l}$ – переміщення.

У випадку однорідного поля

$$A = QEl \cos \alpha,$$

де l – переміщення, α – кут між напрямками векторів $\vec{E}$ і $\vec{l}$.

25. Електричний момент диполя

$$\vec{p}_e = |Q| \vec{l},$$

де Q – заряд, $\vec{l}$ – плече диполя (векторна величина, напрямлена від негативного заряду до позитивного. Чисельно вона дорівнює відстані між зарядами).

26. Потенціал φ і напруженість електростатичного поля $\vec{E} \cos^{-1} \theta$, створеного диполем в точці A , розташованій на осі диполя на відстані r від його центра ($r \gg l$):

$$\varphi_e = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

$$\vec{E}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{p}_e}{r^3},$$

де $\vec{p}_e$ – електричний момент диполя, $\vec{r}$ – радіус-вектор, що визначає положення точки A відносно центра диполя, ϵ_0 – електрична стала.

27. Потенціал і напруженість електричного поля $\vec{E}$, створеного диполем у точках площини перпендикулярної до осі диполя, яка проходить крізь його центр:

$$\varphi_{\perp} = 0;$$

$$\vec{E}_{\perp} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{p}_e}{r^3}.$$

Позначення ті самі.

28. Потенціал і напруженість електричного поля $\vec{E}$, створеного диполем у довільній точці простору A :

$$\varphi = \frac{p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p_e}{r^3} \cdot \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha},$$

де α – кут між моментом диполя $\vec{p}_e$ та радіус-вектором $\vec{r}$, інші позначення такі самі.

29. Механічний момент $\vec{M}$, що діє на диполь, електричний момент якого $\vec{p}_e$, в однорідному електричному полі з напруженістю $\vec{E}$:

$$\vec{M} = [\vec{p}_e; \vec{E}], \text{ або } M = \vec{p}_e E \sin \alpha,$$

де α – кут між напрямками векторів $\vec{p}_e$ і $\vec{E}$.

30. Електроємність провідника (конденсатора):

$$C = \Delta Q / \Delta \varphi,$$

де ΔQ – заряд провідника (конденсатора).

31. Електроємність сфери радіуса R , що знаходиться в нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ϵ :

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

32. Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

де S – площа пластини (однієї), d – відстань між пластинами, ϵ – діелектрична проникність діелектрика, що заповнює простір між пластинами, ϵ_0 – електрична стала.

33. Електроємність батареї конденсаторів:

$$\text{а) } \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \text{ – при послідовному з'єднанні;}$$

$$\text{б) } C = \sum_{i=1}^n C_i \text{ – при паралельному з'єднанні,}$$

де n – число конденсаторів у батареї.

34. Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{Q^2}{2C}; \quad W = \frac{QU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}.$$

35. Об'ємна густина енергії електричного поля:

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D},$$

де E – напруженість електростатичного поля в середовищі з діелектричною проникністю ε , D – електростатичне зміщення.

36. Сила постійного струму:

$$I = Q/t,$$

де Q – заряд, що проходить через поперечний переріз провідника за час t .

37. Густина струму:

$$j = I/S,$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

38. Закон Ома:

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ для однорідної ділянки кола (ділянки, на якій не діє ЕРС),

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола, R – опір ділянки;

б) $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R}$ – для неоднорідної ділянки кола (ділянки кола, на якій

діє з ЕРС), де ε – електрорушійна сила джерела струму, R – повний опір (сума зовнішнього та внутрішнього опорів);

в) $I = \frac{\varepsilon}{R + R_i}$ – для замкненого кола, де R – зовнішній опір, R_i – опір

джерела струму.

39. Закони Кірхгофа:

а) $\sum I_i = 0$ – перший закон;

б) $\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$ – другий закон,

де $\sum I_i$ – алгебраїчна сума сил струмів у вузлі; $\sum I_i R_i$ – алгебраїчна сума падінь напруги на окремих ділянках кола, $\sum \varepsilon_i$ – алгебраїчна сума електрорушійних сил джерела струму.

40. Опір лінійного провідника циліндричної форми:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ – питомий опір, l – довжина провідника, S – поперечний переріз провідника.

41. Опір системи провідників:

а) $R = \sum_{i=1}^n R_i$ при послідовному з'єднанні;

б) $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$ при паралельному з'єднанні,

де R_i – опір i -го провідника.

42. Робота електричного струму:

$$A = IUt; \quad A = I^2Rt; \quad A = U^2t/R.$$

43. Потужність струму:

$$P = IU; \quad P = I^2R; \quad P = U^2/R.$$

44. Закон Джоуля–Ленца:

$$Q = I^2Rt,$$

де Q – кількість теплоти, що виділяється на ділянці кола за час t .

45. Закон Ома в диференціальній формі:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

де σ – питома провідність, $\vec{E}$ – напруженість електричного поля.

46. Зв'язок густини струму з середньою швидкістю $\langle v \rangle$ упорядкованого руху носіїв заряду та їх концентрації n :

$$\vec{j} = en \langle \vec{v} \rangle,$$

де e – елементарний заряд.

47. Закони електролізу Фарадея.

Перший закон:

$$m = kQ,$$

де m – маса речовини, що виділяється на електроді під час пропускання через електроліт заряду Q , k – електрохімічний еквівалент речовини.

Другий закон:

$$k = \frac{M}{FZ},$$

де F – стала Фаредея, ($F = 96,5$ кКл/моль), M – молярна маса іонів даної речовини, Z – валентність іонів.

48. Зв'язок питомої провідності з рухливістю заряджених частинок (іонів):

$$\sigma = Qn(b_+ + b_-),$$

де Q – заряд іона, n – концентрація іонів, b_+ та b_- – рухливості позитивних та негативних іонів.

3.4 Контрольні запитання та завдання

1. Сформулюйте закон Кулона та запишіть формулу, яка його відображає.
2. Для яких зарядів можна застосовувати закон Кулона?
3. Який заряд називається точковим, пробним?
4. Дайте визначення напруженості електростатичного поля та наведіть формулу, що відображає фізичний зміст напруженості електростатичного поля.
5. Запишіть формулу, за якою визначається сила, яка діє на точковий заряд, що знаходиться в електричному полі.
6. Які властивості має електростатичне поле?
7. Дайте визначення ліній напруженості електричного поля.
8. Сформулюйте принцип суперпозиції електричних полів та наведіть формулу, яка його відображає.
9. Запишіть формулу, за якою можна визначити потік вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ через замкнену поверхню.
10. Сформулюйте теорему Гауса та наведіть формули, якими вона може бути описана.
11. Що таке циркуляція вектора напруженості електростатичного поля і чому вона дорівнює?
12. Запишіть формулу, за якою можна визначити напруженість електростатичного поля, створеного точковим зарядом Q на деякій відстані r від нього.
13. Запишіть формулу, за якою можна визначити напруженість електростатичного поля, створеного прямою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані r від її осі.

14. Дайте визначення лінійної густини заряду та наведіть формулу, яка відображає це визначення.

15. Наведіть формулу, за якою можна визначити напруженість однорідного електростатичного поля рівномірно зарядженої нескінченної площини.

16. Дайте визначення поверхневої густини заряду та наведіть формулу, яка відображає це визначення.

17. Наведіть формулу, за якою можна визначити напруженість електростатичного поля кулі радіуса R , рівномірно зарядженої за об'ємом.

18. Дайте визначення об'ємної густини заряду та наведіть формулу, яка відображає це визначення.

19. Сформулюйте теорему Гауса для вектора електростатичного зміщення та наведіть формули, якими вона може бути описана.

20. Що називається потенціалом електричного поля? Наведіть формулу, що відображає фізичний зміст потенціалу електричного поля.

21. Наведіть формулу, за якою можна визначити потенціал електричного поля, створений точковим зарядом на деякій відстані r від нього.

22. Чому дорівнює потенціал електростатичного поля, створеного металевою кулькою радіуса R , яка має заряд Q на відстані r від центра?

23. Наведіть формулу, за якою можна визначити потенціальну енергію взаємодії двох точкових електричних зарядів?

24. Наведіть формулу, яка зв'язує вектор напруженості електричного поля з потенціалом.

25. Що таке різниця потенціалів?

26. Наведіть формулу, за якою можна визначити, чому дорівнює робота сил електричного поля з переміщення заряду з точки 1 в точку 2?

27. Дайте визначення електричного диполя.

28. Наведіть формули, які визначають величину потенціалу та напруженості електростатичного поля, створеного електричним диполем у точці, розташованій на осі диполя на відстані r від його центра.

29. Наведіть формули, які визначають величину потенціалу та напруженості електростатичного поля, створеного електричним диполем у точках площини, перпендикулярної до осі диполя, яка проходить крізь його центр.

30. Наведіть формули, за якими можна визначити величину потенціалу та напруженості електричного поля, створеного електричним диполем у довільній точці простору.

31. Що називають електроємністю провідника (конденсатора)? Запишіть формулу, яка визначає електроємність провідника (конденсатора).

32. Наведіть формулу, за якою розраховується ємність плоского конденсатора.

33. Наведіть формули, за якими розраховується електроємність батареї конденсаторів а) при послідовному з'єднанні, б) при паралельному з'єднанні.

34. Наведіть формулу, за якою можна визначити енергію зарядженого конденсатора.

35. Що називають постійним електричним струмом?

36. Дайте визначення поняттям сила струму і густина струму та наведіть формули, які визначають ці поняття.

37. Що розуміють під сторонніми силами і яка їхня роль у колі постійного струму?

38. Сформулюйте закон Ома для однорідної ділянки кола та наведіть формулу, яка його визначає.

39. Сформулюйте закон Ома для неоднорідної ділянки кола та наведіть формулу, яка його визначає.

40. Сформулюйте закон Ома для замкненого кола та наведіть формулу, яка його визначає.

41. Сформулюйте перший закон Кірхгофа та наведіть формулу, яка його визначає.

42. Сформулюйте другий закон Кірхгофа та наведіть формулу, яка його визначає.

43. Що таке електроопір провідника та від чого залежить?

44. Наведіть формулу, за якою можна визначити опір однорідного лінійного провідника циліндричної форми.

45. Наведіть формули, за якими розраховується опір системи провідників: а) при послідовному з'єднанні, б) при паралельному з'єднанні.

46. Наведіть формули, за якими розраховується робота електричного струму.

47. Наведіть формули, за якими розраховується потужність електричного струму.

48. Сформулюйте другий закон Джоуля–Ленца та наведіть формулу, яка його визначає.

49. Сформулюйте закон Ома в диференціальній формі та наведіть формулу, яка його визначає.

50. Наведіть формулу, що зв'язує густину струму $\vec{j}$ з середньою швидкістю $\langle v \rangle$ упорядкованого руху носіїв заряду та їх концентрацією n .

