Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет радіоелектроніки

Кафедра фізики

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни «Фізика»

для студентів денної форми навчання напрямку

121. Інженерія програмного забезпечення

(освітня програма: «Програмна інженерія»).

Електронне видання

Затверджено

на засіданні кафедри фізики

Протокол № 6 від 24.01 .2020р.

Харків 2020

Конспект лекцій з дисципліни «Фізика» для студентів денної форми навчання напрямку 121. Інженерія програмного забезпечення (освітня програма: «Програмна інженерія»). [Електронне видання]/Упоряд. В.О. Стороженко, О.В. Мягкий. - Харків: ХНУРЕ, 2020.- 140с.

ЗМІСТ

Вступ

Конспект лекцій, що пропонується, розроблений автором на основі досвіду у викладанні фізики, накопиченого колективом викладачів однойменної кафедри ХНУРЕ. У ньому відображені в досить стислій формі розділи загального курсу фізики, які входять до робочої програми навчання бакалаврів з напряму 121 «Інженерія програмного забезпечення», а саме:

- Основи класичної механіки;
- Класична електродинаміка.

На жаль, кількість годин, виділених для фізики в навчальному плані згаданого вище бакалаврського напряму, не дозволяє розглядати інші розділи загального курсу, але й викладений в конспекті матеріал дозволяє майбутнім спеціалістам засвоїти фізичний підхід до розгляду різноманітних природних явищ, навчитися логічно і системно вирішувати технічні задачі, критично оцінювати результати, отримані у віртуальному світі за допомогою комп'ютера.

Основний наголос у конспекті зроблено на визначеннях фізичних понять та величин, чіткому формулюванні фізичних законів, що є основою наукового підходу до вивчення інших технічних дисциплін. Саме для цього вперше на кафедрі фізики було розроблено глосарій, який наведено в кінці конспекту.

Крім цього, у кінці кожного розділу і підрозділу наведені контрольні запитання, відповіді на які допоможуть студентам оцінити ступінь засвоєння матеріалу і підготуватись до експрес-контролю на практичних заняттях.

Лекція № 1. **Тема: 1.1. Кінематика**

1. Класична механіка

1.1. Кінематика

1.1.1. Основні поняття та визначення в механіці.

Механіка

Механіка *- розділ фізики, що вивчає механічний рух.* **Механічний рух** – *зміна положення тіла у просторі відносно інших тіл з перебігом часу.* З цього витікає, що механічний рух поняття відносне.

Матеріальна точка

Найпростішою моделлю є ***матеріальна точка*** – *тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати*. Поняття матеріальної точки абстрактне, але його введення полегшує розв'язання практичних задач. Наприклад, вивчаючи рух планет по орбітам навколо Сонця, можна вважати їх матеріальними точками.

Довільне макроскопічне тіло або систему тіл можна уявити як суму великої кількості дрібних частинок (матеріальних точок), що взаємодіють між собою. В такому разі вивчення руху довільної системи тіл можна звести до вивчення системи матеріальних точок.

Абсолютно тверде тіло

В процесі взаємодії тіл одне з одним вони можуть деформуватися, тобто змінювати свою форму та розміри. Фізичною моделлю тіла є ***абсолютно тверде тіло*** – *тіло, деформаціями якого в умовах даної задачі можна знехтувати*.

Поступальний та обертальний рух

Будь-який рух твердого тіла можна уявити собі як накладання двох видів руху –поступального та обертального. ***Поступальний рух*** *– це рух, при якому будь-яка пряма пов'язана з тілом, що рухається, залишається паралельною самій собі (рис. 1.1а).* ***Обертальний рух*** *– це рух, при якому всі точки тіла описують концентричні кола в площині, перпендикулярній осі обертання.* Вісь обертання може знаходитися як усередині тіла, так і за його межами (рис. 1.1б).

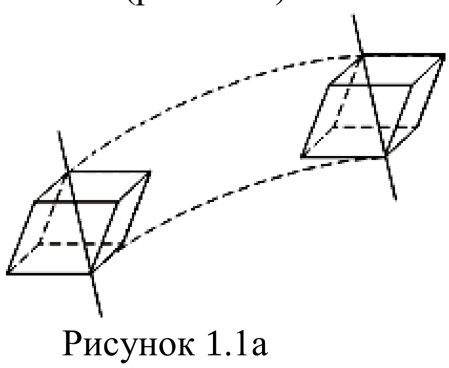


Рисунок 1.1а

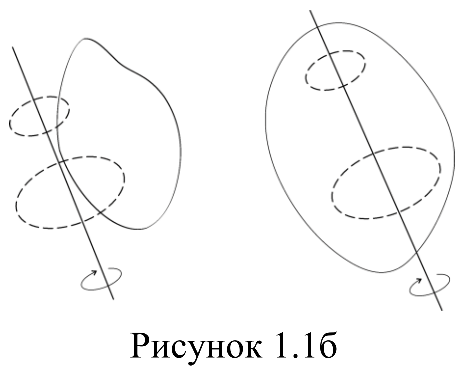


Рисунок 1.1б

Тіло відліку Система відліку

Положення тіла (матеріальної точки) в просторі можна визначити тільки по відношенню до інших тіл, тобто положення тіла відносне. *Тіло, по відношенню до якого розглядається положення даного тіла, називається* ***тілом відліку***. *Тіло відліку, зв'язана з ним система координат та прилади для вимірювання відстані й часу (лінійка та годинник) складають* ***систему відліку.***

У фізиці використовується декілька систем координат: прямокутна (ортогональна), декартова, полярна та сферична. У переважній більшості задач найбільш зручнішою є прямокутна декартова (найчастіше права) система координат. В цій системі положення будь-якої точки М (рис. 1.2) визначається радіусом-вектором $\vec{r}$, який з'єднує початок координат з точкою М.

Траєкторія

Положення матеріальної точки, що рухається, визначається положенням її в просторі та моментом часу перебування її в цій точці.

У процесі руху матеріальна точка описує в просторі ***траєкторію*** – *уявну лінію, уздовж якої рухається матеріальна точка.* В загальному випадку траєкторія матеріальної точки являє собою лінію у просторі, взагалі кажучи, криву.

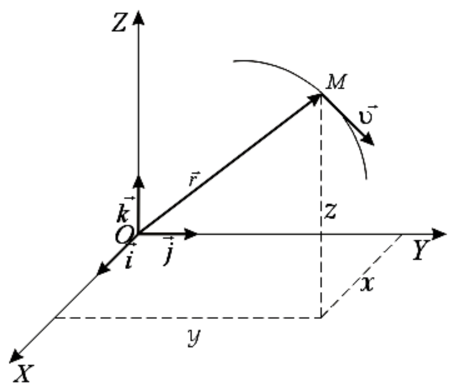


Рисунок 1.2

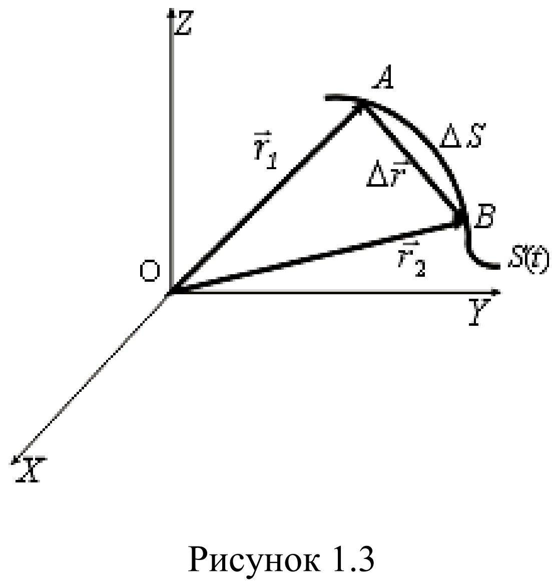


Рисунок 1.3

1.1.2. Кінематика поступального руху

Кінематика

Кінематика – *розділ механіки, що вивчає рух не враховуючи його причин.* Кінематика розподіляється на кінематику поступального руху і обертального. Об'єктом розглядання кінематики поступального руху є не тіло, а матеріальна точка, тому що при поступальному русі усі точки тіла рухаються по однаковим траєкторіям.

Засоби завдання положення матеріальної точки

Рух матеріальної точки можна задати одним з двох способів: векторним та координатним. Перший спосіб означає, що заданий радіус-вектор $\vec{r}$ (рис. 1.2), який характеризується модулем r та двома кутами: $\angle\alpha$ з площиною XY та $\angle\beta$ між проекцією на цю площину і віссю X.

Другий спосіб – координатний, означає, що положення точки, яка рухається, у будь-який момент часу визначається трьома змінними x, y, z (рис. 1.2).

Обидва способи пов'язані між собою очевидними співвідношеннями:

$r_x = x;$

$r_y = y;$

$r_z = z$

Кінематичні характеристики поступального руху

Ознакою присутності руху є вектор ***лінійного переміщення*** $\Delta\vec{r}$ (рис. 1.3):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \qquad (1.1)$$

Аналогом переміщення може бути ***шлях s*** – *довжина траєкторії.* Одиницею вимірювання є : [Δr]=[s]=1 м.

Другою кінематичною характеристикою є вектор лінійної миттєвої швидкості:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}\,, \qquad (1.2)$$

що *описує, як швидко з часом здійснюється переміщення.*

Інколи використовується середня швидкість:

$$\vec{\upsilon}_{сер} = <\vec{\upsilon}_{сер}> = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Напрямок вектора $\vec{\upsilon}_{сер}$ збігається з напрямком вектора переміщення матеріальної точки $\Delta\vec{r}$.

Одиницею вимірювання є: $[\upsilon] = 1 м/с = 1 м \cdot с^{-1}$.

Третьою характеристикою є ***вектор лінійного миттєвого прискорення:***

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dot{\vec{\upsilon}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \qquad (1.3)$$

що *описує зміну швидкості з часом.*

Іноді використовується ***середнє прискорення:*** $\vec{a}_{сер} = \dfrac{\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$.

Прискорення при криволінійному русі

У загальному випадку траєкторія руху є кривою лінією, при цьому швидкість змінює не тільки свою величину, а й напрямок (рис. 1.4).

Миттєве прискорення:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

З урахуванням того, що швидкість направлена по дотичній $\vec{\tau}$ (одиничний вектор), представимо $\vec{\upsilon}$ у вигляді:

$$\vec{\upsilon} = \upsilon \vec{\tau}.$$

Тоді, підставив цей вираз у формулу прискорення, отримаємо:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\upsilon\ \vec{\tau}) = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dt}\upsilon_t = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Перший доданок

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} \qquad (1.4)$$

– дотичне, *або* ***тангенціальне прискорення*** *спрямоване по дотичній до вектора швидкості і відповідає за зміну швидкості за величиною.*

Другий доданок $\vec{a}_n = \frac{d\vec{\tau}}{dt}\upsilon$ *– доцентрове, або* ***нормальне прискорення****, визначає зміну швидкості за напрямком.*

Можна казати, що нормальне прискорення визначається формулою:

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}. \qquad (1.5)$$

Повне прискорення в загальному випадку криволінійного руху (рис.1.5):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}, \qquad (1.6)$$

а його модуль:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

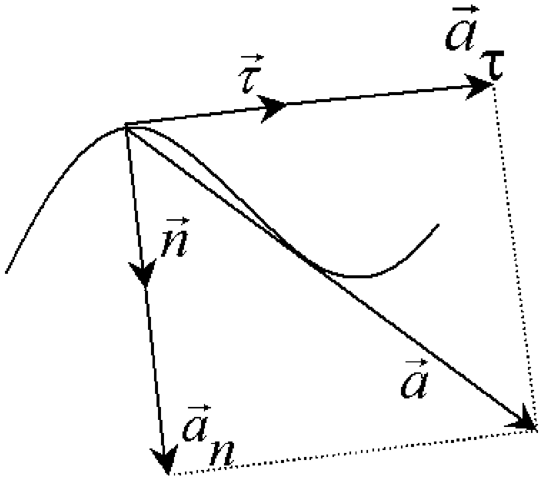


Рисунок 1.4

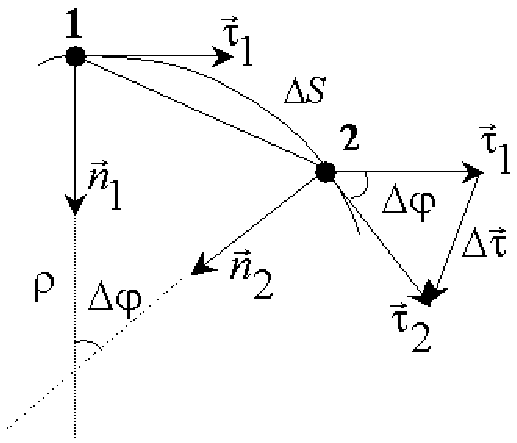


Рисунок 1.5

Основне рівняння кінематики поступального руху

Основною задачею кінематики є *визначення положення матеріальної точки (або тіла), що рухається, у будь який момент часу.* Цю задачу вирішує основне рівняння кінематики поступального руху:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \qquad (1.7)$$

де $\vec{r}_0$, $\vec{v}_0$ - початкові значення радіус-вектора та швидкості матеріальної точки.

1.1.3.Кінематика обертального руху твердого тіла

Рух абсолютно твердого тіла, при якому одна із його точок лишається нерухомою, називається обертанням навколо нерухомої точки (центра). Рух у процесі якого лишаються нерухомими дві його точки, називається обертанням навколо прямої осі, що проходить через ці точки. Обертання навколо центра (точки), можна уявити як обертання навколо миттєвої осі. При обертальному русі навколо осі всі точки абсолютно твердого тіла рухаються по колам, центри яких лежать на осі обертання.

Положення точки, що рухається по колу радіуса R, визначається значенням кута повороту $d\varphi$ (рис. 1.6).

Кутове переміщення

Кутове переміщення $d\vec{\varphi}$ – вектор, довжина якого дорівнює величині кута повороту $d\varphi$, а напрямок збігається з віссю обертання й визначається за правилом правого гвинта (рис. 1.6).

Вектори, напрямки яких пов’язують з напрямком обертання називають *псевдовекторами* або *аксіанальними векторами.* Ці вектори не мають визначених точок прикладання: вони можуть відкладатися від будь-якої точки осі обертання. Найчастіше за точку прикладання псевдовектора вибирають початок координат системи відліку. Кутове переміщення $d\vec{\varphi}$ – псевдовектор.

Кутова швидкість

Кутова швидкість $\vec{\omega}$ (рис. 1.7) – вектор чисельно рівний зміні кута за одиницю часу і який збігається за напрямком з вектором кутового переміщення.

Середня кутова швидкість:

$$\vec{\omega}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}, \text{ де } \qquad \Delta\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_2 - \vec{\varphi}_1. \qquad (1.8)$$

Миттєва кутова швидкість:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}. \qquad (1.9)$$

Кутова швидкість характеризує обертання тіла навколо осі. Вектор $\vec{\omega}$ - псевдовектор, спрямований уздовж осі обертання тіла.

Якщо $\vec{\omega} = const$ – обертання рівномірне, а якщо $\vec{\omega} \neq const$ – обертання нерівномірне. $[\omega] = 1 рад/с = 1 рад \cdot с^{-1}$.

Період обертання Частота обертання

Якщо обертання рівномірне, то його можна охарактеризувати періодом обертання.

Період обертання T- час, за який тіло здійснює один повний оборот (обертається на кут 2π):

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Частота обертання ν- число обертів, яке тіло здійснює за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

$[T] = 1c, \quad [\nu] = 1/c = 1c^{-1}$.