3.5 Приклади розв'язання задач

Задача 1. Тонкий стрижень довжиною $l = 0,2$ м несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 10$ нКл/м. Знайти напруженість E та потенціал φ , створені розподіленим зарядом у точці A , що лежить на осі стрижня на відстані $a = l = 0,2$ м від його кінця.

Розв'язання

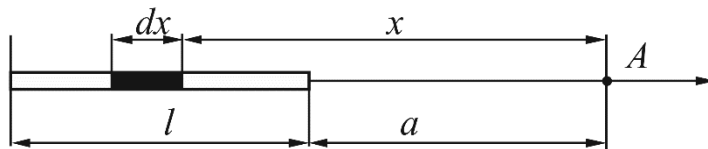


Рисунок 3.1

Розглядається поле, що створює розподілений заряд. На стрижні беруть малий відрізок довжиною dx . Тоді заряд цього відрізка можна вважати точковим і рівним $dq = \tau dx$, де τ – лінійна густина заряду. Напруженість dE , яку створює заряд dq у точці A на відстані x від цього заряду, можна знайти за формулою:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{x^2},$$

а потенціал:

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{x}.$$

За принципом суперпозиції електричних полів:

$$E = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_l^{2l} \frac{dx}{x^2} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_l^{2l} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 2l} X_1, \dots, X_n$$

$$\varphi = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_l^{2l} \frac{dx}{x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln x \Big|_l^{2l} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2.$$

Після підстановки числових значень одержимо:

$$E = \frac{10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^9}{2 \cdot 0,2} = 225 \text{ В/м},$$

$$\varphi = 10^8 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0,693 = 62,4 \text{ В}.$$

Задача 2. Дві концентричні провідні сфери радіусами $R_1 = 6$ см і $R_2 = 10$ см несуть заряди $Q_1 = 1$ нКл і $Q_2 = -0,5$ нКл. Використовуючи

теорему Гаусса, знайти напруженість $\vec{E}$ поля в точках, які знаходяться від центра сфер на відстанях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см та $r_3 = 15$ см. Побудувати графік $E(r)$.

Розв'язання

1. Проведемо гауссову поверхню S_1 радіусом $r_1 < R_1$ (область I, рис. 3.2).

За теоремою Гаусса:

$$\oint_S E_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i / \varepsilon_0 = 0$$

(оскільки заряд всередині цієї гауссової поверхні дорівнює нулю).

Із міркувань симетрії

$$E_n = E_1 = \text{const} \Rightarrow E_1 \oint_{S_1} dS = 0$$

$E_1 = 0$ в усіх точках, для яких $r_1 < R_1$.

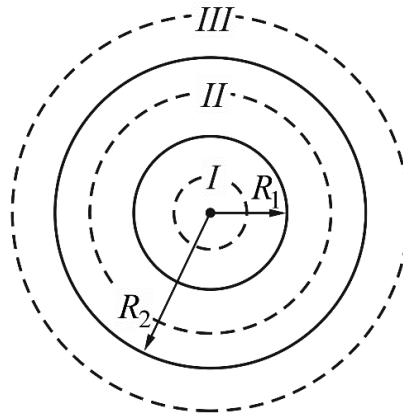


Рисунок 3.2

2. В області II гауссову поверхню проведемо радіусом $R_1 < r_2 < R_2$.

У цьому випадку:

$$\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \varepsilon_0$$

(всередині гауссової поверхні знаходиться тільки заряд Q_1).

Оскільки $E_n = E_2 = \text{const}$, то

$$E_2 \oint_{S_2} dS = Q_1 / \varepsilon_0 \quad \text{або} \quad E_2 S_2 = Q_1 / \varepsilon_0 ;$$

$$E_2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S_2} ; \quad S_2 = 4\pi r_2^2 ;$$

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi \varepsilon_0 r_2^2} .$$

3. В області III проведемо гауссову поверхню радіусом $r_3 > R_2$.

Тоді:
$$\oint_{S_3} E_n dS = \frac{Q_1 + Q_2}{\epsilon_0}$$

(всередині цієї гауссової поверхні знаходяться заряди Q_1 і Q_2).

Враховуючи те, що $Q_2 < 0$, одержимо:

$$E_3 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}.$$

Після підстановки числових значень одержимо:

$$E_1 = 0; \quad E_2 = 1,11 \text{ кВ/м}; \quad E_3 = 200\sqrt{2} \text{ В/м}.$$

Побудуємо графік $E(r)$:

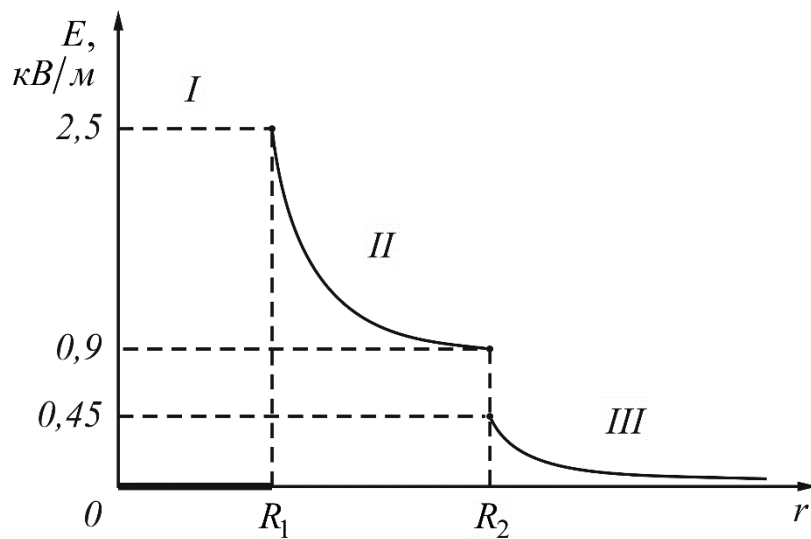


Рисунок 3.3

В області I ($r_1 < R_1$); $E = 0$.

В області II ($R_1 < r_2 < R_2$); $E(r) \sim 1/r^2$.

У точці $r = R_1$; $E_2(R_1) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} = 2,5 \text{ кВ/м}$.

У точці $r = R_2$; $E_2(R_2) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} = 0,9 \text{ кВ/м}$ ($r \rightarrow R_2$ зліва).

У області III ($r > R_2$); $E(r) \sim 1/r^2$.

У точці $r = R_2$; $E_2(R_2) = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} = 0,45 \text{ кВ/м}$ ($r \rightarrow R_2$ справа).

Таким чином, функція $E(r)$ в точках $r = R_1$ і $r = R_2$ має розрив.

Задача 3. Розрахувати напруженість поля прямої нескінченної нитки, яка рівномірно заряджена з лінійною густиною τ , в точці O , яка знаходиться від нитки на відстані r_0 .

Розв'язання

1. Застосуємо теорему Гаусса. Оскільки поле симетричне, то вектор напруженості в будь-якій точці перпендикулярний до циліндричної поверхні, що проходить через цю точку. Вісь симетрії цієї поверхні співпадає з ниткою. Тому за гауссову поверхню слід взяти циліндр довжиною l з віссю симетрії, співпадаючою з ниткою, а бокова поверхня циліндра проходить через точку O (рис. 3.4).

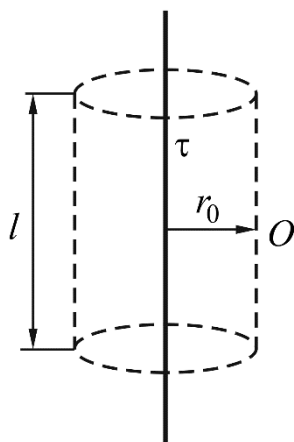


Рисунок 3.4

Потік вектора E через бокову поверхню циліндра $\Phi_E = 2\pi r_0 l E$, а елементарний заряд, що знаходиться всередині циліндра, – $Q = \tau l$.

За теоремою Гаусса:

$$2\pi r_0 l E = \tau l / \epsilon_0.$$

Звідки

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

2. Застосуємо диференціально-інтегральний метод. Розіб'ємо нитку на такі малі елементи довжини, щоб заряд на кожному з них можна було вважати точковим і рівним $dq = \tau dl$ (рис 3.5). Напруженість, яку утворює цей заряд у точці O :

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

де r – відстань від елемента dl до точки O .

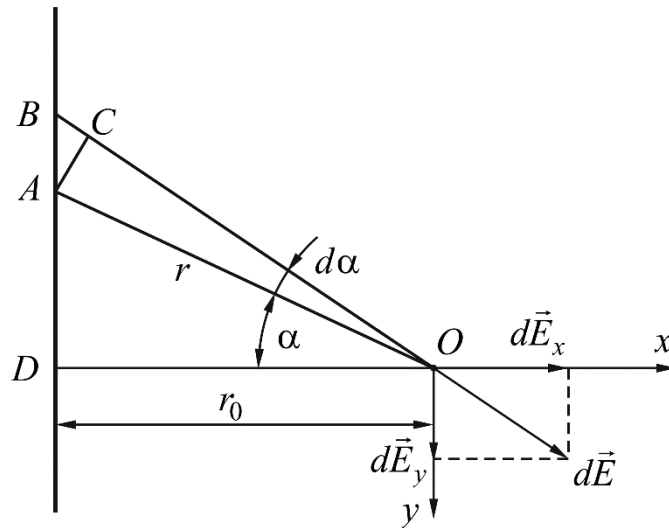


Рисунок 3.5

З рисунка: $r = \frac{r_0}{\cos \alpha}$; $AC = r d\alpha = \frac{r_0 d\alpha}{\cos \alpha}$; $dl = \frac{AC}{\cos \alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\cos^2 \alpha}$.

Напруженість: $dE = \frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0}$;

$$d\vec{E} = dE_x \vec{i} + dE_y \vec{j}; \quad dE_x = \frac{\tau \cos \alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0}; \quad dE_y = \frac{\tau \sin \alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0}.$$

$$E_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\tau \cos \alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r_0}; \quad E_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\tau \sin \alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} = 0.$$

Таким чином,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r_0},$$

що співпадає з виразом, одержаним за допомогою теореми Гаусса.

Задача 4. Третина тонкого кільця радіусом 15 см несе рівномірно розподілений заряд $Q=10$ нКл. Знайти напруженість $\vec{E}$ і потенціал ϕ електричного поля, утвореного цим розподіленим зарядом у точці O , що співпадає з центром кільця.

Розв'язання

Із міркувань зручності осі координат оберемо так, щоб початок координат співпадав з центром кривизни дуги, а вісь OY була б розташована симетрично відносно кінців дуги (рис. 3.6).

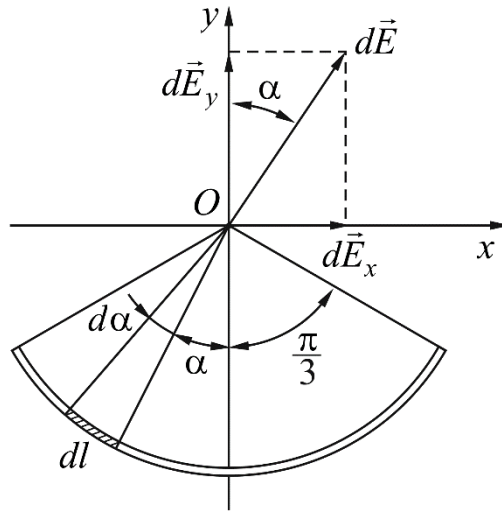


Рисунок 3.6

Візьмемо на дузі малий елемент dl , заряд якого можна вважати точковим і рівним $dQ = \tau dl$.

Напруженість $d\vec{E}$ поля, що утворює цей заряд у центрі кільця:

$$|d\vec{E}| = dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

$$d\vec{E} = dE_x \vec{i} + dE_y \vec{j}, \text{ а } \vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i} \int_l dE_x + \vec{j} \int_l dE_y.$$

Через симетрію задачі $\int_l dE_x = 0$, тоді $\vec{E} = \vec{j} \int_l dE_y$.

$$dE_y = dE \cos \alpha = \frac{\tau dl \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 R^2}; \quad dl = R d\alpha; \quad dE_y = \frac{\tau R}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos \alpha d\alpha.$$

Інтегрування ведеться від $-\pi/3$ до $\pi/3$.

$$E = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos \alpha d\alpha = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos \alpha d\alpha = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3Q}{4\pi^2\epsilon_0 R^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

де

$$\tau = \frac{Q}{\frac{1}{3}l} = \frac{3Q}{2\pi R}.$$

Потенціал електростатичного поля в точці O :

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 R}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\tau 2\pi R}{3 \cdot 4\pi\epsilon_0} = \frac{3Q}{2\pi R \cdot 6\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Після підстановки числових значень одержимо $E = 3,3 \text{ кВ/м}$; $\varphi = 600 \text{ В}$.

Задача 5. Дві концентричні металеві сфери, радіуси яких $R_1 = 4$ см і $R_2 = 10$ см, мають відповідно заряди $Q_1 = -20$ нКл і $Q_2 = 30$ нКл. Простір між сферами заповнено діелектриком з діелектричною проникністю $\varepsilon = 3$. Знайти поверхневі густини зв'язаних зарядів та величину цих зарядів. Знайти потенціали електростатичного поля на відстанях $r_1 < R_1$, $R_1 < r_2 < R_2$ та $R_2 > r_3$ від центра сфер. ($r_1 = 5$ см, $r_2 = 5$ см, $r_3 = 15$ см).

Розв'язання

Результуюче поле утворюється вільними зарядами Q_1 і Q_2 та зв'язаними Q'_1 і Q'_2 (рис. 3.7). Поверхневі густини зв'язаних зарядів σ'_1 і σ'_2 можна виразити через напруженість поля в діелектрику:

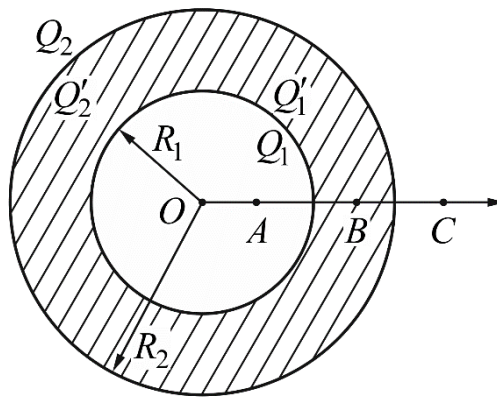


Рисунок 3.7

$$\sigma'_1 = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_{n1} = \frac{(\varepsilon - 1) Q_1}{4\pi \varepsilon_0 R_1^2},$$

$$\sigma'_2 = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_{n2} = \frac{(\varepsilon - 1) Q_1}{4\pi \varepsilon_0 R_2^2}.$$

Таким чином:

$$Q'_1 = \sigma'_1 \cdot 4\pi R_1^2 = \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} Q_1; \quad Q'_2 = \sigma'_2 \cdot 4\pi R_2^2 = \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} Q_1.$$

Відомо, що для рівномірно зарядженої сфери радіуса R у будь-якій точці всередині та на поверхні її потенціал поля в вакуумі:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R},$$

а поза сферою:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r},$$

де r – відстань точки від центра сфери, Q – заряд сфери.

Згідно з принципом суперпозиції, потенціали в точках A, B, C утворюють заряди Q_1, Q_2, Q'_1, Q'_2

У точці A , віддаленій від центра на відстань r_1 :

$$\begin{aligned}\varphi_A &= \frac{-Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{-Q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \\ &= -\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{(\epsilon-1)Q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_1} - \frac{(\epsilon-1)Q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \\ &= -\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_1} - \frac{(\epsilon-1)Q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}.\end{aligned}$$

У точці B , віддаленій від центра на відстань r_2 :

$$\begin{aligned}\varphi_B &= -\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{(\epsilon-1)Q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_2} - \frac{(\epsilon-1)Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \\ &= -\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_2} - \frac{(\epsilon-1)Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}\end{aligned}$$

У точці C , віддаленій від центра на відстань r_3 :

$$\varphi_C = -\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_3} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3}.$$

Задача 6. Заряд $Q = 20$ нКл рівномірно розподілений по об'єму кулі радіуса $R = 5$ см у вакуумі. Знайти енергію поля, створеного цією кулею.

Розв'язання

У випадку неоднорідного електричного поля енергія в об'ємі dV може бути обчислена за формулою:

$$W = \int_V w_e dV,$$

де w_e – густина енергії, dV – елементарний об'єм, у межах якого густина енергії вважається сталою (рис. 3.8).

Густина енергії у вакуумі:

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

де E – напруженість поля.

За теоремою Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}.$$

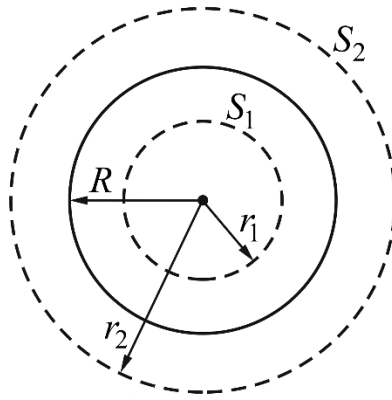


Рисунок 3.8

а) Проведемо гауссову поверхню радіусом $r < R$ (поверхня лежить всередині заряду Q). Тоді:

$$\Sigma q_i = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3,$$

де ρ – об’ємна густина заряду.

$$E \cdot 4\pi r^2 = \rho \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi r^3}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0},$$

$$w_{e1} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \frac{\rho^2 r^2}{9\epsilon_0^2} = \frac{\rho^2 r^2}{18\epsilon_0}.$$

б) Проведемо гауссову поверхню радіусом $r > R$ (поверхня охоплює весь заряд Q). Тоді:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

а густина енергії:

$$w_{e2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 r^4} = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4}.$$

Оберемо елементарний об’єм dV у формі сферичного шару товщиною dr . Тоді: $dV = 4\pi r^2 dr$.

Повна енергія електростатичного поля у всьому просторі:

$$W = \int_0^R w_{e1} dV + \int_R^\infty w_{e2} dV.$$

$$W = \int_0^R \frac{\rho^2 r^2}{18\epsilon_0} 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4} 4\pi r^2 dr =$$

$$= \frac{2}{9} \cdot \frac{\pi \rho^2}{\epsilon_0} \int_0^R r^4 dr + \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{2}{9} \cdot \frac{\pi \rho^2}{\epsilon_0} \frac{R^5}{5} + \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \frac{1}{R}.$$

Об'ємна густина ρ дорівнює:

$$\rho = \frac{Q \cdot 3}{4\pi R^3}.$$

Тоді

$$W = \frac{2}{9} \cdot \frac{\pi \cdot 9Q^2}{\epsilon_0 16\pi^2 R^6} \cdot \frac{R^5}{5} + \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0 R} =$$

$$= \frac{1}{40} \cdot \frac{Q^2}{\pi \epsilon_0 R} + \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0 R} = \frac{6Q^2}{40\pi \epsilon_0 R} = \frac{3Q^2}{20\pi \epsilon_0 R}.$$

Підставляючи числові значення, одержимо $W = 42,8$ мкДж.

Задача 7. Знайти силу струму, що проходить через елементи $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ якщо $\epsilon_1 = 2$ В, $r_1 = 0,5$ Ом; $\epsilon_2 = 4$ В, $r_2 = 1$ Ом; $\epsilon_3 = 1$ В, $r_3 = 0,5$ Ом; $R_4 = 0,5$ Ом; $R_5 = 1$ Ом.

Розв'язання

Перший закон Кірхгофа виконується для вузлів електричного кола. В даній схемі вузлів два, це точки A і B (рис. 3.9).

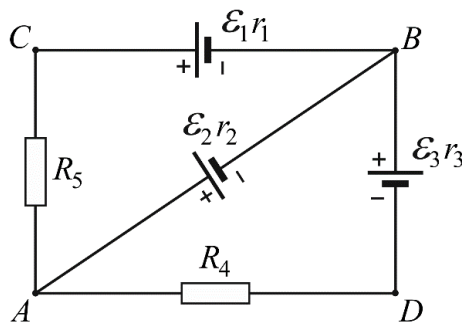


Рисунок 3.9

Для вузла A :

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (1)$$

Другий закон Кірхгофа виконується тільки в замкненому колі. Таких замкнених контурів три: $ACBA$, $ABDA$, $ACBDA$.

У замкненому колі $ACBA$:

$$\epsilon_2 - \epsilon_1 = I_2(r_2 + R_5) - I_1 r_1. \quad (2)$$

У замкненому колі $ABDA$:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = I_1 r_1 - I_3 (r_3 + R_4). \quad (3)$$

Розв'язуючи разом рівняння (1), (2) і (3), одержимо:

$$I_1 = -\frac{8}{3} \text{ А}, \quad I_2 = \frac{1}{3} \text{ А}, \quad I_3 = \frac{7}{3} \text{ А}.$$

Задача 8. У провіднику опором $R = 10 \text{ Ом}$ за $t = 30 \text{ с}$ сила струму змінилася від нуля до максимального його значення. Знайти кількість теплоти, яка виділилася за цей час у провіднику, якщо швидкість зростання сили струму $k = 0,5 \text{ А/с}$.

Розв'язання

Закон Джоуля–Ленца у вигляді

$$Q = I^2 R t.$$

виконується для постійного струму. В разі зміни струму з часом його можна застосувати для малого інтервалу часу dt . Тоді:

$$dQ = I^2 R dt.$$

За умов задачі сила струму зростає рівномірно, так що

$$I = kt,$$

$$dQ = k^2 t^2 R dt,$$

$$Q = \int_0^t k^2 t^2 R dt = k^2 R t^3 / 3.$$

Після підстановки числових значень, одержуємо $Q = 22,5 \text{ кДж}$.