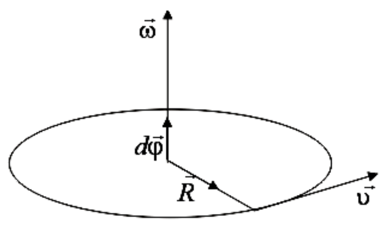


Рисунок 1.6

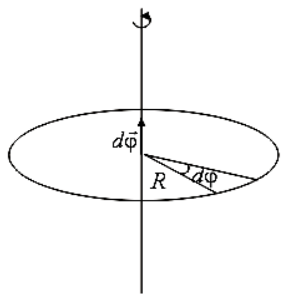


Рисунок 1.7

Кутове прискорення

Середнє кутове прискорення:

$$\vec{\beta}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}.$$

Миттєве кутове прискорення (рис. 1.8):

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{\varphi}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}. \qquad (1.10)$$

Кутове прискорення характеризує швидкість зміни кутової швидкості обертання. Вектор $\vec{\beta}$- псевдовектор, спрямований уздовж осі обертання. Якщо рух прискорений, напрямки $\vec{\omega}$ та $\vec{\beta}$ збігаються (рис. 1.8а), якщо рух уповільнений, то напрямки $\vec{\omega}$ та $\vec{\beta}$ спрямовані по осі обертання назустріч один одному (рис. 1.8б).

$$[\beta] = 1рад/c^2 = 1рад \cdot c^{-2}.$$

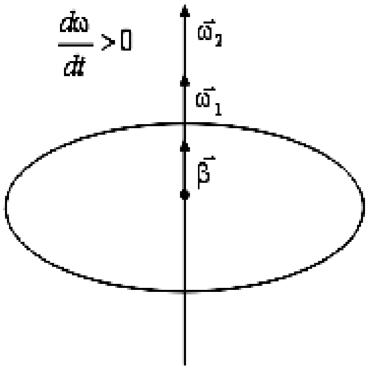


Рисунок 1.8а

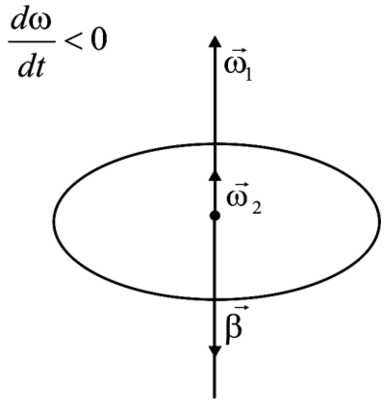


Рисунок 1.8б

Зв’язок між кутовими та лінійними кінематичними характеристиками

Положення точки М, що рухається по колу (рис. 1.9) визначається радіусом – вектором $\vec{r}$, проведеним із початку координат O, що міститься на осі початку обертання, в точку М.

У випадку, коли точки 1 та 2 нескінченно близькі одна до одної вектор лінійного переміщення:

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \times \vec{r}]. \qquad (1.11)$$

Модуль переміщення:

$$|d\vec{r}| = |d\vec{\varphi}| R,$$

де $d\varphi$- модуль кутового переміщення (кут повороту); R- модуль вектора $\vec{R}$, ортогональний до осі обертання й проведений від неї до точки М:

$$R = r \sin\alpha.$$

Тоді

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = [\frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r}] = [\vec{\omega} \times \vec{r}].$$

Лінійна швидкість точки М (рис. 1.9):

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]. \qquad (1.12)$$

Модуль лінійної швидкості:

$$|\vec{\upsilon}| = \omega r \sin\alpha = \omega R.$$

Лінійне прискорення будь-якої точки М тіла, що обертається:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{\omega} \times \vec{r}] = [\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}] + [\vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}] = [\vec{\beta} \times \vec{r}] + [\vec{\omega} \times \vec{\upsilon}] = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

При обертанні від $\vec{\beta}$ до $\vec{r}$ (доцентрове) прискорення $\vec{a}_\tau$ спрямоване по дотичній (рис. 1.10); нормальне (доцентрове) прискорення спрямоване по R до центра (рис. 1.11).

Модуль тангенціального прискорення:

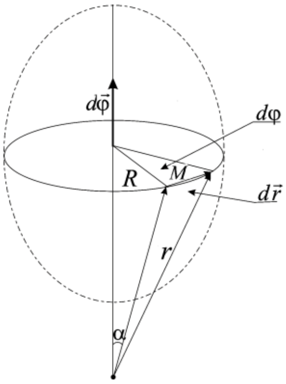
$$|\vec{a}_\tau| = |[\vec{\beta} \times \vec{r}]| = \beta r \sin\alpha = \beta R. \qquad (1.13)$$

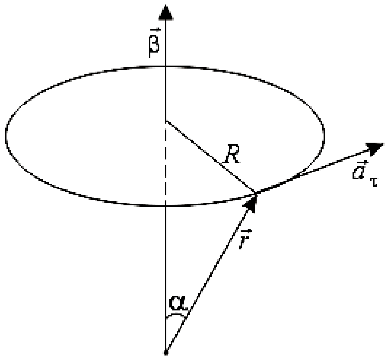
Модуль нормального прискорення:

$$|\vec{a}_n| = |[\vec{\omega} \times \vec{\upsilon}]| = \omega\upsilon \sin\alpha = \omega\vec{\upsilon}\sin 90^o = \omega\upsilon = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (1.14)$$

Повне прискорення:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\beta^2 + \omega^4}.$$





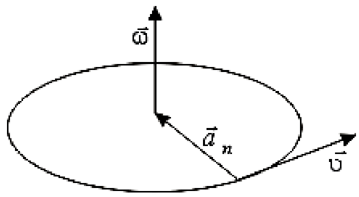


Рисунок 1.9 Рисунок 1.10 Рисунок 1.11

Основне рівняння кінематики обертального руху

Як і при поступальному русі, основною задачею кінематики є визначення положення тіла, що рухається, у будь який момент часу. Цю задачу вирішує рівняння:

$$\vec{\varphi}(t) = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\beta} t^2}{2}, \qquad (1.15)$$

де $\vec{\varphi}_0, \vec{\omega}_0$ - начальні значення кута повороту та кутової швидкості відповідно.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 1.1. Кінематика

1. Дати визначення механічної системи.
2. Дати визначення нормальному прискоренню.
3. Дати визначення поступальному руху.
4. Запишіть кінематичне рівняння поступального руху.
5. Дати визначення обертального руху.
6. Що називається лінійним переміщенням?
7. Дати визначення кутовому переміщенню. Його зв'язок з лінійним переміщенням.
8. Чим задається положення матеріальної точки?
9. Дати визначення лінійної швидкості (миттєвої й середньої).
10. Дати визначення кутовому прискоренню.
11. Дати визначення лінійному прискоренню (миттєвому й середньому).
12. Запишіть кінематичне рівняння обертального руху.
13. Дати визначення тангенціальному прискоренню.
14. Як повне прискорення пов'язане з нормальним і тангенціальним?

1.2. Динаміка

1.2.1 Основні динамічні характеристики поступального руху

***Динаміка** - розділ механіки, що вивчає рух, як результат взаємодії.* Мірою взаємодії є сила.

Сила

***Сила** – векторна величина , яка характеризує міру взаємодії між тілами або тілом і полем*.

Різні типи взаємодії у природі описуються різними видами сил у механіці:

1. Електромагнітна взаємодія → 1. Сила тертя
   2. Сила пружності
2. Гравітаційна взаємодія → 3. Сила тяжіння

Таким чином у механіці розглядаються три види сил: тертя, пружності та тяжіння.

Властивості поняття сили

1. Сила породжується ***двома*** об'єктами: двома тілами, або тілом та полем.
2. Сила повністю визначена, якщо задані її модуль (величина), напрямок дії в просторі та точка прикладання. Пряма, вздовж якої спрямована сила називається лінією дії сили.
3. Одночасно дія на матеріальну точку (тіло) декількох сил еквівалентна дії однієї сили, яка є геометричною сумою всіх сил і називається *рівнодіючою силою:*

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i \tag{1.16}$$

4. $[F]$=1 Н (Ньютон) .

Маса тіла

Як показують досліди, швидкість тіла не можна змінити миттєво. Тіло протидіє спробі змінити стан його руху. Ця властивість тіл називається ***інерцією*** *– властивість тіл зберігати свій стан спокою або руху.*

Маса** – міра інерції, міра гравітаційних властивостей тіла*. Визначити масу тіла можна методом порівняння з еталоном маси при взаємодії тіл. У механіці Ньютона маса має наступні ***властивості:

- додатна ($m>0$),
- адитивна ($m=\Sigma m_i$),
- стала ($m=const$ – закон збереження мас)
- $[m]$=1 кг.

Імпульс

Третьою динамічною характеристикою поступального руху є імпульс.

Стан руху матеріальної точки в інерціальній системі відліку характеризується двома фізичними величинами: швидкістю ($\vec{\upsilon}$) та здатністю зберігати цю швидкість – інерцією, мірою якої є маса (m). Але зручніше кількісно характеризувати рух однією більш універсальною величиною - *кількістю руху, що називається* ***імпульсом:***

$$\vec{p}_i = m_i \vec{\upsilon}_i \,, \tag{1.17}$$

де m_i – маса матеріальної точки, $\vec{\upsilon}_i$ – її швидкість.

Властивості імпульсу:

1. Імпульс системи, яка складається із n матеріальних точок, дорівнює геометричній сумі імпульсів усіх матеріальних точок, що входять до системі:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i \tag{1.18}$$

і називається ***результуючим імпульсом системи.***

2. Імпульс зберігається (підпорядковується закону збереження).
3. $[p]$=1 кг·м/с

Центр мас системи

При розгляданні поступального руху система матеріальних точок (або тіло) замінюється матеріальною точкою, яка називається центром мас. *Центр мас (центр інерції) системи матеріальних точок (рис.1.12) – це точка, положення якої задається радіусом-вектором* $\vec{r}$ *і визначається за формулою:*

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_{21} + \ldots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i-1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum_{i-1}^{n} m_i \vec{r}_i \,, \tag{1.19}$$

Де m_i, r_i, М – маси, радіуси-вектори матеріальних точок та маса всієї системи відповідно.

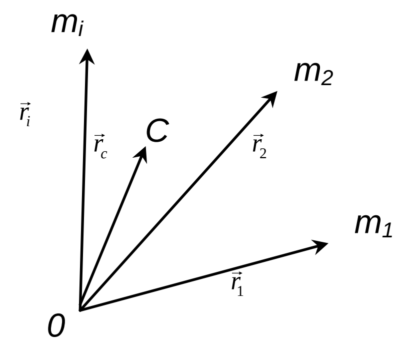


Рисунок 1.12

Координати центра мас:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

Фізичний зміст центру мас – це точка, де зосереджена уся маса системи (тіла), до якої прикладені сили та результуючий імпульс.

1.2.2. Основні динамічні характеристики обертального руху

З простіших експериментів неважко переконатися, що динамічні характеристики поступального руху (сила, маса, імпульс) не придатні для опису обертального руху. Наприклад, при відкритті двері важливу роль грає не тільки сила, а й точка її прикладання.

Момент сили

При обертальному русі *мірою взаємодії є* ***момент сили.***

Якщо на матеріальну точку масою m діє сила $\vec{F}$ (рис.1.13), то *моментом сили* $\vec{F}$ *відносно нерухомої точки О називається векторний добуток радіуса-вектора* $\vec{r}$*, що проведений з початку О до точки, в якій розташована частинка масою* m (тобто до точки прикладання сили $\vec{F}$) на саму цю силу:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]; \quad (1.20)$$

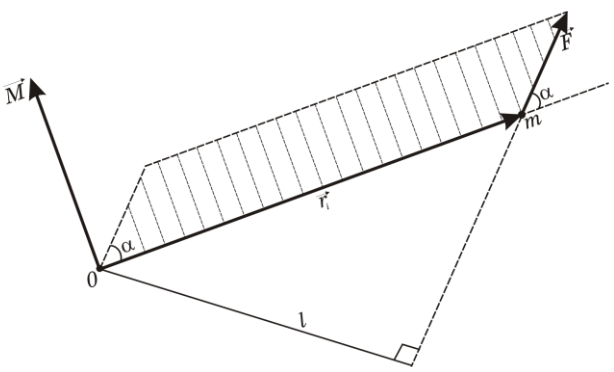


Рисунок 1.13

Вектор $\vec{M}$ напрямлений перпендикулярно площині векторів $\vec{r}$ і $\vec{F}$ за правилом правого гвинта. Модуль моменту сили:

$M = Fr\sin\alpha = Fl;$

де α - кут між векторами $\vec{r}$ і $\vec{F}$, l=$r$sinα - *плече сили* дорівнює довжині перпендикуляра, що опущений з точки О на лінію дії сили.

Властивості моменту сили:

1. Величина відносна, оскільки залежить від вибору осі обертання.
2. Сумується векторно, тобто, якщо на частинку діє кілька сил, то ***результуючий момент*** *усіх сил відносно точки О дорівнює геометричній сумі моментів складових сил відносно тієї ж точки:* $\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i$.
3. $[M]$=1 Н·м.

Момент інерції матеріальної точки відносно осі

Друга динамічна характеристика обертального руху – ***момент інерції*** *є мірою інерції тіла (або матеріальної точки) при обертальному русі.*

Величина J_i, що дорівнює добутку маси матеріальної точки m_i на квадрат найкоротшої відстані цієї точки до осі, називається моментом інерції матеріальної точки відносно осі:

$$J_i = m_i R_i^2 . \qquad (1.21)$$

Момент інерції системи матеріальних точок

Момент інерції – величина адитивна , тому *момент інерції матеріальних точок відносно осі дорівнює сумі добутків їх мас на квадрат їх відстані до осі:*

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i R_i^2 . \qquad (1.22)$$

Момент інерції твердого тіла відносно осі

Якщо тверде тіло уявити як систему елементарних матеріальних точок масою dm, то момент інерції буде дорівнювати:

$$J = \int r^2 dm ,$$

де r - довжина перпендикуляру, проведеного від точки з елементарною масою dm до осі обертання, $dm=\rho dV$, де ρ – густина матеріалу тіла, dV – елементарний об'єм, тоді

$$J = \int_v \rho r^2 dV \quad .$$

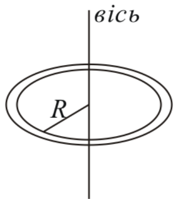
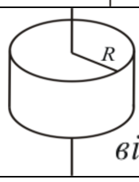
Властивості поняття момент інерції:

1. Величина відносна (залежить від вибору осі обертання).
2. Адитивність.
3. $[J] = 1$кг·м^2.