3.6 Задачі для самостійного розв'язання

3.1 Тонкий стрижень довжиною $l = 0,2 \text{ м}$ рівномірно заряджений з лінійною густиною $\tau = 2,5 \text{ нКл/м}$. На продовженні осі стрижня, на відстані $a = 0,1 \text{ м}$ від одного із його кінців, знаходиться точковий заряд $Q_1 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$. Знайти силу взаємодії цього заряду із стрижнем.

Відповідь: $F = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$.

3.2 Дуже довга тонка нитка несе заряд, рівномірно розподілений по всій її довжині з лінійною густиною $\tau = 5,55 \text{ нКл/м}$. Знайти напруженість поля на відстані $a = 0,5 \text{ м}$ від нитки проти її середини.

Відповідь: $E = 200 \text{ В/м}$.

3.3 По тонкому півкільцю радіусом $R = 0,1$ м рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 10^{-6}$ Кл/м. Визначити напруженість електричного поля, яке утворює розподілений заряд у точці O , яка співпадає з центром кільця.

Відповідь: $E = 180$ кВ/м.

3.4 Тонке кільце несе розподілений заряд $Q = 0,2$ мкКл. Визначити напруженість електричного поля E , створеного розподіленим зарядом у точці A , рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстань $h = 0,2$ м. Радіус кільця $R = 0,1$ м.

Відповідь: $E = 39 \cdot 10^3$ В/м.

3.5 Тонкий стрижень довжиною $l = 30$ см несе рівномірно розподілений за довжиною заряд з лінійною густиною $\tau = 10^{-6}$ Кл/м. Знайти напруженість поля у точці, яка знаходиться на відстані $r_0 = 0,2$ м від стрижня та рівновіддалена від обох його кінців. Знайти силу, що діє на заряд $Q_1 = 10^{-8}$ Кл, розміщений у цій точці.

Відповідь: $E = 54$ кВ/м, $F = 0,54$ мН.

3.6 По тонкому кільцю радіусом $R = 10$ см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 10^{-9}$ Кл/м. Який заряд Q треба помістити в центр кільця, щоб сила F , яка розтягує кільце, дорівнювала б 35 мкН? Взаємодією зарядів кільця знехтувати.

Відповідь: $Q = 0,2$ мкКл.

3.7 Напівкільце радіусом $R = 20$ см несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 10$ мкКл/м. Знайти силу взаємодії зарядженого напівкільця з точковим зарядом $Q = 10$ нКл, що знаходиться в центрі кільця. Визначити також напруженість поля в центрі напівкільця.

Відповідь: $F = 9$ мН, $E = 0,9$ мкВ/м.

3.8 Тонка нескінченна нитка зігнута під кутом 90° . На продовженні однієї із сторін на відстані $a = 50$ см від вершини кута знаходиться точковий заряд $Q = 0,1$ мкКл. Знайти лінійну густину τ , з якою розподілено заряд по нитці, якщо сила взаємодії нитки та точкового заряду $F = 4$ мН.

Відповідь: $\tau = 10^{-6}$ Кл/м.

3.9 Тонкий довгий стрижень рівномірно заряджений з лінійною густиною $\tau = 10$ мкКл/м. Знайти напруженість поля на відстані $a = 20$ см від кінця стрижня по перпендикуляру до його осі. Чому дорівнює сила взаємодії зарядженого стрижня з точковим зарядом $Q = 10$ нКл, розміщеним у цій точці?

Відповідь: $E = 637$ кВ/м, $F = 6,37$ мН.

3.10 До поверхні дуже довгого металевого зарядженого стрижня радіуса $R = 2$ см на нитці довжиною $l = 10$ см підвішено заряджену кульку масою $m = 4 \cdot 10^{-2}$ г та зарядом $Q = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл. Кулька відштовхується від стрижня, так що кут між ниткою та поверхнею стрижня складає $\alpha = 30^\circ$, а сила натягу нитки дорівнює $T = 5 \cdot 10^{-4}$ Н. Визначити поверхневу густину зарядів на стрижні σ .

Відповідь: $\sigma = 15,5 \cdot 10^{-6}$ Кл/м²

3.11 Металева сфера радіусом $R = 0,2$ м несе заряд $Q = 10$ нКл. Знайти напруженість E електричного поля у таких точках: 1) на відстані $l_1 = 15$ см від центра сфери; 2) на поверхні сфери; 3) на $l_2 = 25$ см від центра сфери. Побудувати графік залежності E від r .

Відповідь: 1) $E = 0$ В/м; 2) $E = 2,25$ кВ; 3) $E = 1,44$ кВ.

3.12 Дві концентричні металеві заряджені сфери радіусами $R_1 = 5$ см та $R_2 = 10$ см несуть відповідно заряди $Q_1 = 10$ нКл та $Q_2 = -5$ нКл. Знайти напруженість E поля в точках, що знаходяться від центра сфери на відстанях: $r_1 = 3$ см, $r_2 = 8$ см, $r_3 = 12$ см. Побудувати графік залежності $E(r)$.

Відповідь: $E_1 = 0$ В/м; $E_2 = 14$ кВ/м, $E_3 = 3,12$ кВ/м.

3.13 Кільце із дроту радіусом $R = 10$ см заряджене негативно і несе заряд $q = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Знайти напруженість електричного поля на осі кільця в точках, що знаходяться від центра на відстанях: 0; 5; 8; 10 та 15 см. Побудувати графік $E(r)$.

Відповідь: $E = 0; 1600; 1710; 1600; 1150$ В/м відповідно.

3.14 Кільце радіусом $R = 20$ см має заряд $Q = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл. На якій відстані L від центра кільця напруженість електростатичного поля буде максимальною?

Відповідь: $L = 14,2 \cdot 10^{-2}$ м.

3.15 Нескінченна рівномірно заряджена площа має поверхневу густину електричних зарядів $\sigma = 9 \text{ мкКл/м}^2$. Над нею знаходиться алюмінієва кулька із зарядом $q = 3,68 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$. Який радіус повинна мати кулька, щоб вона не впала?

Відповідь: $r = 2,46 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

3.16 Тонке кільце радіусом R заряджене рівномірно з лінійною густиною τ . Знайти напруженість електричного поля: 1) на відстані h над кільцем вздовж осі симетрії; 2) в центрі кільця. На якій відстані від кільця напруженість поля буде максимальною? Мінімальною?

Відповідь: 1) $E = \frac{\tau R h}{2\epsilon_0 (R^2 + h^2)^{3/2}}$;

2) $E = 0$; $E_{\max}$ при $h = R \frac{\sqrt{2}}{2}$; $E_{\min}$ при $h = 0$.

3.17 Тонкий однорідний диск радіусом $R = 40 \text{ см}$ заряджений рівномірно з поверхневою густиною $\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$. Знайти напруженість електростатичного поля: 1) на відстані $h = 30 \text{ см}$ над диском по осі симетрії; 2) в центрі диска. На якій відстані від диска напруженість поля буде максимальною? Мінімальною?

Відповідь: 1) $E = 22,6 \text{ кВ/м}$; 2) $E = 56,5 \text{ кВ/м}$; $E_{\max} = 56,5$ при $h = 0$; $E \rightarrow 0$ при $h \rightarrow \infty$.

3.18 Нескінченна пряма нитка, рівномірно заряджена з лінійною густиною $\tau_1 = 0,3 \text{ мкКл/м}$, та відрізок довжиною $l = 0,2 \text{ м}$, рівномірно заряджений з лінійною густиною $\tau_2 = 0,2 \text{ мкКл/м}$, розташовані в одній площині перпендикулярно один до одного на відстані $r_0 = 0,1 \text{ мм}$. Знайти силу взаємодії між ними.

Відповідь: $F = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$.

3.19 Точковий заряд $q = 10^{-9} \text{ Кл}$ знаходиться в центрі тонкого кільця радіусом $R = 10 \text{ см}$, по якому рівномірно розподілений заряд $-q = 10^{-9} \text{ Кл}$. Знайти модуль вектора напруженості електричного поля на осі кільця в точці, що знаходиться від центра кільця на відстані $x = 20 \text{ см}$.

Відповідь: $E = 64,0 \text{ В/м}$.

3.20 Тонкий прямий стрижень довжиною $l=2a$, що знаходиться в вакуумі, заряджений з лінійною густиною τ . Для точок, що лежать на прямій, перпендикулярній до осі стрижня в його центрі, знайти модуль $|\vec{E}|$ напруженості поля як функцію відстані r від центра стрижня.

Відповідь:
$$E = \frac{\tau a}{2\pi\epsilon_0 r \sqrt{a^2 + r^2}}.$$

3.21 Електричне поле створене двома паралельними нескінченними зарядженими площинами з поверхневими густинами заряду $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$ і $\sigma_2 = 0,3 \text{ мкКл/м}^2$. Знайти напруженість електричного поля, утвореного цими зарядженими площинами.

Відповідь: $E_I = -28,3 \text{ кВ/м}; E_{II} = -5,6 \text{ кВ/м}; E_{III} = 28,3 \text{ кВ/м}.$

3.22 Електричне поле створене нескінченною площиною, зарядженою з поверхневою густиною $\sigma = 400 \text{ нКл/м}^2$, і нескінченною прямою ниткою, зарядженою з лінійною густиною $\tau = 100 \text{ нКл/м}$. Сила, діюча на точковий заряд, розташований на відстані $r = 10 \text{ см}$ від нитки, дорівнює $F = 289 \text{ мкН}$. Знайти величину точкового заряду, якщо заряд та нитка лежать в одній площині, паралельній зарядженій площині.

Відповідь: $Q = 12,8 \text{ нКл}.$

3.23 Кільце заряджене позитивним зарядом з лінійною густиною τ . Яку швидкість матиме електрон на виході з кільця, якщо він прилетить з нескінченності вздовж осі кільця?

Відповідь:
$$v = \left(\frac{4\pi\tau k e}{m} \right)^{1/2}.$$

3.24 Електричне поле утворене двома нескінченними паралельними пластинами, які несуть однакові рівномірно розподілені по площині заряди ($\sigma = 0,1 \text{ нКл/м}^2$). Знайти напруженість E поля: 1) між пластинами; 2) поза пластинами. Побудувати графік $E(x)$.

Відповідь: 1) $E = 0$; 2) $E = \pm 11,3 \text{ В/м}.$

3.25 З якою силою, що припадає на одиницю, відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченні площини з однаковою поверхневою густиною заряду $\sigma = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$?

Відповідь: $F/S = 0,23 \text{ Н/м}^2.$

3.26 На двох концентричних сферах радіусами R та $2R$ рівномірно розподілені заряди за поверхневими густинами σ_1 та σ_2 .

1) Використовуючи теорему Гаусса, знайти залежність $E(r)$ напруженості електричного поля від відстані для трьох областей (I, II, III). Прийняти $\sigma_1 = 4\sigma$; $\sigma_2 = \sigma$.

2) Знайти напруженість E у точці, яка знаходиться на відстані $r = 1,5R$ від центра, та вказати напрямок вектора $\vec{E}$. Прийняти $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$.