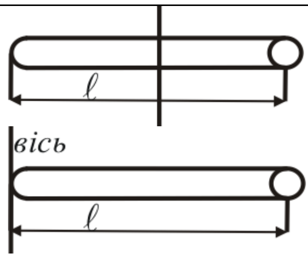
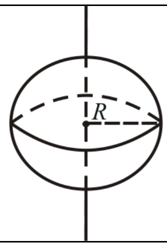
Момент інерції тіл обертання

Для тіл правильної форми (тіл обертання) момент інерції відносно осі симетрії можна розрахувати. Опускаючи процедуру розрахунку, наведемо результати для найбільш поширених у механіці тіл:

Таблиця 1.1

Тіло		Момент інерції
1. Тонке кільце радіусом R		mR^2
2.Суцільний циліндр(диск) радіусом R		$\frac{1}{2} mR^2$

Продовження Таблиці 1.1

3. Тонкий стержень довжиною l		$\frac{1}{12}ml^2$ $\frac{1}{3}ml^2$
4. Тверда куля радіусом R		$\frac{2}{5}mR^2$

Теорема Штейнера

Часто буває, що треба розрахувати момент інерції тіла відносно осі, що не проходить через центр мас. В цьому випадку зручно застосувати *теорему про паралельний перенос осі обертання- теорему Штейнера:*

Момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі: моменту інерції J_C *тіла відносно осі паралельній даній, що проходить через центр мас, і добутку маси тіла на квадрат відстані* a *між осями.*

$$J = J_c + ma^2. \tag{1.23}$$

Ілюстрацією може служити випадок, показаний вище у таблиці (п.3): якщо вісь обертання для стержня змістити відносно осі симетрії на $l/2$, то по теоремі Штейнера отримаємо:

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2.$$

Третьою характеристикою динаміки обертального руху, що є *мірою кількості руху* використовується **момент імпульсу.**

Момент імпульсу частинки

Моментом імпульсу частинки відносно точки O (рис. 1.14) називається вектор $\vec{L}_i$, *що дорівнює векторному добутку векторів* $\vec{r}_i$ *і* $\vec{p}_i$

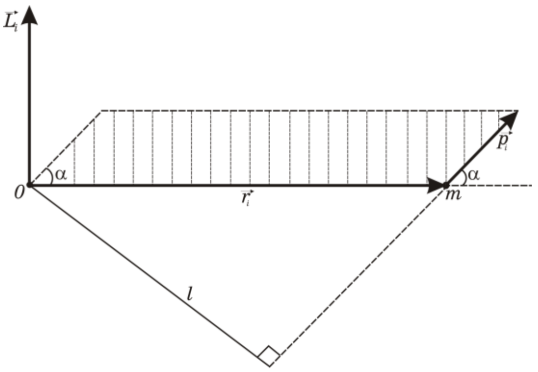


Рисунок 1.14

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i] \qquad (1.24)$$

Модуль цієї величини:

$$L_i = r_i p_i \sin\alpha = l_i p_i;$$

де α - кут між векторами $\vec{r}_i$ і $\vec{p}_i$ (вектори повинні виходити з однієї точки; їх можна переносити тільки вздовж лінії їх дії).

$l_i = r_i \sin\alpha$ - довжина перпендикуляра, спущеного з точки О на лінію подовження напрямку імпульсу $\vec{p}$.

Модуль моменту імпульсу чисельно дорівнює площі паралелограма, побудованого на векторах $\vec{r}_i$ і $\vec{p}_i$ як на сторонах.

Момент імпульсу твердого тіла, що обертається з кутовою швидкістю ω, дорівнює:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \qquad (1.25)$$

Властивості поняття момент імпульсу:

1. Для системи матеріальних частинок (або тіл) **результуючий момент імпульсу** визначається *векторною сумою моментів імпульсів окремих частинок*

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i \ .$$

2. $\vec{L}$ - відносна величина, бо залежить від вибору осі обертання.
3. Зберігається (підпорядковується закону збереження).
4. $[L]$=1 кг·м^2/с.

1.2.3. Основний закон динаміки поступального та обертального рухів. Закони Ньютона.

Механічна система

Сукупність матеріальних точок (тіл), що розглядається як єдине ціле, має назву *механічної системи.* Сили, що є наслідком взаємодії матеріальних точок механічної системи – *внутрішні*. Сили, з якими зовнішні тіла діють на матеріальні точки механічної системи – *зовнішні.*

Основний закон динаміки поступального руху

Цей закон формулюється наступним чином: ***зміни результуючого імпульсу системи тіл дорівнює рівнодіючої зовнішніх сил, що діють на систему.***

$$\frac{d\,\vec{p}}{dt}=\vec{F}\,. \tag{1.26}$$

де

$$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{\,зовн}\,.$$

Основний закон динаміки обертального руху

Замінюючи величини поступального руху на їх аналогії з обертального руху, одержимо ***основний закон динаміки обертального руху***

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}\,. \tag{1.27}$$

Швидкість зміни результуючого моменту імпульсу системи тіл дорівнює результуючому моменту імпульсу зовнішніх сил, що діють на систему.

$$\vec{M}=\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i^{\,зовн}\,.$$

Окремими випадками основного закону динаміки є закони Ньютона.

Перший закон Ньютона

Будь-яке тіло (частинка) зберігає свій стан спокою або прямолінійного рівномірного руху доти, якщо на нього не діють інші матеріальні об'єкти, або їх дія скомпенсована.

Цей закон стверджує, що для підтримання спокою або рівномірного й прямолінійного руху тіло не потребує жодних зовнішніх впливів, що стан спокою й рівномірного прямолінійного руху – динамічно еквівалентні.

Другий закон Ньютона

Розглянемо рух матеріальної точки під впливом зовнішніх сил. У зв'язку з тим, що маса не залежить від швидкості й від часу, основний закон динаміки поступального руху можна записати так:

$$\frac{d\,\vec{p}}{dt}=m\frac{d\,\vec{\upsilon}}{dt}=m\frac{d^2\,\vec{r}}{dt^2}=m\vec{a}=\vec{F}\,.$$

Відповідне формулювання *другого закону Ньютона:*

$$\vec{a}=\frac{1}{m}\vec{F} \tag{1.28}$$

прискорення матеріальної точки ($\vec{a}$) пропорційне рівнодіючої зовнішніх сил $\vec{F}$ та обратно пропорційне масі її m .

Аналогічним чином можна з основного закону динаміки обертального руху отримати другий закон Ньютона для обертального руху

$$J\vec{\beta}=\vec{M}_{зовн} \tag{1.29}$$

Третій закон Ньютона

Сили, з якими діють одне на одне тіла, що взаємодіють, дорівнюють одна одній за величиною, протилежні за напрямком та діють уздовж прямої, яка з'єднує ці тіла: $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$, тобто всякій дії є протидія.

Третій закон Ньютона стверджує, що сили виникають парами і є силами однієї природи. Вони прикладені до різних матеріальних точок (тіл), тому не урівноважують одна одну(рис 1.15):

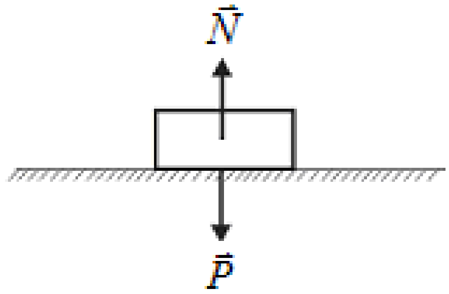


Рисунок 1.15

$$\left|\vec{P}\right| = \left|\vec{N}\right|,$$

де $\vec{P}$ – вага тіла (або сила нормального тиску $\vec{F}_{н.т.}$) прикладена до опори; $\vec{N}$ – сила нормальної реакції опори.

Із третього закону Ньютона випливає, що в будь-якій механічній системі геометрична сума всіх внутрішніх сил дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik} = 0. \tag{1.30}$$

Межі застосування законів Ньютона

Окрім всесвітніх законів збереження (імпульсу, моменту імпульсу, енергії) усі інші закони мають певні межі застосування. Межею застосування законів Ньютона є **інерціальні системи відліку** ***(ІСВ)*** – *система відліку, що покоїться, або рухається прямолінійно та рівномірно відносно головної ІСВ*, тілом відліку якої є Сонце (геліоцентрична). На практиці у якості головної ІСВ використовують систему відліку, пов'язану із Землею (геоцентричну). Відносно її можна нарахувати коло нас безліч ІСВ, пов'язаних з тілами, що або покояться, або рухаються рівномірно та прямолінійно відносно поверхні Землі.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 1.2. Динаміка

1. Що таке інерціальна система відліку ? Навести приклад.
2. Що таке імпульс?
3. Що таке маса? Властивості цього поняття.
4. Основний закон динаміки поступального руху. Приклад його застосування.

5. Що таке центр мас? Для чого використовується це поняття?
6. Перший закон Ньютона. Приклад його застосування.
7. Що таке сила? Властивості цього поняття.
8. Другий закон Ньютона. Приклад його застосування.
9. Третій закон Ньютона. Приклад його застосування.
10. Що таке момент сили? Пояснити малюнком.
11. Що таке момент інерції матеріальної точки? Тіла?
12. Що таке момент імпульсу матеріальної точки? Тіла?
13. Другий закон Ньютона для обертального руху.
14. Основний закон динаміки обертального руху.

1.3. Закони збереження

1.3.1. Закони збереження імпульсу та моменту імпульсу.

Закон збереження імпульсу

Розглянемо основний закон динаміки поступального руху (1.26) з позицій відповіді на питання: при якій умові результуючий імпульс буде постійним (не змінюватися з часом)?

Із формули закону $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ очевидно: якщо $\vec{p} = const$, то $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, тобто $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{зовн}$ - рівнодіюча зовнішніх сил повинна дорівнювати 0.

Механічна система, на яку не діють зовнішні сили, або дія яких скомпенсована, є ***замкненою системою.***

Тоді вираз
$$\vec{p} = \sum \vec{p}_i = const \tag{1.31}$$
є співвідношенням для закону збереження імпульсу.

Це твердження складає зміст закону збереження імпульсу - ***імпульс замкненої системи матеріальних точок (тіл) у процесі руху не змінюється.*** Він може лише *перерозподілятися.*

Закон збереження імпульсу є наслідком *однорідності простору*. Вона проявляється в тім, що фізичні властивості замкненої системи та закону її руху не залежать від вибору положення початку координат системи відліку.

Цей закон є фундаментальним законом природи і має необмежені межі застосування.

Закон збереження моменту імпульсу

Аналогічно з основного закону динаміки обертального руху (1.27) можна отримати закон збереження моменту імпульсу - ***якщо результуючий момент зовнішніх сил відносно нерухомої точки О дорівнює нулю, то момент імпульсу системи матеріальних точок відносно тієї ж точки залишається сталим з часом.***

$$\vec{M}_{зовн} = 0; \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0; \qquad \vec{L} = const. \tag{1.32}$$

Момент імпульсу системи не змінюється внаслідок дії моментів внутрішніх сил, які можуть викликати тільки зміну моментів імпульсу окремих тіл, але повний момент імпульсу системи залишається незмінним.

Закон збереження моменту імпульсу пов’язаний з ізотропністю простору і також є фундаментальним законом природи і не має меж застосування.

Окремий випадок застосування закону збереження моменту імпульсу – *для твердого тіла* (1.25):

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = const \qquad (1.33)$$

Враховуючи, що $J = const$ за означенням, з (1.33) отримаємо:

$$\vec{\omega} = const \qquad (1.34)$$

Тобто якщо діючі на тіло моменти сил скомпенсовані, то воно буде *зберігати кутову швидкість обертання постійною як за модулем, так і за направленням.*

Це явище використовується у спеціальних приладах – *гіроскопах.* Простіший механічний гіроскоп уявляє собою масивне тіло, вісь обертання якого має три ступені свободи. При будь-якій зміні положення основи конструкції напрямок обертання вісі зберігається. Це можна використовувати як компас, або для стабілізації ствола гармати у процесі руху.

1.3.2. Енергія і робота. Кінетична енергія.

Енергія

Рух – невід'ємний стан матерії. У фізиці вводять поняття ***енергії*** *(Е) – скалярної фізичної величини, яка є кількісною характеристикою різних форм руху матерії і відповідних їй взаємодій. Енергія являється одним з фундаментальних понять.*

З різними формами руху матерії пов'язані *різні види енергії – механічна, теплова, енергія магнітного поля, хімічна, ядерна та ін.*

Властивості поняття енергії:

1. Належить усім матеріальним об'єктам – і речовині, і полю.
2. Є інтегральною характеристикою, тобто для системи тіл складається

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i .$$

3. Зберігається (підпорядковується закону збереження).
4. [*E*]=1 Дж.

Види енергії в механіці

В механіці розрізняють два види енергії – кінетичну (*T*) та потенціальну (*W*). Повна механічна енергія складається з їх суми:

$$E = T + W. \qquad (1.35)$$

Робота сили

Робота (*A*) – *скалярна фізична величина, що є мірою зміни енергії тіла в процесі взаємодії з іншими тілами.* Елементарна робота сили $\vec{F}$ (на елементарному переміщенні $d\vec{r}$) визначається формулою

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = F dr \cos\alpha = F_r dr \, , \qquad (1.36)$$

де α- кут між векторами $d\vec{r}$ і $\vec{F}$, F_r - проекція вектора $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$ (рис.1.16).

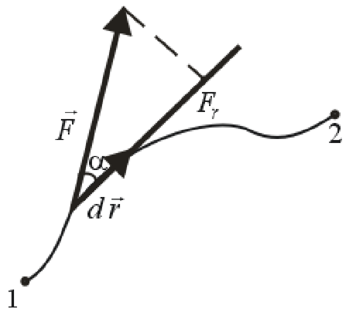


Рисунок 1.16

Робота на ділянці траєкторії 1-2 дорівнює інтегралу:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{r} = \int_1^2 F\cos\alpha dr = \int_1^2 F_r dr \qquad (1.37)$$

Властивості поняття роботи:

1. Величина δA – алгебраїчна (скалярна); якщо $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ δA –додатна величина; при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ елементарна робота від’ємна; (робота сил опору), коли $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\delta A=0$ (в цьому випадку $\vec{F} \perp d\vec{r}$), (випадок, коли сила відіграє роль доцентрової сили).
2. Сумарна робота декількох сил дорівнює роботі їх рівнодіючої сили $dA = \sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i \cdot d\vec{r}) = \left(\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\right)d\vec{r} = \vec{F}d\vec{r}$.
3. $[A]$=1Дж.

Робота при обертанні твердого тіла

Елементарна робота, яку виконує сила $\vec{F}$, що прикладена до тіла, дорівнює:

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} = F_\tau dr = RF_\tau d\varphi = M_z d\varphi = \vec{M}d\vec{\varphi}. \qquad (1.38)$$

Робота при повороті на кут $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ дорівнює:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \vec{M}d\vec{\varphi}. \qquad (1.39)$$

Потужність

Для характеристики швидкості, з якою виконується робота, застосовується фізична величина *потужність, це величина роботи, виконаної за одиницю часу*

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Якщо потужність з часом змінюється, то інтенсивність виконання роботи характеризується *миттєвою потужністю*:

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{\upsilon}.$$

Тобто миттєва потужність дорівнює скалярному добутку вектора сили на вектор миттєвої швидкості, з якою рухається частинка. Як і робота, потужність – величина алгебраїчна. Знаючи потужність сили, можна знайти роботу, яку здійснює сила за проміжок часу t:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_0^t \vec{F}\vec{\upsilon} dt = \int_0^t P dt .$$

Одиницею потужності в СІ є Ват (Вт). Потужність в один ват – це така величина потужності, коли сила F за 1 секунду виконує роботу в один джоуль:

1Вт=1Дж/1с.

Практично часто користуються такими одиницями як гектоват, кіловат, мегават. Зв'язок між наведеними одиницями такий: 1 гВт=10^2 Вт, 1 кВт=10^3 Вт, 1 МВт=10^6 Вт.

Поняття кінетичної енергії

Кінетична енергія *– це енергія тіла, що рухається, яка чисельно дорівнює роботі, що потрібно здійснити для зупинки тіла:*

$$T = \left(\frac{m\upsilon^2}{2} \right). \tag{1.40}$$

Властивості поняття кінетичної енергії:

1. Згідно з (1.40) T завжди позитивна.
2. T – величина відносна, оскільки згідно принципу відносності руху υ залежить від обрання системи відліку.
3. $[T]$ = 1 Дж.

Кінетична енергія при обертальному русі

Використовуючи аналогію між динамічними характеристиками поступального та обертального рухів, з формули (1.40) можна одержати вираз для **кінетичної енергії при обертальному русі:**

$$T = \left(\frac{J\omega^2}{2} \right). \tag{1.41}$$

Якщо рух складний, тобто його можна уявити як накладання двох видів руху – поступального та обертального, то згідно інтегральності поняття енергії, кінетичну енергію можна уявити як суму енергій поступального і обертального рухів:

$$T = \left(\frac{m\upsilon^2}{2} \right) + \left(\frac{J\omega^2}{2} \right) \tag{1.42}$$

де υ – швидкість поступального руху центра обертання.

1.3.3. Консервативні сили. Потенціальна енергія.

Стаціонарне силове поле

Якщо на частинку в кожній точці простору діє сила, яка змінюється у просторі за деяким законом, то це означає, що частинка перебуває у полі сили, наприклад, в полі сили тяжіння Землі або в полі сил опору в потоці рідини(газу). В умовах, коли *сила в кожній точці силового поля не залежить від часу, це поле називають стаціонарним*. В цьому випадку сила залежить тільки від положення частинки. Очевидно, що силове поле, стаціонарне в одній системі відліку, в іншій може виявитись нестаціонарним.

Потенціальне поле. Консервативні та неконсервативні сили

Робота, яку виконують сили поля при переміщені частинки з точки 1 в точку 2, в загальному випадку залежить від шляху. Але серед стаціонарних силових полів є такі, в яких робота не залежить від шляху, а залежить лише від положення цих точок. Такі поля називають *потенціальними*, а сили – *консервативними*.

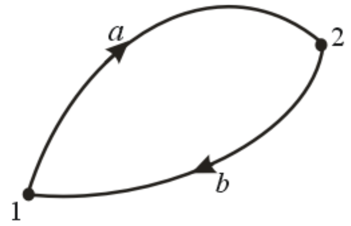


Рисунок 1.17

В потенціальному полі роботу консервативних сил по замкнутому шляху можна поділити на дві довільні частини (рис.1.17) 1*a*2 і 2*b*1.

Зважаючи на те, що поле потенціальне, $A_{1a2}=A_{1b2}$. З іншого боку - $A_{1a2}=A_{2b1}$, звідки $A_{1a2}+A_{2b1}=A_{1a2}-A_{1b2}=0$. Якщо робота сил поля по замкнутому шляху дорівнює нулю, то робота цих сил на шляху між довільними точками 1 і 2 не залежить від форми шляху – поле потенціальне. Таким чином, *для консервативних сил можна навести два визначення: як сил, робота яких не залежить від форми траєкторії частинки, а залежить лише від початкового і кінцевого її положення; як сил, робота яких по замкнутому шляху дорівнює нулю, тобто умова консервативності сили:*

$$\oint_l \vec{F}d\vec{l} = 0\,. \qquad (1.43)$$

Не важко переконатися, що із трьох сил в механіці консервативними є сили пружності та тяжіння, а сила тертя – неконсервативна.

Потенціальна енергія

Потенціальна енергія (W) – це енергія тіла (системи тіл), яка обумовлена його взаємодією із зовнішніми тілами. Математичним визначенням W є формула:

$$W= - A_{к.с.} \qquad (1.44)$$

де $A_{к.с.}$ – робота консервативних сил по переведенню тіла (системи) із початкового (нульового положення в дане.

Під початковим (нульовим) положенням розуміється стан, у якому $W= 0$.

Отже, ***потенціальна енергія*** *– це енергія, нерухомого тіла (системи тіл), обумовлена його взаємодією з іншими тілами.*

Властивості поняття потенційної енергії:

1. W величина відносна, бо значення потенціальної енергії залежить від вибору початкового положення системи. При заміні одного початку відліку на інший потенціальна енергія змінюється на сталу величину, тобто вона визначається не однозначно, а з точністю до довільної сталої.
2. Потенційна енергія визначає *умови стійкого стану тіла* (системи тіл) див.нижче.
3. $[W]$=1 Дж.

Види потенційної енергії в механіці

В механіці розглядають три види потенційної енергії:

- потенціальна енергія частинки m_1 в гравітаційному полі, створеному частинкою m_2:

$$W_p(r)=-G\frac{m_1m_2}{r};$$

де G – гравітаційна стала, r – відстань між частинками;

- потенціальна енергія частинки в полі пружних сил:

$$W_p(x)=\frac{kx^2}{2};$$

де k – коефіцієнт пружності, x – деформація;

- потенціальна енергія частинки в полі тяжіння $W_p = mgh$, де h – висота підйому тіла над поверхнею Землі, енергія відраховується від поверхні Землі, де $W_p = 0$.

Зв'язок сили з потенційною енергією

Консервативна сила пов'язана з потенційною енергією градієнтним зв'язком:

$$\vec{F} = -gradW. \qquad (1.45)$$

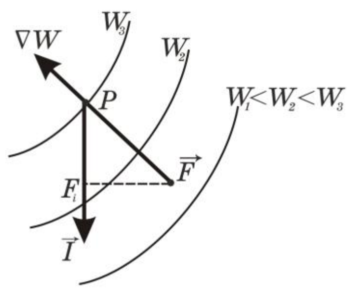
Часто цю формулу записують у вигляді:

$$\vec{F} = -\nabla W_p, \qquad (1.46)$$

$\nabla = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k}\right)$, де ∇ - оператор Гамільтона (він же є градієнтом).

Отже, *сила, яка діє на частинку в потенціальному полі, дорівнює взятому зі знаком мінус градієнту потенціальної енергії цієї частинки в даній точці поля.*

Знак мінус вказує на те, що напрямки сили і градієнта потенціальної енергії протилежні. *Вектор сили напрямлений у бік максимального зменшення*



потенціальної енергії (рис.1.18).

Рисунок 1.18

Принцип стійкості системи

Система тіл (або тіло) знаходиться у стійкому стані, якщо її потенційна енергія має найменше значення із можливих. Наприклад, куля у ямці має найбільш стале положення (у порівнянні з кулею на горі або площині) завдяки меншому значенню потенційної енергії $W=mgh$.

Принцип справедливий не тільки у механіці, але й для любих систем.

1.3.4. Загальний закон збереження енергії. Закон збереження механічної енергії.

Загальний закон збереження енергії

В ізольованій системі тіл енергія передається від одного тіла до другого, перетворюється з одного виду у інший, але її загальна кількість залишається незмінною.

Під ізольованою системою розуміється система тіл, яка не обмінюється енергією із зовнішніми тілами.

Закон збереження і перетворення енергії є одним з основних законів природи і носить *характер заборони*: неможливі процеси, під час яких порушується цей закон, неможливе створення вічного двигуна першого роду, який постійно виконував би роботу без споживання енергії ззовні.

Закон збереження механічної енергії

Повна механічна енергія консервативної системи тіл залишається сталою – закон збереження механічної енергії.

$$E=T+W=const.$$

Під консервативною розуміється система, на тіла якої діють тільки консервативні сили. Як було показано вище неконсервативною силою у механіці є сила тертя. Таким чином механічна енергія буде зберігатися, якщо у системі відсутнє тертя, чого, як видно, не може бути.

На практиці цим законом можна користуватися при умові

$$F_{тертя} \to 0,$$

тобто коли тертям можна знехтувати.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 1.3. Закони збереження:

1. Що таке енергія? Яким об'єктам вона властива?
2. Що таке потенційна енергія?
3. Що таке робота? Властивості цієї величини.
4. Що таке 1 Джоуль?
5. Що таке повна механічна енергія?
6. У якому випадку робота сили негативна?
7. Умова стану стійкої рівноваги системи.
8. Що таке кінетична енергія? Властивості цієї величини.
9. У якому випадку робота сили на кінцевому шляху дорівнює нулю?
10. Які сили називаються консервативними? Приклади таких сил.
11. Загальний закон збереження енергії.
12. Закон збереження енергії в механіці.
13. Закон збереження імпульсу. Навести приклади.
14. Закон збереження моменту імпульсу. Навести приклади.

Лекція № 4 **Тема: Електричне поле у вакуумі**

2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Електростатика – розділ учення про електрику, в якому вивчаються взаємодії та властивості систем електричних зарядів, нерухомих відносно вибраної інерціальної системи відліку.

2.1.Електричне поле у вакуумі

2.1.1 Природа електрики. Закон Кулона

Одним із фудаментальних понять фізики й основним поняттям учення про електрику є *електричний заряд*. *Електричний заряд* є внутрішньою характеристикою деяких елементарних матеріальних частинок, яка зумовлює електромагнітний тип взаємодії. Він не існує поза носіями заряду та є джерелом і об’єктом дії електростатичного поля.

Властивості електричного заряду

1. Існує два типи заряду. Умовно їх назвали позитивними (+) та негативними (-). Однойменно заряджені тіла відштовхуються, а різнойменно заряджені – притягуються.
2. Заряд є величиною *дискретною* (заряд квантується).
3. Елементарний заряд – найменший заряд, який існує в природі. Негативний елементарний заряд e_0^- має електрон, позитивний елементарний заряд e_0^+ – протон. Заряд будь-якого тіла є величиною кратною елементарному заряду.

$q = \pm N \cdot e_0$ (N =1,2,3…), e_0=1,601·10^{-19} Кл.

Для макроскопічних тіл і зарядів можна вважати, що заряд змінюється безперервно.

4. [q] = 1 Кл.

Електризація тіл

У будь-якому електронейтральному тілі кількість елементарних негативних зарядів дорівнює кількості елементарних позитивних. Тіл, які б не мали ніяких зарядів, у природі не існує. Електричні заряди позитивні та негативні з`являються та зникають одночасно (парами).

Перетворення незарядженого тіла у заряджене називається ***електризацією***. Електризацію можна здійснити двома засобами:

- надати (зовні) тілу заряди одного знаку (або відібрати);

• під зовнішнім впливом перерозподілити заряди, що існують у тілі, таким чином, щоб позитивні заряди зібрались на одному краю, а негативні – на іншому.

Закон збереження електричного заряду

Закон збереження електричного заряду*: алгебраїчна сума електричних зарядів у електроізольованій системі не змінюється з часом.*

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const.$$

Електроізольована система – це така система, через граничну поверхню якої не можуть проходити заряджені частинки.

В системі можуть виникати нові електрично заряджені частинки, наприклад електрони внаслідок явища іонізації атомів чи молекул, іони за рахунок явища іонізації або електричної дисоціації і таке інше. Але якщо система електроізольована, то алгебраїчна сума зарядів, які виникли завжди дорівнює нулю.

Закон збереження електричного заряду є одним із фундаментальних законів природи.

Точковий електричний заряд – заряд, що його має тіло, розміри якого малі порівняно з відстанями до інших тіл, з котрими він взаємодіє (заряджена матеріальна точка).

Закон взаємодії нерухомих точкових зарядів експериментально встановлено у 1785 р. Кулоном і носить його ім’я.

Закон Кулона

Сила електростатичної взаємодії двох точкових електричних зарядів, що знаходяться у вакуумі, прямо пропорціональна добутку величин цих зарядів q_1 та q_2, обернено пропорціональна квадрату відстані між ними r, та спрямована вздовж прямої, що їх з’єднує.

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \qquad \vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}, \qquad (2.1)$$

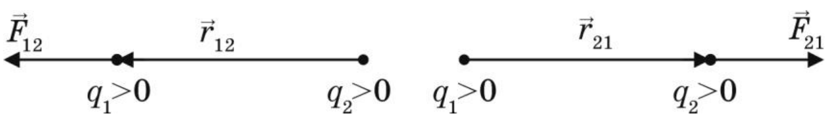


Рисунок 2.1а Рисунок 2.1б

де $\vec{F}_{12}$ – сила, що діє на заряд q_1 з боку заряду q_2,

$\vec{r}_{12}$ – радіус-вектор, напрямлений від заряду q_1 до заряду q_2 (рис 2.1а),

$\vec{F}_{21}$ – сила, що діє на заряд q_2 з боку заряду q_1,

$\vec{r}_{21}$ – радіус-вектор, напрямлений від заряду q_2 та q_1 (рис 2.1б).

Напрямок сил визначається знаками зарядів q_1 та q_2 ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$за третім законом Ньютона).

Коефіцієнт k залежить від вибору системи одиниць. У системі Гаусса k=1 і не має розмірності. В системі *СІ* $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, ε_0 – електрична стала ε_0 = $8{,}85 \cdot 10^{12}$ $\frac{\Phi}{\text{м}}$.

У законі Кулона міститься два основних твердження:

– про обернену залежність сили взаємодії від квадрата відстані

– про адитивність дії електричних зарядів. Сила взаємодії двох зарядів не залежить від наявності інших зарядів.

Густина зарядів

Характеристикою неперервного-розподілу зарядів є їх *густина.*

Якщо заряди неперервно-розподілені вздовж лінії, то вводиться *лінійна густина зарядів* τ *:*

$$\tau = \frac{dq}{dl},$$

де dq - заряд малої ділянки лінії dl.

$$[\tau] = 1\frac{Кл}{м}.$$

Якщо електричні заряди неперервно-розподілені по певній поверхні, то *поверхнева густина зарядів* σ:

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

де dq - заряд, розташований на малій ділянці поверхні площею dS.

$$[\sigma] = 1\frac{Кл}{м^2}.$$

При неперервному розподілі зарядів у будь-якому об'ємі *об'ємна густина зарядів* ρ *:*

$$\rho = \frac{dq}{dV},$$

де dq - заряд, який міститься в малому елементі об'ємі dV.

$$[\rho] = 1\frac{Кл}{м^3}.$$

2.1.2.Електричне поле. Напруженість електричного поля

Електричне поле – **вид матерії, яка існує в просторі й часі та через яку здійснюється взаємодія електричних зарядів.** Якщо поле не змінюється у часі, то воно називається **електростатичним** (далі саме воно і розглядається).

Властивості електростатичного поля (ЕПС):

1. ЕПС створюється нерухомими зарядами і виявляється по дії на заряди.
2. ЕПС є потенційним полем (дивись далі).

Напруженість електричного поля

Силовою характеристикою електричного поля є ***вектор напруженості*** $\vec{E}$ **.**

Вектор напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ *дорівнює відношенню сили* $\vec{F}$*, з якою поле діє на одиничний точковий заряд, що міститься в даній точці поля, до величини* q_0 *цього заряду*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (2.2)$$

Властивості напруженості:

1. У загальному випадку у різних точках поля вона різна, тобто *E=f(x,y,z)*. Якщо напруженість однакова електростатичне поле є *однорідним.*

2. [E]=1 В/м (Вольт на метр).

Із формули (2.2) випливає, що сила $\vec{F}$, яка діє з боку електричного поля на будь-який точковий заряд *q*, що знаходиться в цьому полі, дорівнює :

$$\vec{F} = q\vec{E}. \qquad (2.3)$$

Напруженість поля, яке утворено точковим зарядом q у вакуумі, згідно з формулами (2.1) та (2.2) дорівнює:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що з'єднує заряд *q* з точкою поля, в якій визначається $\vec{E}$. Якщо $q > 0$ вектор $\vec{E}$ напрямлений по радіус-вектору від заряду (рис 2.2а), якщо *q*<0 – до заряду (рис 2.2б).