3) Побудувати графік $E(r)$.

Відповідь: $E_I = 0$; $E_{II} = \frac{4\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)^2$; $E_{III} = \frac{8\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)^2$; $E = 6 \text{ кВ/м}$.

3.27 На двох концентричних сферах радіусами R та $2R$ рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_2 = \sigma$ і $\sigma_1 = -2\sigma$ ($\sigma = 0,1 \text{ мкКл/м}^2$).

1) Використовуючи теорему Гаусса, знайти залежність $E(r)$ напруженості електричного поля від відстані для трьох областей I, II, III.

2) Знайти напруженість E у точці на відстані $r = 3R$ від центра, вказати напрямок вектора $\vec{E}$. 3) Побудувати графік $E(r)$.

Відповідь: $E_I = 0$; $E_{II} = -\frac{2\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)^2$; $E_{III} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)^2$; $E = 2510 \text{ В/м}$.

3.28 На двох нескінченних паралельних площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = 2\sigma$ і $\sigma_2 = \sigma$ ($\sigma = 20 \text{ мкКл/м}^2$) відповідно.

1) Використовуючи теорему Гаусса та принцип суперпозиції електричних полів, знайти залежність $E(x)$ напруженості електричного поля в трьох областях I, II, III.

2) Знайти напруженість E поля в точці, що знаходиться ліворуч плоскостей, вказати напрямок вектора $\vec{E}$. 3) Побудувати графік $E(x)$.

Відповідь: $E_I = -\frac{3\sigma}{2\epsilon_0} = -3,39 \text{ В/м}$; $E_{II} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 1,13 \text{ В/м}$;

$|E_I| = |E_{III}| = 3,39 \text{ В/м}$.

3.29 На двох коаксіальних нескінченних циліндрах радіусами R і $2R$ рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = -2\sigma$ і $\sigma_2 = \sigma$ ($\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$).

1) Використовуючи теорему Гаусса, знайти залежність $E(r)$ напруженості електричного поля від відстані для трьох областей I, II, III.

2) Знайти напруженість E у точці, віддаленій від осі циліндра на відстань $r = 1,5R$, та вказати напрямок вектора $\vec{E}$. 3) Побудувати графік $E(r)$.

Відповідь: $E_I = 0$; $E_{II} = -\frac{2\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)$; $E_{III} = 0$; $E = -7,54 \text{ кВ/м}$.

3.30 У задачі 3.29 прийняти $\sigma_1 = \sigma$; $\sigma_2 = -\sigma$ ($\sigma = 60 \text{ нКл/м}^2$), $r = 3R$.

Відповідь: $E_I = 0$; $E_{II} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)$; $E_{III} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)$; $E = 2,26 \text{ кВ/м}$.

3.31 Нескінченна площа рівномірно заряджена з поверхневою густиною $\sigma = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$. Знайти величину та напрямок градієнта потенціалу електричного поля, створеного цією поверхнею.

Відповідь: $|\text{grad}\varphi| = 113 \text{ В/м}$.

3.32 У деякій точці електричного поля напруженість $E = 600 \text{ В/м}$. Знайти різницю потенціалів між цією точкою та іншою, що лежить на прямій, яка становить кут $\alpha = 60^\circ$ з напрямком вектора напруженості. Відстань між точками $\Delta l = 2 \text{ мм}$.

Відповідь: $\varphi_1 - \varphi_2 = 0,6 \text{ В}$.

3.33 Електричне поле створене позитивним точковим зарядом. У точці, віддаленій від заряду на $r = 0,12 \text{ м}$, величина градієнта потенціалу дорівнює 200 В/м . Знайти потенціал поля в цій точці.

Відповідь: $\varphi = 24 \text{ В}$.

3.34 Нескінченна тонка пряма нитка несе рівномірно розподілений заряд з густиною $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. Знайти градієнт потенціалу в точці, що віддалена на відстань $r = 20 \text{ см}$ від нитки. Вказати напрямок градієнта потенціалу.

Відповідь: $\nabla\varphi = 900 \text{ В/м}$.

3.35 Дві паралельні заряджені площини з поверхневими густинами $\sigma_1 = 2 \text{ мкКл/м}^2$ та $\sigma_2 = -0,8 \text{ мкКл/м}^2$ знаходяться на відстані $l = 0,6 \text{ см}$ одна від одної. Визначити різницю потенціалів U між площинами.

Відповідь: $U = 949 \text{ В}$.

3.36 Куля радіусом R заряджена однорідно з об'ємною густиною ρ . Знайти напруженість поля E та потенціал ϕ для точок всередині кулі.

Відповідь: $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$; $\phi = (\rho/(2\epsilon_0))(R^2 - r^2/3)$.

3.37 Нескінченна тонка пряма нитка заряджена однорідно з лінійною густиною τ . Використовуючи теорему Гаусса, знайти модуль напруженості поля E як функцію відстані r від нитки.

Відповідь: $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$.

3.38 Нескінченна тонка пряма нитка заряджена однорідно з лінійною густиною $\tau = 2 \text{ мкКл/м}$. Знайти E та ϕ як функції відстані r від нитки. Потенціал на відстані $r_0 = 1 \text{ м}$ вважати рівним нулю. Для $r = 10 \text{ м}$ знайти E і ϕ .

Відповідь: $E = 3,6 \text{ кВ/м}$; $\phi = -83 \text{ кВ}$.

3.39 Нескінченна площина заряджена однорідно з поверхневою густиною σ . Вісь x перпендикулярна до площини, початок відліку x знаходиться в точці перетину осі з площиною. Використовуючи теорему Гаусса, знайти E_x в точці з координатою x . Знайти залежність ϕ від x .

Відповідь: $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{x}{|x|}$; $\phi = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x| + \text{const}$.

3.40 Дві паралельні нескінченні площини заряджені з поверхневими густинами $\sigma_1 = 4,42 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}^2$ та $\sigma_2 = -8,84 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}^2$ відповідно. Знайти напруженість поля E для кожної з областей A , B , C .

Відповідь: $E_A = 25 \text{ В/м}$; $E_B = 75 \text{ В/м}$; $E_C = -25 \text{ В/м}$.

3.41 Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком з діелектричною проникністю $\epsilon = 7$. Верхній пластині надали заряд $Q = 10^{-8} \text{ Кл}$, а нижню з'єднали з Землею. Площа пластин $S = 0,2 \text{ м}^2$.

Знайти напруженість електричного поля в діелектрику, а також поверхневу густину $\sigma' = 4$ зв'язних зарядів. Обчислення зробити двома методами: методом суперпозиції та методом Гаусса.

Відповідь: $E = 807$ В/м; $\sigma' = 4,28 \cdot 10^{-8}$ Кл/м².

3.42 Відстань між пластинами плоского конденсатора заповнена двома діелектриками з діелектричними проникностями $\epsilon_1 = 2$ та $\epsilon_2 = 7$. Площа пластин конденсатора $S = 0,2$ м², заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Знайти поверхневі густини σ' та σ'' зв'язних зарядів.

Відповідь: $\sigma' = 2,5 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²; $\sigma'' = 4,2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м².

3.43 Дві нескінченні коаксіальні труби радіусами $R_1 = 5$ см та $R_2 = 10$ см заряджені з поверхневими густинами $\sigma_1 = 1$ нКл/м² та $\sigma_2 = -2$ нКл/м² відповідно. Простір між трубами заповнено трансформаторним маслом з $\epsilon = 2,2$. Знайти напруженість поля E в точках, що знаходяться на відстанях $r_1 = 3$ см, $r_2 = 7$ см, $r_3 = 12$ см від осі труб.

Відповідь: $E_1 = 0$; $E_2 = 37$ В/м, $E_3 = -141$ В/м.

3.44 Дві нескінченні паралельні пластини заряджені з поверхневими густинами $+\sigma$ і $-\sigma$. Спочатку вони знаходяться у вакуумі. Потім зазор між пластинами заповнюється однорідним діелектриком з діелектричною проникністю ϵ . Як зміниться 1) напруженість E поля в зазорі; 2) електрична індукція D ; 3) різниця потенціалів U між пластинами?

Відповідь: E зменшиться в ϵ разів; D залишиться незмінною; U зменшиться в ϵ разів.

3.45 Нескінченна плоскопаралельна пластина зроблена з однорідного та ізотропного діелектрика з діелектричною проникністю $\epsilon = 2$. Пластина розміщена в однорідному електричному полі з напруженістю $E_0 = 100$ В/м перпендикулярно до $\vec{E}_0$. Знайти 1) напруженість поля E і електричну індукцію D всередині пластини, 2) поляризованість діелектрика P , поверхневу густину зв'язних зарядів σ' .

Відповідь: 1) $E = 50$ В/м; $D = 0,88$ нКл/м² 2) $P = 0,44$ нКл/м²; 3) $\sigma' = \pm 0,44$ нКл/м².

3.46 Всередині кулі із однорідного ізотропного діелектрика з проникністю $\varepsilon = 5$ створено однорідне електричне поле, напруженість якого $E = 200$ В/м. Радіус кулі $R = 5$ см. Знайти максимальну поверхневу густину зв'язаних зарядів та повний зв'язаний заряд одного знака.

Відповідь: $\sigma'_{\max} = 7 \text{ нКл/м}^2$; $q' = 55,5 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$.

3.47 Простір між обкладками плоского конденсатора заповнено послідовно двома діелектричними шарами, товщини яких $d_1 = 7$ мм та $d_2 = 3$ мм, проникності $\varepsilon_1 = 7$ (скло) та $\varepsilon_2 = 3$ (ебоніт). Площа кожної обкладки дорівнює $S = 0,2 \text{ м}^2$. Знайти: а) ємність конденсатора; б) густину σ' зв'язаних зарядів на межі розподілу діелектриків. Напруга на конденсаторі $U = 100$ В, а електричне поле E напрямлено від шару 1 до шару 2.

Відповідь: $C = 885$ пФ; $\sigma' = 85$ мкКл/м².

3.48 Дві концентричні металеві сфери радіусами $R_1 = 2$ см та $R_2 = 2,2$ см утворюють сферичний конденсатор. Знайти електроємність конденсатора C , якщо простір між сферами заповнений маслом ($\varepsilon = 2,2$).

Відповідь: $C = 53,8$ пФ.

3.49 Металева кулька, радіус якої $R = 5$ см, має заряд $q = 10$ нКл. Вона оточена парафіном, товщина якого $d = 4$ см, діелектрична проникність $\varepsilon = 2$. Знайти енергію електричного поля в парафіні.

Відповідь: $W = 2$ мкДж.

3.50 Куля радіусом $R_1 = 4$ см заряджена до потенціалу $\phi_1 = 800$ В, а куля радіусом $R_2 = 2$ см – до потенціалу $\phi_2 = 200$ В. Знайти потенціал куль після їх з'єднання металевим провідником.

Відповідь: $\phi = 600$ В.

3.51 Між двома вузлами A та B розташовано три ділянки електричного кола. В першій знаходиться реостат $R = 6$ Ом. Друга та третя ділянки мають по одному акумулятору з ЕРС $\varepsilon_1 = 10$ В і $\varepsilon_2 = 8$ В, з однаковими полюсами до вузла та відповідними значеннями внутрішнього опору $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 2$ Ом. Визначити величини струмів у ділянках.

Відповідь: 1,6 А, 0,2 А, 1,4 А.

3.52 Котушка і амперметр з'єднані послідовно і підключені до джерела струму. Вольтметр, опір якого $r = 4$ кОм, підключений до клем котушки і показує $U = 120$ В, а амперметр показує силу струму $I = 0,3$ А. Знайти відносну похибку δ , яку можна зробити під час вимірювання опору, якщо знехтувати силою струму, що тече через вольтметр.

Відповідь: $\delta = 9,9\%$.

3.53 Електрорушійна сила батареї $\varepsilon = 12$ В. Максимальна сила струму, яку може дати ця батарея, $I_{\max} = 5$ А. Яка максимальна потужність може виділитися у зовнішньому колі?

Відповідь: $P = 15$ Вт.

3.54 Обмотка електричного нагрівача має дві секції. Якщо увімкнути першу з них, то вода закипить через $t_1 = 15$ хв., якщо другу – через $t_2 = 30$ хв. При якому з'єднанні секцій (паралельному чи послідовному) вода закипить раніше і в скільки разів?

Відповідь: при паралельному в 4,5 рази.

3.55 Швидкість зростання $\Delta I / \Delta t \leq$ сили струму в провіднику, опір якого $R = 3$ Ом, дорівнює 1 А/с. Знайти кількість теплоти, яка виділилася у цьому провіднику за $t = 10$ с, якщо сила струму рівномірно збільшувалася від $I_0 = 0$ до своєї максимальної величини.

Відповідь: $Q = 1$ кДж.

3.56 Знайти опір провідника, в якому під час рівномірного зменшення сили струму від $I_0 = 5$ А до $I = 0$ за час $t = 10$ с кількість теплоти $Q = 1$ кДж.

Відповідь: $R = 12$ Ом.

3.57 Сила струму в колі змінюється з часом за законом $I = I_0 e^{-\alpha t}$, де $\alpha = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Знайти опір провідника, в якому виділилася кількість теплоти $Q = 430$ Дж за час, протягом якого сила струму зменшилась у e разів. $I_0 = 1$ А.

Відповідь: $R = 20$ Ом.

3.58 Сила струму в провіднику, опір якого $R = 20$ Ом, зростає за лінійним законом від $I_0 = 0$ до $I = 6$ А за час $t = 2$ с. Знайти кількість теплоти в цьому провіднику Q , що виділяється за першу секунду.

Відповідь: $Q = 60$ Дж.

3.59 Сила струму в провіднику змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$, де $I_0 = 1$ А. За час, який дорівнює чверті періоду (від $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, $T = 10$ с), у провіднику виділилася кількість теплоти $Q = 12,5$ Дж. Знайти опір цього провідника.

Відповідь: $R = 10$ Ом.

3.60 Яка кількість теплоти виділилася в провіднику, опір якого $R = 25$ Ом за час $t = 10$ с, якщо середня сила струму під час його рівномірного зростання від 0 до деякого максимального значення дорівнює $\langle I \rangle = 11$ А?

Відповідь: $Q = 40$ кДж.

4 ОСОБЛИВОСТІ ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Кожен студент заочної форми навчання протягом міжсесійного періоду має виконати від однієї до трьох контрольних робіт з фізики, залежно від кількості навчальних годин, які відводяться на вивчення предмету, та є різними для різних спеціальностей.

Нижче наведені таблиці 4.1–4.3, з варіантами контрольних робіт за кожним з основних розділів. Загалом у кожній контрольній наведено 10 варіантів. Номер варіанта, що виконується студентом, визначається за номером його прізвища в академічному журналі. Якщо номер прізвища в журналі більше 10, то номер варіанта обирається за коловим принципом: 11 номер обирає 1 варіант, 12–2 варіант, 13–3 варіант, і так далі по колу. Номери задач, які розміщені в таблиці варіантів, відповідають номерам задач, що знаходяться у кожному з основних розділів.

Для того, щоб розв'язати задачі з контрольних робіт, студенту спочатку необхідно опанувати відповідний теоретичний матеріал за підручниками та навчальними посібниками [1–10], а також звернути особливу увагу на основні закони і формули, що наведені на початку кожного розділу цих методичних вказівок. Після цього треба розібрати приклади розв'язання задач, які належать до відповідного розділу і лише тоді починати самостійно розв'язувати задачі.

Таблиця 4.1 – Завдання до контрольної роботи №1

Варіант	Номери контрольних задач									
1	1.1	1.11	1.21	1.31	1.41	1.51	1.61	1.71	1.81	1.91
2	1.2	1.12	1.22	1.32	1.42	1.52	1.62	1.72	1.82	1.92
3	1.3	1.13	1.23	1.33	1.43	1.53	1.63	1.73	1.83	1.93
4	1.4	1.14	1.24	1.34	1.44	1.54	1.64	1.74	1.84	1.94
5	1.5	1.15	1.25	1.35	1.45	1.55	1.65	1.75	1.85	1.95
6	1.6	1.16	1.26	1.36	1.46	1.56	1.66	1.76	1.86	1.96
7	1.7	1.17	1.27	1.37	1.47	1.57	1.67	1.77	1.87	1.97
8	1.8	1.18	1.28	1.38	1.48	1.58	1.68	1.78	1.88	1.98
9	1.9	1.19	1.29	1.39	1.49	1.59	1.69	1.79	1.89	1.99
10	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	1.100

Таблиця 4.2 – Завдання до контрольної роботи №2

Варіант	Номери контрольних задач							
1	2.1	2.11	2.21	2.31	2.41	2.51	2.61	2.71
2	2.2	2.12	2.22	2.32	2.42	2.52	2.62	2.72
3	2.3	2.13	2.23	2.33	2.43	2.53	2.63	2.73
4	2.4	2.14	2.24	2.34	2.44	2.54	2.64	2.74
5	2.5	2.15	2.25	2.35	2.45	2.55	2.65	2.75
6	2.6	2.16	2.26	2.36	2.46	2.56	2.66	2.76
7	2.7	2.17	2.27	2.37	2.47	2.57	2.67	2.77
8	2.8	2.18	2.28	2.38	2.48	2.58	2.68	2.78
9	2.9	2.19	2.29	2.39	2.49	2.59	2.69	2.79
10	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50	2.60	2.70	2.80

Таблиця 4.3 – Завдання до контрольної роботи №3

Варіант	Номери контрольних задач					
1	3.1	3.11	3.21	3.31	3.41	3.51
2	3.2	3.12	3.22	3.32	3.42	3.52
3	3.3	3.13	3.23	3.33	3.43	3.53
4	3.4	3.14	3.24	3.34	3.44	3.54
5	3.5	3.15	3.25	3.35	3.45	3.55
6	3.6	3.16	3.26	3.36	3.46	3.56
7	3.7	3.17	3.27	3.37	3.47	3.57
8	3.8	3.18	3.28	3.38	3.48	3.58
9	3.9	3.19	3.29	3.39	3.49	3.59
10	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60

Контрольна робота виконується у вигляді звіту, який оформлюється рукописним або друкованим способом (за допомогою текстового редактора на комп'ютері).

Якщо звіт виконується у рукописному вигляді, то він має бути виконаний чорнилами або на аркуші зі шкільного зошиту в клітинку, або на білому аркуші формату А4. Якість рукопису має бути достатньою для візуального сприйняття існуючої інформації – все має бути чітко й розбірливо. Для зауваження викладача на сторінках зошита треба залишати поля.

Якщо звіт виконується у друкованому вигляді, то він має бути надрукованим на аркушах формату А4 відповідно до таких вимог: поля – верхнє, лівє, правє – 2 см, нижнє – 2,5 см. Текст набирається в одну колонку, абзацний відступ – 1,25 см, виключка (вирівнювання тексту) – по ширині сторінки, шрифт Times New Roman (Сyr), 14 кегль, міжрядковий інтервал – 1.

Формули набирають у редакторі формул Math Type, використовуючи розміри: звичайний (змінна) – 14, великий індекс – 10, дрібний – 8, великий символ – 16, дрібний символ – 12. Рисунки можна виконувати вручну, а потім сканувати, фотографувати і вставляти в їх у текст, або виконувати їх у будь-якому текстовому редакторі.

Під час оформлення звіту з контрольних робіт необхідно притримуватися таких правил:

- Завдання має бути оформленим з титульним аркушем за зразком, наведеним на рис. 4.1.

- На наступних аркушах наводяться розв’язання задач, які оформлюються так:

- Послідовно наводяться: № задачі (відповідно до №№ завдань у варіанті), повна умова задачі (в оригіналі), стисла умова кожного завдання (у рамочці, «Дано») та його розв’язання з заголовком «Розв’язання».

- Розв’язання задачі має супроводжуватися чітким рисунком і поясненнями до кожної формули, що супроводжує вирішення задачі (наприклад: «скористаємося 2-м законом Ньютона») і до кожного перетворення (наприклад: «піднесемо до квадрата ліву й праву частини рівняння»), див. приклад нижче. (рис. 4.2).

- Розв’язання задачі має бути доведене до кінцевої формули, після чого проводяться обчислення (у формулу підставляються числа й обчислюється відповідь).

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки
кафедра фізики

Контрольна робота
з фізики
за 1-й семестр

Виконав
студент групи ПЗПЗ 23-1

Перевірив:
ПІБ

Харків 2026

Рисунок 4.1 – Приклад оформлення титульного аркуша до контрольної роботи

Задача 1.25 Коливальний контур містить соленоїд (довжиною $l = 5 \text{ см}$, площею поперечного перерізу $S_1 = 1,5 \text{ см}^2$, кількістю витків $N = 500$), а також плоский конденсатор (відстань між пластинами $d = 1,5 \text{ мм}$, площа пластин $S_2 = 100 \text{ см}^2$). Визначте частоту ω_0 власних коливань контура.

Дано:

$$l = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

$$S_1 = 1,5 \text{ см}^2 =$$

$$= 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$N = 500$$

$$d = 1,5 \text{ мм} =$$

$$= 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$S_2 = 100 \text{ см}^2 =$$

$$10^{-4} \text{ м}^2$$

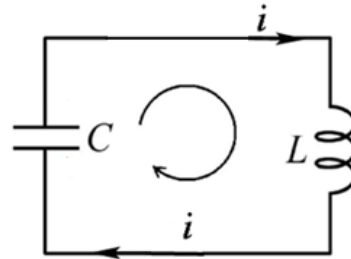
$$\mu = 1$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф / м}$$

$$\epsilon = 1$$

Вирішення



Оскільки власна частота коливань контура визначається як

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

то необхідно визначити L та C .