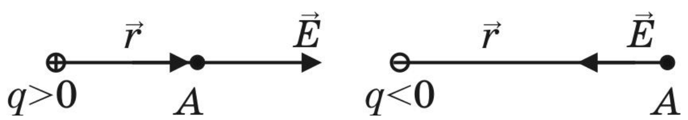


Рисунок 2.2а Рисунок 2.2б

Отже, джерелом електричного поля є нерухомі електричні заряди. Потужність джерела характеризується величиною заряду.

Однорідне електричне поле – поле, в кожній точці якого напруженість $\vec{E}$ однакова за величиною та напрямком. Якщо $\vec{E}$ не змінюється з часом – однорідне поле є *стаціонарним (або постійним).* Поле точкового заряду неоднорідне.

Силові лінії

Для графічного зображення електричних полів застосовують метод силових ліній (ліній напруженості).

Силові лінії *– уявні лінії, дотична до яких в кожній точці поля збігається з напрямком вектора напруженості поля в цій точці.*

Властивості силових ліній:

1. Силові лінії від одного джерела ніде не перетинаються тому, що вектор $\vec{E}$ в кожній точці має лише один напрямок.
2. Силові лінії однорідного поля паралельні та знаходяться одна від одної на однакових відстанях.
3. Густина силових ліній характеризує величину напруженості.
4. Силові лінії починаються на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних, або у нескінченності (так умовились).

Принцип суперпозиції електричних полів

Основна задача електростатики може бути сформульована наступним чином: за заданими розподілом у просторі джерел поля та їх потужності (електричних зарядів) – знайти значення вектора напруженості $\vec{E}$ в усіх точках поля. Ця задача вирішується на основі **принципу суперпозиції електричних полів***: напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює геометричній сумі напруженостей полів, утворених кожним із цих зарядів окремо, тобто*

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + ... + \vec{E_n}. \qquad (2.4)$$

У просторі заряди розподіляються або *дискретно*, або *неперервно*.

- У випадку дискретного розподілу зарядів

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i},$$

де $\vec{E_i}$ - напруженість, яку створює і-тий заряд у заданній точці поля; n - число дискретних зарядів, що входять до складу системи.

- Напруженість електричного поля, яка створюється системою точкових нерухомих зарядів $q_1, q_2, q_3, ... q_n$, є :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r_i},$$

де $\vec{r_i}$ – радіус-вектор, проведений від точкового заряду q_i в точку поля, що розглядається.

- Напруженість електричного поля утвореного неперервно-розподіленими зарядами за принципом суперпозиції дорівнює :

$$E_x = \int dE_x\,; \quad E_y = \int dE_y\,; \quad E_z = \int dE_z \qquad (2.5)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}\,.$$

Оскільки операція інтегрування скалярна, то результуючу напруженість доводиться знаходити через її проекції на вісі координат.

2.1.3. Теорема Гауса. Циркуляція вектора $\vec{E}$

Потік вектора напруженості

Розглянемо поле вектора напруженості. Оскільки густина ліній напруженості дорівнює модулю вектора $\vec{E}$, то число ліній, що пронизують елементарну площадку *dS*, нормаль $\vec{n}$ якої утворює з вектором $\vec{E}$ кут α., буде дорівнювати $EdS\cos\alpha = E_n dS$, де E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на напрямок вектора $\vec{n}$ (рис2.3).

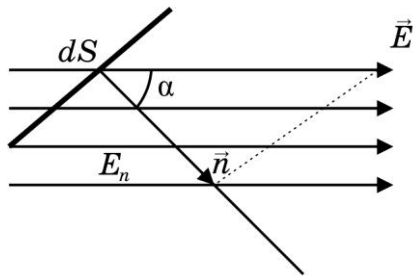


Рисунок 2.3

Елементарним потоком вектора напруженості електростатичного поля *є кількість силових ліній* крізь ділянку поверхні, площа якої $d\vec{S}$

$d\Phi = \vec{E}d\vec{S}$.

Визначимо вектор $d\vec{S}$, модуль якого дорівнює величині площі *dS*, а напрямок збігається з напрямком нормалі до площини $\vec{n}$.

$d\vec{S} = dS\vec{n}$

Тоді $$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = E \cdot dS \cdot \cos\alpha \qquad (2.6)$$

Потік вектора напруженості Ф ***через поверхню S*** дорівнює алгебраїчній сумі потоків крізь елементарні поверхні *dS*, які складають всю поверхню *S*:

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S EdS\cos\alpha \qquad (2.7)$$

Всі одиничні вектори $\vec{n}$ повинні бути напрямлені в один бік відносно поверхні *S*.

Властивості потоку вектора $\vec{E}$:

1. Потік вектора напруженості Φ_E – *алгебраїчна величина*, тому він залежить не тільки від конфігурації поля $\vec{E}$, а й від вибору напрямку нормалі $\vec{n}$. Для замкнених поверхонь за позитивний напрямок нормалі вибрано саме зовнішню нормаль, тобто нормаль, що напрямлена від поверхні зовні.
2. [Ф]= 1 В·м.

Теорема Гаусса

Для системи точкових зарядів і для довільної поверхні:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \,. \qquad (2.8)$$

Ця формула виражає ***теорему Гаусса*** для електростатичного поля: ***потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі крізь довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині області поля, обмеженій цією поверхнею, поділеній на електричну сталу*** ε_0.

Коли електричний заряд, розподілений у просторі з деякою об`ємною густиною $\rho = \frac{dq}{dV}$, тоді сумарний заряд, який знаходиться всередині гауссової поверхні $S$, що охоплює деякий об`єм V дорівнює:

$$\sum_i q_i = \int_V \rho dV .$$

Тоді для розподіленого заряда (а це більш загальний випадок) теорема Гаусса запишеться так:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \qquad (2.9)$$

Позитивному заряду відповідає додатній потік напруженості, негативному – від'ємній. Виходячи з цього вважається, що позитивні заряди – *джерела поля*, негативні – *стоки*.

Циркуляція вектора напруженості. Теорема про циркуляцію

Циркуляцією вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ вздовж замкненого контуру L називається лінійний (контурний) інтеграл виду:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E dl \cos\alpha = \oint_L E_n dl ,$$

де $\vec{E}$ - напруженість електростатичного поля в точках елементарної ділянки контуру dl, $d\vec{l}$ – вектор, проведений у напрямку обходу контуру по дотичній до нього, E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на напрямок $d\vec{l}$.

Враховуючи визначення напруженості $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ циркуляція вектора $\vec{E}$ – це робота сил поля по переміщенню одиничного заряду q_0 вздовж замкненого контуру.

Теорема про циркуляцію: *циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж будь-якого замкненого контуру дорівнює нулю*:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0. \qquad (2.10)$$

Силове поле, що має такі властивості – *потенціальне.* Тобто ця теорема також виражає потенціальний характер електростатичного поля.

Із того, що циркуляція вектора $\vec{E}$ обертається в нуль випливає, що лінії напруженості електростатичного поля не можуть бути замкненими, вони починаються й закінчуються на зарядах або ж уходять у нескінченність.

2.1.4. Потенціал електростатичного поля. Зв’язок напруженості з потенціалом

Потенціальна енергія електростатичного поля

Згідно наданому у механіці визначенню потенціальної енергії кожне заряджене тіло, що знаходиться у електростатичному полі (тобто взаємодіє з іншими зарядами), повинно володіти цією енергією.

Щоб отримати формулу для неї, використаємо зв’язок між консервативною силою і потенціальною енергією (1.45):

$$\vec{F}_{к.с.} = -gradW$$

Підставимо замість $\vec{F}$ силу Кулона (2.1), а оператор градієнта для радіально симетричного поля (точкового заряду) представимо у вигляді:

$$gradW = \frac{dW}{dr}.$$

Тоді отримаємо вираз для ***потенційної енергії двох точкових зарядів***:

$$W = -\int F \cdot dr = -\int \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2} dr = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r} \qquad (2.11)$$

Властивості потенційної енергії електростатичного поля:

1. Є взаємною величиною, тобто одночасно належить двом зарядам.
2. Є алгебраїчною величиною, тобто може бути позитивна і негативна (коли один з зарядів від’ємний).

Потенціал електростатичного поля

Якщо у виразі (2.11) заряд q_1 розглядати як джерело поля, а заряд q_2 як пробний q_0, то можна помітити, що відношення $\frac{W}{q_0}$ не залежить від q_0, тому його можна прийняти за *енергетичну характеристику електростатичного поля.* Воно має назву ***потенціалу.***

Потенціал у будь-якій точці електростатичного поля – *фізична скалярна величина, яка дорівнює відношенню потенціальної енергії W_n пробного точкового електричного заряду q_0, який помістили в цю точку, до величини q_0 цього заряду:*

$$\varphi = \frac{W}{q_0} \qquad (2.12)$$

Підставивши в (2.12) значення потенціальної енергії (2.11), одержимо для потенціалу електростатичного поля, створеного точковим зарядом q у вакуумі, наступний вираз:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}, \qquad (2.13)$$

де r – відстань від точки поля, потенціал в якій φ, до заряду q.

Властивості поняття потенціалу:

1. Потенціал , як і потенціальна енергія, визначається з точністю до константи, значення якої залежить від вибору початку відліку. Якщо припустити, що *φ→0*, коли *r*→∞, то константа дорівнює нулю.
2. Потенціал поля у різних його точках різний, тобто $\varphi = f(x, y, z)$.
3. Є алгебраїчною величиною – якщо у (2.13) заряд від'ємний, то потенціал негативний.
4. [φ]= 1 В (Вольт).

Принцип суперпозиції для потенціала

При накладенні електростатичних полів, створених різними джерелами, їх потенціали складаються алгебраїчно, тобто:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}.$$

Якщо заряди розподілені в просторі безперервно, то за умови, що *φ(∞)*=0:

$$\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

де $dq = \tau dl$, $dq = \sigma dS$ або $dq = \rho dV$ у випадку лінійного, поверхневого чи об`ємного розподілу зарядів відповідно, *r* – відстань від елементарного заряду, що розглядається, до точки поля, в якій визначається потенціал *φ*.

Зв'язок між напруженістю та потенціалом електростатичного поля

Напруженість і потенціал є дві характеристики електростатичного поля. Напруженість – силова характеристика, потенціал – енергетична характеристика поля.

Знайдемо взаємозв'язок між цими величинами, використавши зв'язок між консервативною силою і потенціальною енергією (1.45):

$$\vec{F} = -gradW.$$

Підставляємо $\vec{F}$ із виразу (2.3) а *U* sp (2.12)

$$q\vec{E} = -grad(q \cdot \varphi),$$

Виносимо *q* із під градієнта, як константу, та скорочуючи на *q*, отримаємо кінцеву формулу:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -grad\varphi. \qquad (2.14)$$

Вектор напруженості електростатичного поля за модулем дорівнює градієнту потенціалу та напрямлений у бік його зменшення.

Для довільного напрямку

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l},$$

тобто проекція вектора напруженості електростатичного поля на довільний напрямок чисельно дорівнює швидкості зменшення потенціалу поля на одиницю довжини в цьому напрямку.

Для однорідного поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}, \qquad (2.15)$$

де U – напруга між точками 1 та 2.

Еквіпотенціальні поверхні

Графічно розподіл потенціалу електростатичного поля зображують за допомогою *еквіпотенціальних поверхонь* – поверхонь, в усіх точках яких потенціал має однакове значення.

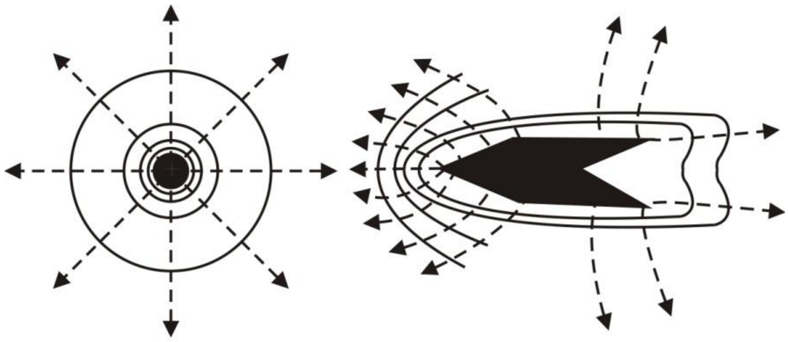


Рисунок 2.4а Рисунок 2.4б

Робота, яку здійснюють сили електростатичного поля при переміщені заряду по еквіпотенціальній поверхні, дорівнює нулю тому, що $\Delta\varphi = 0$ і електростатичні сили, що діють на заряд завжди напрямлені по нормалі до еквіпотенціальної поверхні. Звідки випливає, що вектор $\vec{E}$ завжди перпендикулярний до еквіпотенціальної поверхні, тому й лінії напруженості вектора $\vec{E}$ ортогональні до цих поверхонь. На рис. 2.4 показано вид ліній напруженості (штрихові лінії) та еквіпотенціальних поверхонь (суцільні лінії) полів позитивного точкового заряду (а) та зарядженого металічного циліндра, у якого на одному кінці виступ, а на іншому – впадина (б).

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.1. Електричне поле у вакуумі:

1. Що таке заряд? Елементарний заряд?
2. Що таке заряджене тіло? Незаряджене?
3. Зобразити електричне поле двох однойменних зарядів.
4. Сформулюйте й запишіть теорему Гауса.
5. Межі застосування закону Кулона.
6. Як застосувати закон Кулона до протяжних заряджених тіл?
7. Що таке потенціал? Запишіть формулу для потенціалу точкового заряду.
8. Виведіть із закону Кулона формулу для напруженості поля точкового заряду.
9. Зв'язок напруженості з потенціалом.
10. Що таке напруженість електричного поля? Силові лінії?
11. Що таке еквіпотенциальні поверхні? Як вони зображуються?
12. Що таке електричне поле?

13. Потенціал поля описується функцією: $\varphi = a \cdot r^{2}$. Одержати функцію для напруженості.

14. Напруженість поля описується функцією: E=q/4$\pi\varepsilon_0 r$. Одержати функцію для потенціалу.

2.2. ЕП в діелектриках

2.2.1. Електрична модель молекули діелектрика. Типи діелектриків.

Діелектриком *називається речовина, яка не містить вільних зарядів.* ***Вільними*** *називаються заряди, що можуть рухатись по усьому об'єму речовини.* Такими зарядами є електрони в металах, іони в газах і рідинах, заряди плазми. *Заряди, які не можуть рухатися по речовині називають* ***зв'язаними.***

Вільні і зв'язані заряди

Заряджені частинки входять до складу атомів, молекул, або розташовані у вузлах кристалічної гратки твердого тіла і неспроможні вільно рухатись.

Як і провідник, в незарядженому стані діелектрик – електронейтральна система: кількість позитивних зв'язаних зарядів дорівнює кількості негативних. Якщо на твердий діелектрик помістити вільний заряд, то він, на відміну від провідника, залишаючись вільним, не буде рухатись, тобто розподіл вільних зарядів на діелектрику зберігається.

Якщо нейтральний діелектрик помістити в зовнішнє електричне поле, то виникнуть суттєві зміни як в полі, так і в самому діелектрику.

Щоб з'ясувати, чому це відбувається, розглянемо електричну модель молекули діелектрика.

Електрична модель молекули діелектрика

Її можна представити як диполь. ***Електричний диполь*** *– система з двох точкових однакових за величиною та протилежних за знаком зарядів, які знаходяться на відстані l один від одного.* Позитивний заряд – це сумарний заряд атомів, а негативний – сумарний заряд електронів, а l – відстань між їх центрами тяжіння.

Якщо відстань між зарядами не змінюється, то такий диполь називають жорстким. Для точкового диполя $l \ll r$, де r – відстань від центра диполя до точки спостереження. Величину l називають плечем диполя. Пряма, що проходить крізь обидва заряди називається *віссю диполя*.