Відомо, що індуктивність соленоїда визначається як:

$$L = \mu \mu_0 \frac{N^2 S_1}{l}$$

де μ – магнітна проникність середовища, μ_0 – магнітна стала.

Ємність плоского конденсатора визначається як

$$C = \epsilon \epsilon_0 \frac{N^2 S_2}{d}$$

тоді

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{ld}{\epsilon_0 \mu_0 S_1 S_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0,05 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 12,6 \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4}}} =$$

$$= 4,24 \text{ рад / с}$$

Рисунок 4.2 – Приклад оформлення вирішення задачі в контрольній роботі

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Загальна фізика з прикладами та задачами. Механіка: Навчальний посібник для студентів усіх спеціальностей і форм навчання [Електронний ресурс] / Упоряд.: А.І. Рибалка та ін. – Електронне видання. – Харків: ХНУРЕ, 2024. – 220 с.
2. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка: навч. посібник/ Упоряд.: Ткаченко Т.Б. та ін. – Харків: ХНУРЕ, 2004. – 108 с.
3. Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина І. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка: навч. посібник / В.О. Стороженко, І.М. Кібець, А.І. Рибалка, Т.Б. Ткаченко. – Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. – 320 с.
4. Електромагнетизм. Хвилі. Оптика: навч. посібник / Упоряд.: Українець М.І. та ін. – Харків: ХНУРЕ, 2005. – 164 с.
5. Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина ІІ. Електрика та магнетизм: навч. посібник / І.М. Кібець, А.І. Рибалка, В.О. Стороженко. – Харків: Компанія СМІТ, 2009. – 424 с.
6. Фізика. Збірник задач: навчальний посібник для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання / Д.А. Захарчук, Л.В. Ящинський, Ю.В. Коваль – Луцьк: Луцький НТУ, 2019. – 114 с.
7. Збірник задач з фізики з прикладами розв'язання : навч. посіб. : у 2 ч. Частина 1. Механіка. Термодинаміка. Електростатика / Я.О. Ляшенко, О.В. Хоменко. – Суми : Сумський державний університет, 2013. – 224 с.
8. Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П., Кучерук І.М. Загальний курс фізики. Збірник задач: навч. посіб. для студ. інженерно-технічних і пед. спец. вищ. навч. закладів. Київ: Техніка, 2004. 560 с.
9. Збірник задач із загальної фізики [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студентів інженерно-технічних спеціальностей./ КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: В.П. Бригінець, І.М. Репалов, Л.П. Пономаренко, Н.О. Якуніна. – Електронні текстові дані (1 файл: 4.1Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 230 с.
10. Збірник задач із фізики. Частина 2. Для студентів інженерних спеціальностей денної та заочної форм навчання. – Полтава: ПолтНТУ, 2017.– 31 с.

Додаток А
ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ ТА АСТРОНОМІЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Таблиця А.1 – Основні фізичні сталі

Стала	Позначення	Числове значення
1	2	3
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна стала	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Стала Авогадро	N_A	$6,62 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Універсальна газова стала	R	$8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярний об'єм ідеального газу при нормальних умовах	V_0	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Нормальний атмосферний тиск	p_0	$1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Стала Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Елементарний заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $5,49 \cdot 10^{-4} \text{ а.о.м}$
Маса спокою протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00728 \text{ а.о.м}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00866 \text{ а.о.м}$
Відношення заряду електрона до його маси	$\frac{ e }{m_e}$	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Швидкість світла в вакуумі	c	$2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Стефана–Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала в законі зміщення Віна	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала Віна в другому законі Віна	C	$1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^5)$
Стала Рідберга	R_∞	$1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$

Продовження таблиці А1

1	2	3
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_e	$2,43 \cdot 10^{-12}$ м/с
Магнетон Бора	μ_B	$9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Ядерний магнетон	μ_N	$5,05 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл
Атомна одиниця маси	а.о.м	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Коефіцієнт пропорційності між масою і енергією	c^2	$8,99 \cdot 10^{16}$ Дж/кг

Таблиця А.2 – Деякі сталі для газів

Газ (відносна молекулярна маса M_r)	Діаметр молекули d , нм	Сталі Ван-дер-Ваальса		Критична температура $T_{кр}$, К	Критичний тиск $p_{кр}$, МПа
		a , $\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}$	$b \cdot 10^{-6}$, $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$		
$H_2(2)$	0,27	0,024	27	33	1,3
$He(4)$	0,20	—	—	5,2	0,23
$H_2O(18)$	0,30	0,554	30	647	22,1
$Ne(20)$	0,26	—	—	44,4	2,72
$N_2(28)$	0,37	0,137	39	126	3,39
$O_2(32)$	0,35	0,137	32	155	5,08
$Ar(40)$	0,35	0,132	32	151	4,86
$CO_2(44)$	0,40	0,367	43	304	7,38
Повітря(29)	0,35	0,140	—	—	—

Таблиця А.3 – Основні астрономічні величини

Фізичні параметри	Сонце	Земля	Місяць
Маса, кг	$1,97 \cdot 10^{30}$	$6,96 \cdot 10^{24}$	$7,33 \cdot 10^{22}$
Радіус, м	$6,95 \cdot 10^8$	$6,37 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$
Середня густина, $\text{кг} / \text{м}^3$	1400	5518	3350
Середня відстань від Землі, км	$1,496 \cdot 10^8$	—	384 440

Додаток Б
ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ,
ПАРАМЕТРИ ТА ПОКАЗНИКИ ДЕЯКИХ РЕЧОВИН

Таблиця Б.1 – Густина речовини

Тверді тіла при 293 К		Рідини		Гази за нормальних умов $T_0 = 273,15\text{ K}$ $p_0 = 1.01 \cdot 10^5\text{ Па}$	
Речовина	$\rho \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$	Речовина	$\rho \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$	Речовина	$\rho \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$
Алюміній	2,69	Бензол ($t = 20^\circ\text{C}$)	879	Азот	1,250
Залізо, хімічно чисте	7,86	Вода ($t = +4^\circ\text{C}$)	1000	Водень	0,089
Латунь	8,3–8,7	Вода ($t = 100^\circ\text{C}$)	958	Вуглекислий газ	1,977
Лід (0°C)	0,91	Гас ($t = 0^\circ\text{C}$)	800	Гелій	0,178
Мідь електро- літична	8,88–8,96	Гліцерин ($t = 0^\circ\text{C}$)	1260	Кисень	1,429
Нікель	8,4–9,2	Рицинова оля ($t = 20^\circ\text{C}$)	950	Метан	0,717
Олово лите	7,23	Скипидар ($t = 16^\circ\text{C}$)	858	Неон	0,900
Сталь лита	7,7–8,0	Спирт етилловий ($t = 0^\circ\text{C}$)	789	Повітря	1,293
Свинець	11,22–11,44	Спирт метилловий ($t = 0^\circ\text{C}$)	792		
Срібло	10,42–10,57	Толуол ($t = 18^\circ\text{C}$)	870		
Цинк	6,86–7,24	Ртуть ($t = 0^\circ\text{C}$)	13 596		
Чавун	6,6–7,3				

Таблиця Б.2 – Фізичні параметри газів

Газ	Температурний коефіцієнт тиску $\beta \cdot 10^{-6}, K^{-1}$	Питома теплоємність при $0^\circ C$ c_p , Дж/(кг · K)	C_p / C_v	Коефіцієнт теплопровідності при $0^\circ C$ $\chi \cdot 10^{-3}$, Вт/(м · K)	Коефіцієнт внутрішнього тертя при $0^\circ C$ $\eta \cdot 10^{-6}$, Па · с
Азот (N_2)	3674	$1,0 \cdot 10^3$	1,40	23,9	16,7
Водень (H_2)	3662	$1,43 \cdot 10^4$	1,40	169	8,4
Вуглекислий газ (CO_2)	3726	848	1,30	14,7	14,0
Гелій (He)	3660	5240	1,66	143	18,9
Кисень (O_2)	3674	913	1,40	24,5	19,2
Повітря сухе	3674	1011	1,40	24,1	17,5

Таблиця Б.3 – Питома теплота згоряння палива $\times 10^7$ Дж/кг

Бензин	4,61	Гас	4,61
Деревина	1,26	Нафта	4,61
Кам'яне вугілля	2,93	Спирт	2,93

Таблиця Б.4 – Фізичні характеристики рідин

Рідина	Коефіцієнт поверхневого натягу при $20^\circ C$ $\sigma \cdot 10^{-3}$, Н/м	Коефіцієнт внутрішнього тертя при $20^\circ C$ $\eta \cdot 10^{-3}$, Па · с	Коефіцієнт об'ємного розширення при $20^\circ C$ $\beta \cdot 10^{-5}$, K^{-1}	Точка кипіння при $p_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Па t_k , $^\circ C$
Бензол	30	0,673	124	80,2
Вода	72,6	1,005	21	100,0
Гліцерин	66	1,480	50	290,0
Олія рицинова	36,4	970	—	—
Ртуть	500,0	1,590	18	356,7
Спирт етиловий	22,0	1,2	110	78,3

Рідина	Питома теплота пароутворення $r \cdot 10^5$ Дж/кг	Коефіцієнт теплопровідності при 20°C $\chi \cdot 10^{-2}$, В/(м·К)	Питома теплоємність $c \cdot 10^3$, Дж/(кг·К)
Бензол	3,94	—	1,71
Вода	22,6	60	4,18
Гліцерин	—	29	2,43
Олія рицинова	—	—	2,1
Ртуть	2,85	908	0,125
Спирт етиловий	8,57	17	2,43

Таблиця Б.5 – Швидкість звуку

Речовина	$v_{зв}$, м/с
Вода	1450
Повітря	332

Таблиця Б.6 – Пружні властивості твердих тіл

Матеріал	Модуль Юнга, $E \cdot 10^{10}$, Па	Модуль зсуву, $\sigma \cdot 10^{10}$, Па	Коефіцієнт Пуассона, μ	Границя міцності, $\sigma_m \cdot 10^8$, Па
Алюміній	6,1–7,4	2,2–2,6	0,33	0,98–3,90
Залізо коване	20–22	6,9–8,3	0,28	3,90–5,90
Сталі	20–22	7,8–8,1	0,28	4,9–15,7
Чавуни сірі, білі	7,4–17,6	4,9	0,23–0,27	1,17–1,27
Латунь	7,8–9,8	2,6–3,6	0,3–0,4	0,98–4,90
Мідь	1,0–13	3,8–4,7	0,31–0,40	1,56–4,41
Свинець	1,5–1,7	0,54	0,44	0,0196
Гетинакс	1,0–1,7	—	—	—
Текстоліт	0,14–0,28	—	—	—