Основною характеристикою диполя є електричний ***дипольний момент*** $\vec{p}_e$. Він являє собою вектор, який чисельно дорівнює добутку заряду на плече і напрямлений від негативного заряду до позитивного, тобто

$$\vec{p}_e = q\vec{l}\ , \qquad (2.16)$$

де $\vec{l}$ –- вектор напрямлений вздовж плеча диполя від негативного до позивного заряду (рис.2.5).

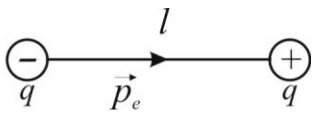


Рисунок 2.5

$[p_e]$=1 Кл·м

Поле диполя на його осі

На осі диполя (рис 2.6) у точці A згідно принципу суперпозиції

$$\vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

Рисунок 2.6

Потенціал поля в точці A: $\varphi_A = \varphi_+ + \varphi_- = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r+l}\right) = \dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r(r+l)}$

За умови $r >> l$ $\qquad \varphi_A = \dfrac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. (2.17)

Напруженість $\qquad E_A = -\dfrac{d\varphi}{dr} = \dfrac{2p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

тобто $\qquad \vec{E}_{\parallel} = \dfrac{2\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$. (2.18)

Поле диполя на перпендикулярі до його осі

Потенціал поля диполя в точках площини перпендикулярної до осі диполя, яка проходить через його центр, дорівнює нулю $\varphi = 0$ (рис.2.7).

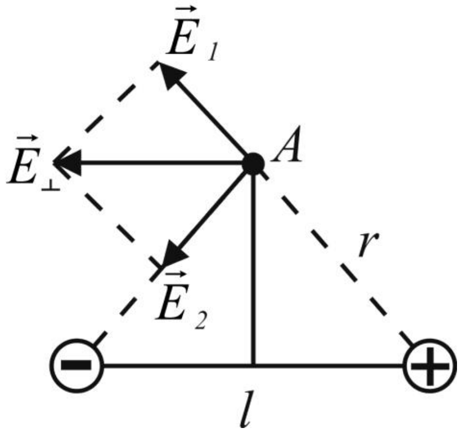


Рисунок 2.7

Знайдемо напруженість $E_\perp$ в точці A. за принципом суперпозиції полів: $\vec{E}_\perp = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

З урахуванням $E_1 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ маємо:

$$E_{\perp}=\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

Напрямок $\vec{E}_{\perp}$ протилежний напрямку електричного моменту диполя $\vec{p}_e$ тобто:

$$\vec{E}_{\perp}=-\frac{\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}. \qquad (2.19)$$

Диполь у зовнішньому електричному полі

Якщо диполь вмістити в однорідне електричне поле, то на його заряди будуть діяти сили рівні за модулем, та протилежні за напрямком (рис.2.8)

$$\left|\vec{F}_1\right|=\left|\vec{F}_2\right|=qE$$

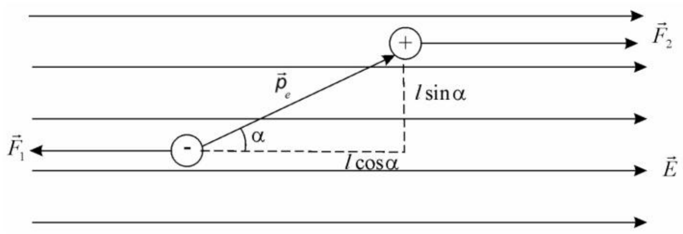


Рисунок 2.8

Ці сили утворюють пару сил, плече якої дорівнює $l\sin\alpha$. Момент цієї пари сил, діючих на диполь в однорідному електростатичному полі, змушує диполь повернутися так, щоб напрямок вектора його електричного моменту $\vec{p}_e$ збігався би з напрямком зовнішнього поля. В такому разі диполь перебуватиме в стані стійкої рівноваги.

Типи діелектриків

У залежності від того, чи має молекула діелектрика дипольний момент, діелектрики діляться на три типа: неполярні, полярні, кристалічні. Діелектрик називається *неполярним*, якщо у відсутності зовнішнього електричного поля “центри тяжіння” позитивних і негативних зарядів збігаються і *дипольний момент молекул* $\vec{p}_e$ *дорівнює нулю.*

Така молекула веде себе як пружний диполь, довжина плеча якого $\vec{l}$ залежить від величини зовнішнього електричного поля.

У полярних діелектриків молекули являють собою жорсткі диполі, які мають власний, сталий за модулем, дипольний момент $\vec{p}_e$. Прикладом таких діелектриків є вода, органічні молекули і т.п.

У таких молекул “центри тяжіння” позитивних та негативних зарядів не збігаються навіть у відсутності зовнішнього електричного поля, але в цьому випадку, внаслідок теплового руху, дипольні моменти орієнтовані хаотично і сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю.

Третім типом діелектриків є тверді діелектрики, що мають іонну кристалічну гратку, наприклад діелектричні кристали типа NaCl, KCl, KBr і т.п. Такі кристали представляють собою просторові гратки з правильним чергуванням іонів різних знаків, які можна розглядати як систему двох підграток з негативними і позитивними зарядами.

2.2.2. Поляризація діелектриків. Поляризованість.

Поляризація діелектрика

Явище набуття діелектриком деякого результуючого дипольного моменту під дією зовнішнього електричного поля має назву поляризації діелектрика. Діелектрик в такому стані – поляризований.

В залежності від будови молекул існує три типи поляризації діелектрика: *електронна, орієнтаційна і іонна*.

Електронна (деформаційна) поляризація

Електронна (деформаційна) поляризація спостерігається у неполярних діелектриків.

В зовнішньому електричному полі відбувається деформація електричних оболонок атомів і молекул. Позитивні і негативні заряди зміщуються у протилежних напрямках, що призводить до зміщення центрів тяжіння позитивних і негативних зарядів. В цьому випадку неполярна молекула набуває *індукований електричний момент* $\vec{p}_e$, що збігається за напрямком з напрямком зовнішнього поля $\vec{E}_0$ (рис. 2.9).

На торцях діелектрика з'являться поверхневі зв'язані заряди різного знаку з поверхневою густиною $+\sigma'$ і $-\sigma'$ (рис. 2.9).

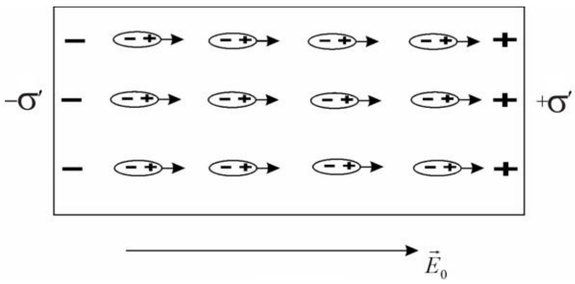


Рисунок 2.9

Орієнтаційна (дипольна) поляризація

Другий тип поляризації – *орієнтаційна або дипольна поляризація характерна для полярних діелектриків.*

В зовнішньому електричному полі на молекулу – диполь діє пара сил (див. п.2.2.1), що намагається зорієнтувати дипольний момент молекули за напрямком напруженості зовнішнього електричного поля $\vec{E}_0$, незважаючи на дезорієнтуючу дію теплового руху (рис. 2.10). В цьому випадку з'являється сумарний дипольний момент діелектрика відмінний від нуля. Крім того, молекули полярних діелектриків набувають додаткових, індукованих зовнішнім полем, дипольних моментів, але електронний механізм поляризації в цьому випадку відіграє незначну роль і ним можна знехтувати. У підсумку на торцях діелектрика з'являються зв'язані заряди, як і при електронній поляризації.

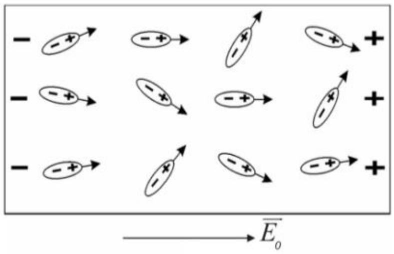


Рисунок 2.10

Іонна поляризація

При дії на іонний кристал електричного поля відбувається зміщення іонів кристалічної гратки: позитивних – в напрямку поля, а негативних - в протилежному напрямку. Це приводить до виникнення дипольного моменту, тобто поляризації кристалла, отже виникненню на поверхнях нескомпенсованих зв'язаних зарядів.

Вектор поляризації (поляризованість)

Для всіх типів поляризації визначальним є те, що при внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле в ньому виникає відмінний від нуля дипольний момент.

Вектор поляризації (поляризованість) $\vec{P}$ - *кількісна міра поляризації діелектрика, що визначається як дипольний момент одиниці об'єму діелектрика*:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{e_i}}{\Delta V} = \frac{\vec{p}_{ev}}{V}, \qquad (2.20)$$

де $\vec{p}_e$ - електричний дипольний момент i – ї молекули, N – загальна кількість молекул в об'ємі ΔV, $\vec{p}_{ev}$ - дипольний момент об'єма ΔV.

Цей об'єм повинен бути достатньо малим, щоб в його межах електричне поле можна було вважати однорідним. В той же час кількість N молекул в ньому повинна бути достатньо великою (N>>1), щоб до нього можна було застосувати статистичні закономірності.

Одиниці вимірювання поляризованості: 1 кулон на квадратний метр.

$$[P] = 1\frac{Кл}{м^2}$$

Діелектрична сприйнятливість

Експериментально доведено, що для ізотропних діелектриків і невеликих електричних полів вектор поляризації $\vec{P}$ лінійно пов'язаний з напруженістю поля $\vec{E}$.

$$\vec{P} = æ\varepsilon_0 \vec{E} \qquad (2.21)$$

де ε_0 = 8,85·10^{-12} Ф/м – електрична стала, æ – скалярна стала, яка називається ***діелектричною сприйнятливістю діелектрика,*** що характеризує здібность діелектрика поляризуватися. æ – безрозмірна величина, завжди додатна (æ >0) і для більшості діелектриків дорівнює декількох одиниць.

Діелектрична сприйнятливість неполярного діелектрика не залежить від температури, на відміну від полярного діелектрика, в якому æ залежить від температури, зменшуючись з її зростанням. Це можна пояснити тим, що тепловий рух заважає вишикувати електричні моменти полярних молекул за напрямком $\vec{E}$.

У випадку кристалічних діелектриків вони можуть бути електрично анізотропними. В цьому випадку електрична сприйнятливість æ – величина тензорна, вектори $\vec{P}$ і $\vec{E}$ мають однаковий напрямок лише для визначених напрямків в даному кристалі.

Зв'язок вектора поляризації з поверхневою густиною зв'язаних зарядів

Можна показати, що поляризованість $\vec{P}$ зв'язана з поверхневою густиною зв'язаних зарядів (рис. 2.9) простим співвідношенням

$$P_n = \sigma' \tag{2.22}$$

Проекція поляризованості на зовнішню нормаль до відповідної поверхні (нормальна складова вектора поляризації) дорівнює поверхневій густині зв'язаних зарядів.

Враховуючи, що $\sigma = \dfrac{dq}{ds}$, можна отримати зв'язок між поляризованістю і кількістю зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика

$$q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}\,, \tag{2.23}$$

що по суті є теоремою Гаусса для вектора $\vec{P}$.

2.2.3. Електричне поле в діелектрику. Теорема Гауса.

Електричне поле в діелектриках $\vec{E}$ створюється як вільними, так і зв'язаними зарядами. Згідно принципу суперпозиції результуюче поле дорівнює:

$$\vec{E} = \vec{E}_{вільн} + \vec{E}'_{зв'яз}$$

Тоді теорема Гаусса для вектора $\vec{E}$ має вигляд

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_{вільн} + q'), \tag{2.24}$$

де $q_{вільн}$ і q' - вільні і зв'язані заряди, що охоплені поверхнею S.

Величину зв'язаного заряду можна знайти за допомогою теореми Гаусса для вектора поляризації (2.23)

$$q' = -\oint_S \vec{P} d\vec{S} \tag{2.25}$$

Поверхня інтегрування S в (2.24) і (2.25) одна і та ж. З (2.24) і (2.25) маємо

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{вільн}}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{вільн}$$

Величина

$$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} \qquad (2.26)$$

носить назву ***вектора електричної індукції,*** *або електричного зміщення*. Вектор $\vec{D}$- допоміжна величина, що спрощує вивчення електричного поля в діелектриках. Розмірність вектора $\vec{D}$ така ж, як і вектора $\vec{P}$

$$[D] = 1\frac{Кл}{м^2}$$

Теорема Гаусса для вектора електричної індукції

Потік вектора електричної індукції крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі сторонніх (вільних зарядів, охоплених цією поверхнею.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{вільн} \quad . \qquad (2.37)$$

Зв'язок між векторами $\vec{D}$ і $\vec{E}$

Для ізотропного діелектричного середовища маємо (2.21) $\vec{P} = æ\,\varepsilon_0 \vec{E}$,

З урахуванням (2.26) одержимо

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + æ\,\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + æ)\vec{E}$$

де $\varepsilon = 1 + æ$ - ***діелектрична проникність діелектрика.***

Тобто *зв'язок між вектором електричної індукції* $\vec{D}$ *і вектором напруженості електричного поля* $\vec{E}$ *в ізотропному середовищі має вигляд*:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \,. \qquad (2.28)$$

Таким чином $\vec{D}$- **теж силова характеристика електричного поля** (як і $\vec{E}$), але $\vec{D}$ *не залежить від речовини (тобто від ε).*

Діелектрична проникність ε

Діелектрична проникність діелектрика $\varepsilon = 1 + x$ - одна з основних характеристик діелектрика.

Для вакууму æ=0, а ε =1, для будь-якої речовини ε>1. Значення ε залежить від речовини і змінюється від $\varepsilon \geq 1$ (гази) до $\varepsilon \geq 10^4$ (сегнетоелектрики).

Діелектрична проникність неполярних діелектриків, як і діелектрична сприйнятливість, не залежить від температури (при сталій концентрації молекул), а в полярних – зменшується зі збільшенням температури.

Напруженість електричного поля в діелектрику

Розглянемо дві паралельні нескінчені пластини заряджені зарядом різного знаку з поверхневою густиною $+б$ і $-б$. Поле створене цим зарядом в вакуумі дорівнює (див. підрозділ 2.1) :

$$E_0 = \frac{б}{\varepsilon_0} \qquad (2.29)$$

а величина вектора електричного зміщення

$$\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0 . \qquad (2.30)$$

Розташуємо між пластинами однорідний ізотропний діелектрик (рис. 2.11).

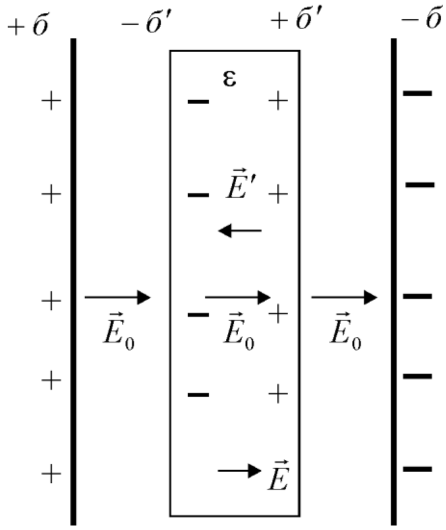


Рисунок 2.11

Внаслідок дії електричного поля діелектрик поляризується і на його поверхнях з'являться зв'язані заряди з густиною $б'$, які створять поле

$$E' = \frac{б'}{\varepsilon_0} . \qquad (2.31)$$

Напруженість поля $\vec{E}$ всередині діелектрика буде сумою двох полів: $\vec{E}_0$, створеного вільними зарядами на пластинах, і поля $\vec{E}'$, створеного поляризованим діелектриком.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' .$$

З урахуванням напрямків полів (рис. 2.11) маємо

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{б'}{\varepsilon_0} . \qquad (2.32)$$

Зважаючи на (2.21) та (2.22) одержимо $P = б' = æ\varepsilon_0 E$ тоді $E = E_0 - æE$;

$$E = E_0 /(1 + æ) = E_0/\varepsilon . \qquad (2.33)$$

Напруженість поля всередині діелектрика буде в ε раз менше, ніж в вакуумі. Тобто ***діелектрична проникність ε показує в скільки разів ослаблене поле в діелектрику.***

2.2.4. Електричне поле на межі розподілу двох діелектриків.