Таблиця Б.7 – Теплофізичні характеристики твердих тіл

Матеріал	Температурний коефіцієнт лінійного розширення $\alpha \cdot 10^{-6}, K^{-1}$	Питома теплоємність при $18^{\circ}C$ $c \cdot 10^2, Дж/(кг \cdot K)$	Коефіцієнт теплопровідності при $18^{\circ}C$, $\chi, Вт/(м \cdot K)$	Температура плавлення $t_{пл}, ^{\circ}C$	Питома теплота плавлення $\lambda \cdot 10^5, Дж/кг$
Алюміній	23,8	9,2	200,6	660	3,8
Залізо	12,1	4,6	58,5	1539	2,7
Лід	51,0	20,9	2,5	0	3,35
Мідь	16,7	3,8	384,0	1083	1,8
Парафін	107–407	32,0	0,21	38–56	1,5
Свинець	29,3	1,2	34,7	327	0,25
Срібло	19,7	2,5	422,2	960,8	0,88
Ебоніт	84,0	–	0,17	–	–

Таблиця Б.8 – Питомий опір і температурний коефіцієнт опору (при $20^{\circ}C$)

Провідник	Питомий опір, $\Omega \cdot м$	Температурний коефіцієнт опору, K^{-1}
Алюміній	28	0,0038
Вольфрам	55	0,0051
Вугілля	40	0,0008
Графіт	8000	
Залізо	98	0,0062
Константа	480	0,00002
Мідь	17,2	0,0043
Нікелін	400	0,000017
Ніхром	980	0,00026
Ртуть	958	0,0009
Свинець	211	0,0042
Сталь	120	0,006

Таблиця Б.9 – Діелектрична проникність речовин

Речовина	ϵ
Вода	81
Гас	2
Масло трансформаторне	2,2
Парафін	2
Парафіновий папір	3,7
Слюда	6
Скло	5,5 -10
Фарфор	6
Ебоніт	2,6

Таблиця Б.10 – Робота іонізації, *eV*

Азот	15,80
Аргон	15,70
Водень	15,40
Вуглекислий газ	14,40
Гелій	24,45
Кисень	13,56

Таблиця Б.10 – Основні характеристики деяких елементарних частинок

Частинка	Символ	Заряд, 10^{-19} Кл	Маса, 10^{-27} кг
α – частинка	${}^4_2\alpha$	3,2	6,6446
Нейтрон	${}_0^1n$	0	1,6748
Позитрон	${}_1^0e$	1,6	0,000911
Протон	${}_0^1p$	1,6	1,6724
Електрон	${}_{-1}^0e$	-1,6	0,000911

Таблиця Б.11 – Електрохімічні еквіваленти (мг/Кл)

Алюміній (Al^{+++})	0,093
Вісмут (Bi^{+++})	0,719
Залізо (Fe^{++})	0,289
Залізо (Fe^{+++})	0,193
Золото (Au^+)	2,043
Золото (Au^{++})	0,681
Мідь (Cu^+)	0,660
Мідь (Cu^{++})	0,329
Нікель (Ni^{++})	0,304
Нікель (Ni^{+++})	0,203
Срібло (Ag^+)	1,118
Хром (Cr^{+++})	0,180
Цинк (Zn^{++})	0,338

Таблиця Б.12 – Робота виходу електронів з металів, eV

Вольфрам	4,50
Залізо	4,74
Золото	4,68
Калій	2,00
Літій	2,40
Магній	3,46
Мідь	4,47
Молібден	4,20
Натрій	2,30
Нікель	5,00
Платина	5,29
Ртуть	4,52
Рубідій	2,13
Срібло	4,74
Тантал	4,07
Цезій	1,97
Цинк	4,00

Таблиця Б.13 – Показники заломлення (середні для видимого проміння)

Алмаз	2,42
Вода (20°C)	1,33
Кварц	1,54
Лід (-4°C)	1,31
Скипидар (20°C)	1,47
Скло	1,50

Таблиця Б.14 – Маса деяких ізотопів, а. о. м.

1_1H	1,00783	${}^{20}_{10}Ne$	19,99244	${}^{13}_7N$	13,00574
2_1D	2,01410	${}^{23}_{11}Na$	22,98977	${}^{14}_7N$	14,00307
3_1T	3,01605	${}^{24}_{11}Na$	23,99097	${}^{16}_8O$	15,99491
3_2He	3,01603	${}^{27}_{13}Al$	26,98154	${}^{31}_{15}P$	30,97376
4_2He	4,00260	${}^{28}_{13}Al$	27,97690	${}^{56}_{26}Fe$	55,93490
6_3Li	6,01512	${}^{28}_{14}Si$	27,97690	${}^{59}_{27}Fe$	58,93320
7_3Li	7,01600	${}^{30}_{14}Si$	29,97377	${}^{60}_{29}Ni$	59,9308
7_4Be	7,01693	9_4Be	9,01218	${}^{131}_{54}Xe$	130,9051
8_4Be	8,00531	${}^{10}_5B$	10,01294	${}^{235}_{92}U$	235,0493
${}^{17}_8O$	15,99491	${}^{11}_5B$	11,00930	${}^{238}_{92}U$	238,05353
${}^{19}_9F$	18,99840	${}^{12}_6C$	12,0		

Таблиця Б.15 – Періоди піврозпаду деяких радіоактивних речовин

Вісмут $^{210}_{83}\text{Bi}$	5,02 доби	Радон $^{222}_{86}\text{Rn}$	3,82 доби
Іридій $^{192}_{77}\text{Ir}$	75 діб	Стронцій $^{90}_{38}\text{Sr}$	28 років
Кальцій $^{45}_{20}\text{Ca}$	164 доби	Торій $^{232}_{90}\text{Th}$	$1,39 \cdot 10^{11}$ років
Натрій $^{24}_{11}\text{Na}$	15,3 год	Уран $^{235}_{92}\text{U}$	$7,1 \cdot 10^8$ років
Полоній $^{210}_{84}\text{Po}$	138 діб	Уран $^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ років
Радій $^{226}_{88}\text{Ra}$	1600 років		

Таблиця Б.16 – Дебаївські температури деяких елементів

Елемент	<i>Li</i>	<i>Be</i>	<i>Bi</i>	<i>K</i>	<i>Mg</i>	<i>Ar</i>	<i>Ne</i>	<i>B</i>	<i>Au</i>	<i>C (алмаз)</i>
Дебаївська температура θ_D, K	400	1000	120	100	318	85	63	1250	170	1860

Таблиця Б.17 – Критична температура та критична напруженість (при θ_D, K) магнітного поля для переходу деяких металів у надпровідний стан

Метал	Критична температура T_c, K	Критична напруженість магнітного поля $H_c(0) \cdot 10^3, A/m$
<i>Pb</i>	7,19	63,93
<i>Cd</i>	0,56	2,39
<i>Al</i>	1,196	7,88
<i>Sn</i>	3,72	24,28
<i>In</i>	3,40	23,33
<i>Nb</i>	9,26	157,64
<i>Ga</i>	1,091	4,06
<i>Zn</i>	0,875	4,22
<i>Ti</i>	0,39	7,96
<i>Ta</i>	4,48	66,01

Таблиця Б.18 – Ширина забороненої зони (енергія активації) деяких власних напівпровідників

Елемент	<i>Si</i>	<i>Ge</i>	<i>Se</i>
Ширина забороненої зони, <i>eV</i>	1,12	0,67	1,8

**Таблиця Б.19 – Ширина забороненої зони (енергія активації)
деяких домішкових напівпровідників**

Домішка Елемент	<i>B</i>	<i>In</i>	<i>P</i>	<i>Al</i>	<i>As</i>
<i>Si</i>	0,046	0,16	0,044	0,057	0,049
<i>Ge</i>	0,0104	0,0112	0,0120	0,0102	0,0127

Додаток В
ІНФОРМАЦІЯ, ЩО БУДЕ КОРИСНОЮ
ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ФІЗИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Таблиця В.1 – Множники і префікси для утворення кратних і часткових одиниць

Найменування	Позначення	Множник	Найменування	Позначення	Множник
екса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^9	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^3	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

Таблиця В.2 – Латинський алфавіт

A, a – а	N, n – ен
B, b – бе	O, o – о
C, c – це	P, p – пе
D, d – де	Q, q – ку
E, e – е	R, r – ер
F, f – еф	S, s – ес
G, g – ге	T, t – те
H, h – аш	U, u – у
I, I – і	V, v – ве
J, j – йот	W, w – дубль-ве
K, k – ка	X, x – ікс
L, l – ель	Y, y – ігрек
M, m – ем	Z, z – зет

Таблиця В.3 – Грецький алфавіт

Α, α – альфа	Ν, ν – ню
Β, β – бета	Ξ, ξ – ксі
Γ, γ – гамма	Ο, ο – омікрон
Δ, δ – дельта	Π, π – пі
Ε, ε – епсилон	Ρ, ρ – ро
Ζ, ζ – дзета	Σ, σ – сигма
Η, η – ета	Τ, τ – тау
Θ, θ – тета	Υ, υ – іпсилон
Ι, ι – йота	Φ, φ – фі
Κ, κ – каппа	Χ, χ – хі
Λ, λ – ламбда	Ψ, ψ – псі
Μ, μ – мю	Ω, ω – омега

Таблиця В.4 – Деякі сталі числа і наближені формули

Сталі числа	Наближені формули (при $\alpha < 1$)
$\pi = 3,1416$	$(1 \pm \alpha)^n \approx 1 \pm n\alpha$
$\pi^2 = 9,8696$	$e^\alpha \approx 1 + \alpha$
$\sqrt{\pi} = 1,7725$	$\ln(1 + \alpha) \approx \alpha$
$e = 2,7183$	$\sin \alpha \approx \alpha$
$\lg e = 0,4343$	$\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2 / 2$
$\ln 10 = 2,3026$	$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$

Електронне навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійної роботи з дисципліни
«ФІЗИКА»

для студентів заочної форми навчання усіх спеціальностей

Частина 1

Фізичні основи класичної механіки,
Молекулярна фізика та термодинаміка,
Електростатика та постійний струм

Упорядники: ЧУБУКІН Олександр Сергійович
КОВАЛЕНКО Олена Миколаївна
ОРЕЛ Роман Петрович
РИБАЛКА Антоніна Іванівна
СТОРОЖЕНКО Володимир Олександрович
МЕШКОВ Сергій Миколайович
КАЛІНІН Віталій Веніамінович
ОНИЩЕНКО Андрій Анатолійович
МЯГКИЙ Олександр Валерійович
ПРИЙМАЧОВ Юрій Дмитрович

Відповідальний випусковий О.С. Чубукін
Редактор О.Г. Троценко
Комп'ютерна верстка Л.Ю.Светайло

План 2024 (друге півріччя), поз. 24

Підп. до використання 7.06.2024. Формат pdf Обсяг даних 3,63 Мб.

ХНУРЕ, 61166, Харків, просп. Науки, 14, E-mail: info@nure.ua

Підготовлено в редакційно-видавничому відділі ХНУРЕ
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №1409 від 26.06.2003