Розглянемо два діелектричні середовища з діелектричними проникностями ε_1 і ε_2 (рис. 2.12). Для визначення умов зміни вектора напруженості на межі двох середовищ застосуємо теорему про циркуляцію вектора напруженості

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$$

Замкнений контур, по якому інтегруємо вибираємо поблизу поверхні розділу двох середовищ. Це прямокутний контур з довжиною сторін Δl та Δh $\Delta(\Delta h \ll \Delta l)$. Напрямок одиничного вектора вздовж дотичної $\vec{\tau}$ і нормалі $\vec{n}$ показано на (рис. 2.12).

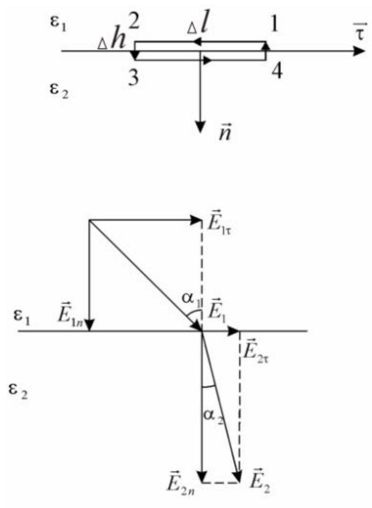


Рисунок 2.12

Вектори $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ розкладемо на дві складові: тангенціальну E_τ та нормальну E_n. Знаходимо циркуляцію вектора $\vec{E}$ по вибраному контуру при $\Delta h \to 0$:

$$\lim_{\Delta h \to 0} \oint_L \vec{E}d\vec{l} = E_{2\tau}\Delta l - E_{1\tau}\Delta l = (E_{2\tau} - E_{1\tau})\Delta l = 0,$$

звідки $$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (2.35)$$

Тобто тангенціальна складова вектора напруженості електростатичного поля не змінюється.

З (2.28) маємо

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$D_{1\tau} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1\tau};$$

$$D_{2\tau} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2\tau}$$

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (2.36)$$

Тангенціальні складові вектора електричної індукції змінюються як діелектричні проникності середовищ.

Щоб знайти умови зміни нормальних складових векторів $\vec{D}$ та $\vec{E}$ застосуємо теорему Гаусса для поля в діелектриках

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{вільн}$$

Замкнена гауссова поверхня – циліндр з площею основи ΔS і висотою $\Delta h \to 0$ (рис. 2.13). Нехай на поверхні розділу середовищ є сторонні (вільні) заряди з поверхневою густиною $б$.

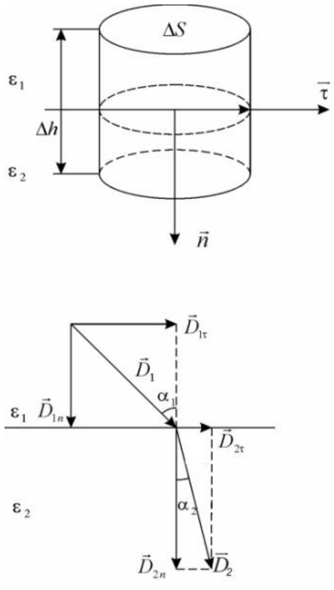


Рисунок 2.13

Тоді потік вектора D через поверхню циліндра дорівнює

$$\lim_{\Delta h \to 0} \oint_S \vec{D} d\vec{S} = D_{2n}\Delta S - D_{1n}\Delta S = б_{вільн}\Delta S,$$

$$D_{2n} - D_{1n} = б_{вільн}$$

При переході межі поділу двох діелектричних середовищ нормальна складова вектора електричної індукції $\vec{D}$ *стрибком змінюється на величину, що дорівнює поверхневій густині вільних зарядів* $б_{вільн}$.

Якщо на поверхні немає сторонніх зарядів, то

$$D_{2n} - D_{1n} = 0; \;\; D_{1n} = D_{2n} \tag{2.37}$$

Нормальна складова вектора $\vec{D}$ *не змінюється.*

Для вектора напруженості нормальна складова змінюється:

$$D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}; \qquad D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n};$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tag{2.38}$$

Якщо вектор напруженості поля $\vec{E}$ дотичний до лінії розділу діелектричних середовищ, так що

$$E_1 = E_{1\tau}, \quad E_2 = E_{2\tau}, \quad E_1 = E_2.$$

Це означає, що в цьому випадку вектор напруженості поля не змінюється при переході з одного діелектричного середовища до іншого.

Відповідно (2.27) для вектора діелектричного зміщення, виконується співвідношення:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Закон заломлення ліній напруженості електричного поля

При переході через межу розділу двох діелектричних середовищ лінії напруженості і індукції електростатичного поля заломлюються (рис. 2.6, 2.7). Кути α_1 і α_2, що утворюються лініями напруженості з перпендикуляром до поверхні розділу середовищ

$$tg\alpha_1 = \frac{E_{1\tau}}{E_{1n}}; \quad tg\alpha_2 = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}}; \qquad \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{E_{1\tau}}{E_{2\tau}} \cdot \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

Тоді закон заломлення лінії напруженості електростатичного поля за умовами відсутності на межі вільних зарядів

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; \tag{2.39}$$

Закон заломлення ліній електричного зміщення такий же, як і закон заломлення ліній напруженості.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.2. Електричне поле у діелектрику:

1. Що таке діелектрик? Види діелектриків.
2. Що таке зв'язані заряди? Їхня відмінність від вільних зарядів.
3. Електрична модель молекул діелектрика.
4. Поляризація та її види.
5. Що таке поляризованість? Від чого вона залежить?
6. Що таке діелектрична сприйнятливість? Від чого вона залежить?
7. Складові електричного поля в діелектрику.
8. Що таке поле зв'язаних зарядів? Від чого залежить їхня напруженість?
9. Що таке діелектрична проникність.
10. Діелектрик підсилює зовнішнє поле або послаблює? У скільки разів?
11. Теорема Гауса для діелектрика.
12. Що такий електричний зсув?
13. Що відбувається з електричним полем на межі розділу двох речовин?
14. Закон переломлення силових ліній електричного поля.

Лекція № 7 **Тема: 2.3. Провідники в електричному полі**

2.3.1. Незаряджений провідник у зовнішньому електричному полі. Електричне поле зарядженого провідника.

Провідники *– речовини, які містять в собі велику кількість вільних зарядів*. До них належать метали, розчини кислот, лугів, солей. Але найчастіше під провідниками розуміють метали, тому, що вони найбільш поширені.

Вільними носіями зарядів у металах є електрони провідності, які за відсутності зовнішнього електростатичного поля здійснюють неупорядкований рух у міжвузловому просторі кристалічних грат (решіток). Позитивні іони утворюють кристалічні решітки (грати) і здійснюють неупорядковані коливання навколо вузлів (грат) решітки. Сумарний заряд провідника дорівнює нулю.

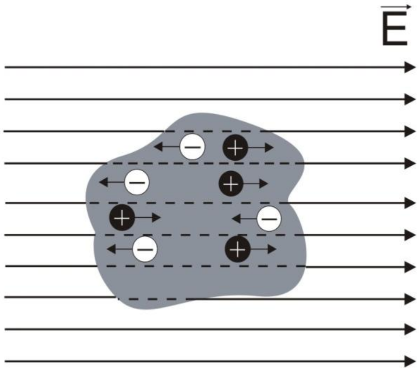
Нейтральний провідник в електричному полі

При внесенні незарядженого провідника в зовнішнє (по відношення до нього) електростатичне поле відбувається просторовий перерозподіл зарядів. Рухливі електрони провідності зміщуються в напрямку протилежному до напрямку напруженості зовнішнього поля (рис.2.14,а). Та область із якої пішли електрони, заряджається позитивно, а та, в яку вони прийшли – негативно.

Провідник заряджається. Заряди, що виникли на протилежних кінцях провідника внаслідок їх перерозподілу, називаються *індукованими*. Вони чисельно дорівнюють один одному, протилежні за знаками та розміщені на поверхні провідника. Ці заряди зникають, як тільки провідник видаляється з поля.

Явище перерозподілу зарядів та появи поверхневих зарядів на провіднику, вміщеному в зовнішнє електростатичне поле, називається *електризацією*.

Переміщення вільних зарядів в металі під дією зовнішнього поля $\vec{E}$ продовжуватиметься доти, доки результуюча напруженість поля в провіднику не дорівнюватиме нулю, тобто $\vec{E} = \vec{E}'$, а лінії напруженості зовні провідника не стануть перпендикулярними до його поверхні (рис. 2.14,б).



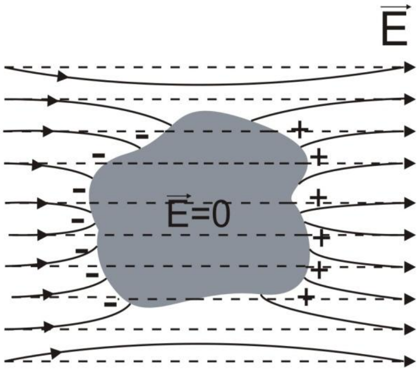


Рисунок 2.14а Рисунок 2.14б

Незаряджений провідник, внесений в електростатичне поле, розриває частину ліній напруженості (силових ліній) – вони закінчуються на негативних індукованих зарядах і знову починаються на позитивних точках.

На рис. 2.14 штриховими лініями зображені лінії напруженості зовнішнього поля до внесеного в нього провідника.

Електричне поле зарядженого провідника

Якщо тілу надати надлишковий заряд, то процес перерозподілу зарядів буде тривати доти, доки не виконаються умови рівноваги зарядів:

- напруженість поля всередині зарядженого провідника дорівнює нулю ($\vec{E}=0$). За теоремою Гаусса це означає, що всередині провідника $q=0$. Потенціал всередині провідника $\varphi = const$ ($\vec{E}=-\nabla\varphi$) і всі заряди розміщені на зовнішній поверхні провідника;
- напруженість поля поблизу зарядженого провідника в кожній точці повинна бути напрямлена по нормалі до поверхні, тобто поверхня провідника є *еквіпотенціальною* ($\vec{E}=\vec{E}_n, \vec{E}_\tau=0$);
- напруженість поля поблизу поверхні провідника пов'язана з поверхневою густиною індукованих зарядів. Відомо, що поверхнева густина заряду більша там, де більша кривизна поверхні.

Біля поверхні зарядженого провідника згідно з теоремою Гаусса напруженість:

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

В місця з великими поверхневими густинами напруженість дуже велика. Це призводить до стікання зарядів з металевих вістер (блискавковідводів), до втрати енергії. Це явище використовується для утворення електростатичного захисту. Наприклад, для захисту приладів від зовнішніх полів їх оточують металевими екранами. В цьому випадку зовнішнє поле компенсується усередині екрана індукованими на його поверхні зарядами.

2.3.2. Електроємність. Конденсатори.

Електрична ємність відокремленого провідника

Відокремленим називається провідник, віддалений від інших провідників та заряджених тіл настільки, що він не відчуває впливу їх електричних полів.

Якщо він не заряджений, то його потенціал φ дорівнює 0. Якщо провідник набуває заряд q, то його потенціал зростає.

Отже, потенціал відокремленого провідника $\varphi \sim q$, або $\varphi = \dfrac{q}{C}$,

де C – коефіцієнт, який називається ***електроємністю провідника*** **–** *характеристика здібності провідника накопичувати заряд***.**

Електроємність відокремленого провідника

$$C = \frac{q}{\varphi} \tag{2.40}$$

Електроємність чисельно дорівнює величині заряду, який треба надати провіднику, щоб його потенціал підвищився на одиницю.

Властивості електроємності:

1. Не залежить від заряду, а визначається розмірами, формою провідника, та ε оточуючого середовища.
2. [C]= 1 Ф (Фарад).

За одиницю електричної ємності в 1 Фарад взято ємність такого провідника, в якому зміна заряду в один Кулон зумовлює зміну потенціалу на один Вольт. Фарад – це дуже велика величина.

$$[C] = \frac{1Кл}{1В} = 1Ф.$$

Тому на практиці використовуються дрібні одиниці: 1 микроФарад, 1 наноФарад та 1 пікоФарад. $1Ф = 10^6 мкФ = 10^{12} пФ$

Електроємність Землі дорівнює 700*мкФ*.

1*Ф* – електроємність кулі радіус якої в 1500 разів більше за радіус Землі.

Потенціал відокремленої кулі радіусом *R*, яка знаходиться в однорідному середовищі з діелектричною проникненістю ε, дорівнює

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon R}.$$

Тоді електроємність відокремленої кулі (або сфери):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R.$$

Взаємна електроємність двох провідників

Розглянемо як змінюється електроємність провідника при наближенні до нього іншого незарядженого провідника. Нехай провідник – відокремлена куля. Заряд рівномірно розподілений по поверхні кулі. Напруженість поля в точці *A* (рис. 2.15) дорівнює: $E_r = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

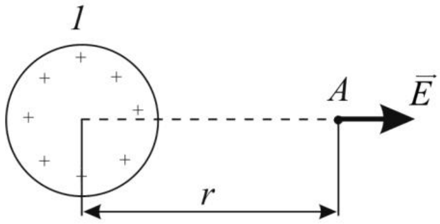


Рисунок 2.15а

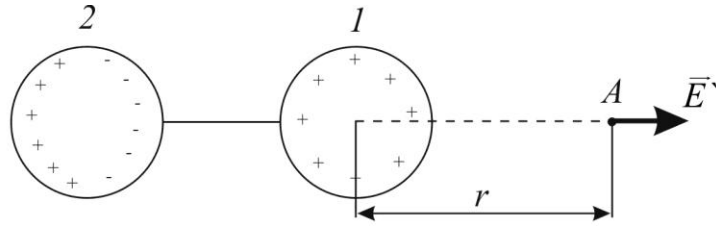


Рисунок 2.15б

Розташуємо ліворуч від цієї кулі ще одну незаряджену кулю (провідник). Під дією поля кулі 1 в кулі 2 пройде електризація (перерозподіл індукованих зарядів). Одночасно пройде й перерозподіл заряду кулі 1 з метою скомпенсування всередині кулі 1 поля зарядів індукованих на кулі 2.

В результаті перерозподілу зарядів поле в точці А зменшується

$$E' < E \;\Rightarrow\; \varphi' < \varphi \;\text{ та }\; \frac{q}{C'} < \frac{q}{C}\text{, а це значить що } C' > C\,.$$

Електроємність невідокремленого провідника завжди більша за ємність того самого провідника, коли він відокремлений.

Взаємна електроємність *двох провідників чисельно дорівнює заряду, який треба перенести з одного провідника на інший для того, щоб різниця потенціалів між ними змінилася на одиницю*

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \tag{2.41}$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів двох близько розташованих один до одного провідників, заряджених однаковими за величиною та протилежними за знаками зарядами q та $-q$.

Властивості взаємної електроємності:

1. Взаємна електроємність залежить від розміру і форми провідників, їх взаєморозташування та ε оточуючого середовища.
2. $[C]$= 1 Ф (Фарад).

Плоский конденсатор

Конденсатор *– пристрій для накопичення заряда, який складається з двох провідників (обкладок), розділених діелектриком.* Обкладкам надають таку форму і так розміщують їх одну відносно одної, щоб поле, яке утворюють заряди, що накопичуються на них, було зосереджене всередині конденсатора. Електроємність конденсатора являє собою взаємну ємність його обкладок (2.41).

Плоский конденсатор складається з двох паралельних пластин, площиною S кожна, розташованих на малій відстані d одна від одної пластини мають заряди $+q$ та $-q$ (рис. 2.16)

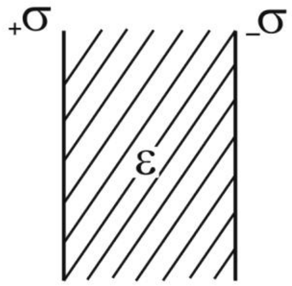


Рисунок 2.16

Якщо відстань між пластинами значно менша за їх лінійні розміри, то електричне поле між ними можна вважати еквівалентним полю між двома нескінченними площинами

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Різниця потенціалів між обкладками

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int E_x dx.$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E_x dx = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

Тоді ємність плоского конденсатора С буде дорівнювати:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \tag{2.42}$$

З метою підвищення ємності та варіювання її можливих значень конденсатори з'єднують в батареї шляхом паралельного чи послідовного з'єднання.

Паралельне з'єднання конденсаторів

У паралельно з'єднаних конденсаторів (рис. 2.17) різниця потенціалів на обкладках конденсаторів однакова та дорівнює $(\varphi_1 - \varphi_2) = U$.

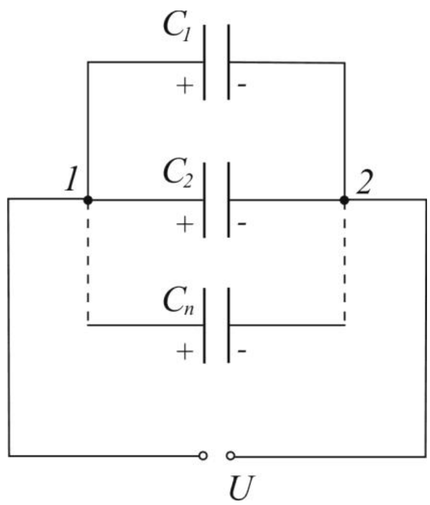


Рисунок 2.17

Якщо ємності окремих конденсаторів $C_1, C_2 ... C_n$, то їхні заряди дорівнюють відповідно:

$$q_1 = C_1 U;$$
$$q_2 = C_2 U;$$
$$..........................$$
$$q_n = C_n U$$

Заряд батареї конденсаторів

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = (C_1 + C_2 + ... + C_n)U$$

Електрична ємність батареї

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (2.43)$$

тобто при паралельному з'єднанні конденсаторів ємність дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів.

Послідовне з'єднання конденсаторів

У послідовно з'єднаних конденсаторів (рис. 2.18) заряди всіх обкладинок однакові за модулем, а різниця потенціалів на зажимах батареї дорівнює:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i \text{ ,або } U = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

Отже,

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2} \dots U_n = \frac{q}{C_n}$$

Тоді

$$U = q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}).$$

Оскільки

$$U = \frac{q}{C},$$

То

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n},$$

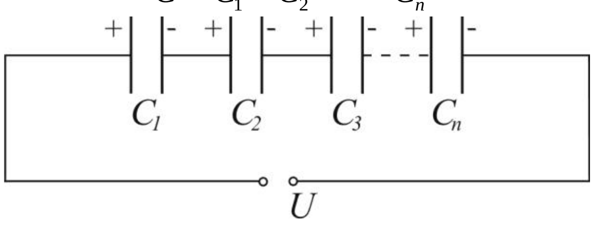


Рисунок 2.18

або

$$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i} \qquad (2.44)$$

тобто при послідовному з’єднанні конденсаторів величина обернена результуючій електроємності батареї конденсаторів, дорівнює сумі величин, обернених електроємностям окремих конденсаторів.

Таким чином, при послідовному з’єднанні конденсаторів результуюча ємність C завжди менша за мінімальну ємність, що входить до складу батареї.

Якщо в батарею з’єднують n конденсаторів з однаковою електроємністю C_0, то при паралельному їх з’єднанні $C=nC_0$, а при послідовному $C=\frac{C_0}{n}$.

2.3.3 Енергія взаємодії точкових зарядів. Енергія зарядженого провідника.

Енергія взаємодії нерухомих точкових зарядів

Розглянемо систему двох нерухомих точкових зарядів q_1 та q_2, що знаходяться на відстані r один від одного. Їх взаємодія визначається кулонівською силою, яка є консервативною. Тому їх взаємодію можна описати ще й потенціальною енергією взаємодії.

Кожний з цих зарядів в полі іншого заряду має потенціальну енергію:

$$W_{p_1}=q_1\varphi_{12},\;\; W_{p_2}=q_2\varphi_{21}, \qquad (2.45)$$

де φ_{12} та φ_{21}- відповідно потенціали, створені зарядом q_2 в точці, де знаходиться заряд q_1 та зарядом q_1, в точці, де знаходиться заряд q_2.

$$\varphi_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r},\;\; \varphi_{21}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}.$$

Енергія зарядів q_1 та q_2 відповідно

$$W_{p_1}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}q_1,\quad W_{p_2}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}q_2 \qquad (2.46)$$

Очевидно, що ці енергії дорівнюють одна одній

$$W_{p_1}=W_{p_2}=W_p.$$

Отже

$$W_p=q_1\varphi_{12}=q_2\varphi_{21}=\frac{1}{2}(q_1\varphi_{12}+q_2\varphi_{21}).$$

У випадку n нерухомих зарядів енергія взаємодії системи точкових зарядів W_p дорівнює:

$$W_p=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_i\varphi_i \qquad (2.47)$$

де φ_i – потенціал поля, створеного в точці, де знаходиться заряд q_i всіма іншими зарядами.

Енергія зарядженого відокремленого провідника

Щоб зарядити провідник треба виконати роботу проти кулонівських сил електростатичного відштовхування між однойменно зарядженими частинками. Елементарна робота δA, яка виконується зовнішніми силами при перенесенні заряду dq із нескінченності на відокремлений провідник, дорівнює

$$\delta A = \varphi dq = C\varphi d\varphi,$$

де C та φ – електроємність та потенціал провідника.

При збільшенні потенціалу провідника від 0 до φ, тобто при наданні провіднику заряда $q = C\varphi$, виконується робота

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Відповідно енергія зарядженого відокремленого провідника

$$W_e = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \qquad (2.48)$$

2.3.4. Енергія зарядженого конденсатора. Енергія електричного поля.

Енергія зарядженого конденсатора

Як будь-який заряджений провідник конденсатор має енергію.

Нехай $+q$ і $+\varphi_1$ – заряд і потенціал позитивно зарядженої обкладки конденсатора, а $-q$ і $-\varphi_2$ – заряд і потенціал негативно зарядженої обкладки.

Тоді енергія двох обкладинок

$$W = \frac{1}{2}(q_+\varphi_+ + q_-\varphi_-)$$

Враховуючи, що $q = -q$, маємо

$$W = \frac{1}{2}\left[(+q)\varphi_1 + (-q)\varphi_2\right] = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}q\Delta\varphi,$$

де $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між обкладками. Маючи на увазі те, що $C = \dfrac{q}{\Delta\varphi}$, отримаємо вираз для енергії конденсатора:

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \qquad (2.49)$$

Знайдемо силу притягання обкладок конденсатора одна до одної.

Нехай відстань між обкладинками x змінюється на dx. Діюча сила виконує роботу

$$dA = F \cdot dx,$$

Потенціальна енергія при цьому зменшується, тоді

$$Fdx = -dW_p,$$

звідки

$$F = -\frac{dW_p}{dx}.$$

Потенціальна енергія такого плоского конденсатора дорівнює:

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}x. \qquad (2.50)$$

Продиференціювавши цей вираз знайдемо силу притягання між обкладками конденсатора

$$F = -\frac{dW_p}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad (2.51)$$

Знак мінус вказує на притягуючий характер сили *F*.

Енергія електростатичного поля

Розглянемо плоский конденсатор і запишемо його енергію

$$W_e = \frac{C\Delta\varphi^2}{2}$$

Ємність плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$,

тоді енергія конденсатора $W_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}\Delta\varphi^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 V$,

де $\frac{\Delta\varphi}{d} = E$ – напруженість електростатичного поля конденсатора, *V* – об'єм обмежений пластинами конденсатора.

Енергія електростатичного поля

$$W_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V. \qquad (2.52)$$

Об’ємна густина енергії електростатичного поля (енергія одиниці об’єму)

$$w = \frac{dW_e}{dV} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad (2.53)$$

Якщо поле однорідне, то його енергія розподіляється зі сталою об’ємною густиною w у просторі.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.3. Провідники у електричному полі:

1. Що таке провідник? Як на нього впливає електричне поле?
2. Що таке електроємність провідника?
3. Охарактеризуйте електричне поле всередині провідника.
4. Що таке взаємна електроємність? Від чого вона залежить?
5. Як поводиться незаряджений провідник у зовнішньому електричному полі?
6. Від чого залежить електроємність конденсатора?

7. Охарактеризуйте електричне поле зарядженого провідника.
8. Знайдіть загальну електроємність з’єднаних конденсаторів (надається схема).
9. Чому надлишковий заряд провідника розташовується тільки на його поверхні?
10. Чому дорівнює напруженість поля біля поверхні провідника, зарядженого з поверхневою густиною заряду $+\sigma$?
11. Чому дорівнює енергія кулі радіусом R=0,l м и с зарядом q=0,5Кл?
12. Чи є присутнім електричне поле в аудиторії? Як обчислити його енергію?
13. Від чого залежить електроємність провідника?
14. Пластину площею S, що має заряд q піднесли до такої ж незарядженої пластини на відстань d. Яку енергію буде мати конденсатор, що утворився?

3. Постійний електричний струм

3.1. Електричний струм і його характеристики

***Електричний струм** – напрямлений та упорядкований (напрямлений) рух електричних зарядів.* В металах електричний струм являє собою дрейф вільних електронів проти електричного поля, в електролітах – іонів різних знаків у протилежних напрямках, у напівпровідниках – електронів і дирок, у газах – електронів та іонів.

Заряди, що створюють електричний струм, називають носіями струму.

*Струм, що виникає під дією електричного поля в середовищах, які є провідниками, називається **струмом провідності.***

*Упорядкований рух заряджених макроскопічних тіл (провідників чи діелектриків) називається **конвекційним струмом.***

При виникненні упорядкованого руху електричних зарядів у провіднику рівноважний розподіл зарядів порушується, і поверхня провідника перестає бути еквіпотенціальною. Упорядкований рух зарядів (струм) буде здійснюватися доти доки всі точки провідника не стануть еквіпотенціальними.

Для виникнення та існування електричного струму в середовищі, яке є провідником, необхідні такі умови:

- наявність у середовищі вільних зарядів (носіїв струму) – заряджених частинок, які могли б упорядковано рухатися;
- існування зовнішнього електричного поля, енергія якого витрачалася б на упорядковане переміщення цих зарядів. Для підтримання струму енергія зовнішнього поля повинна неперервно поповнюватися, тобто необхідне джерело електричної енергії – пристрій, в якому відбувається перетворення якогось виду енергії в енергію електричного поля.

Основні характеристики струму

Для полегшення аналізу проходження струму у провідниках користуються *лініями струму*.

Лінією струму називають лінію, в кожній точці якої в даний момент часу дотична збігається з напрямом упорядкованого руху електричних зарядів. Лінії струму утворюють замкнені циліндричні поверхні, які називають *трубками струму*. При цьому носії заряду під час руху не перетинають бокових поверхонь трубок струму.

Кількісними характеристиками електричного струму є скалярна величина – сила струму I та векторна величина – густина струму $\vec{j}$.

Силою струму *називається скалярна фізична величина I, що дорівнює відношенню заряду* dq, *який переноситься в результаті упорядкованого руху через поперечний переріз провідника за малий проміжок часу* dt, *до величини цього проміжку:* $I = \frac{dq}{dt}$

Властивості сили струму:

1. За напрям електричного струму береться напрям упорядкованого руху позитивних зарядів (так умовилися).
2. $[I]$ = 1A (Ампер – основна одиниця СІ).

Струм, величина й напрямок якого з часом не змінюються, називається *постійним струмом*. Для постійного струму :

$$I = \frac{q}{t},$$

де q – електричний заряд, який переноситься через поверхню, що розглядається, за скінчений проміжок часу від 0 до t.

У загальному випадку електричний струм може бути розподілений по перерізу провідника, через який він проходить, нерівномірно. *Розподіл електричного струму по розрізу провідника характеризується вектором* ***густини струму*** $\vec{j}$**.**

Густина струму визначається формулою

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \cdot \vec{n};$$

де $\vec{n}$ - одинична нормаль до площі перерізу.

Якщо електричний струм розподілений рівномірно по перерізу провідника, через який він проходить, то густина струму:

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу.

За напрям вектора густини сили струму взято напрям вектора швидкості $\vec{u}^{+}$ упорядкованого руху позитивних носіїв струму (зарядів).

Властивості густини струму:

1. Густина струму в металах дорівнює:

$$\vec{j} = n^{-}e^{-}\vec{u}^{-} \qquad (3.1)$$

де n^{-} – концентрація вільних електронів,

$\vec{u}^{-}$ – швидкість упорядкованого руху електронів.

2. Зв'язок $\vec{j}$ з силою струму:

$$I = \int_{s} \vec{j} d\vec{S} \qquad (3.2)$$

3. $[j]=1\dfrac{A}{м^2}$

3.2.Сторонні сили. Електрорушійна сила (ЕРС).

Сторонні сили

Якщо заряди рухаються тільки під дією електростатичного поля, то переміщення зарядів від більшого потенціалу до меншого призведе до зникнення поля. Струм також зникне.

Для досить довгого існування струму необхідно від кінця провідника з меншим потенціалом (носії зарядів уявляються позитивними) безперервно відводити заряди, що їх приносить струм, а до кінця з більшим потенціалом безперервно їх підводити (рис. 3.1).

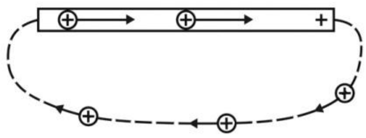


Рисунок 3.1

Іншими словами, треба здійснити круговорот зарядів, при якому вони рухалися би по замкненому шляху.

Відомо, що циркуляція вектора напруженості електростатичного поля

$$\oint E_l dl = 0\,.$$

Тому для підтримання постійного струму необхідно, щоб у замкненому колі були б не тільки ділянки, на яких позитивні заряди рухаються в бік зменшення потенціалу φ, а й ділянки, на яких перенос позитивних зарядів відбувався би в напрямі збільшення потенціалу φ, тобто проти сил електростатичного поля (на рис. 3.1 – це пунктирна частина кола).

Переміщення носіїв струму на таких ділянках вимагає присутності сил неелектричного походження, так званих *сторонніх сил*.

Природа сторонніх сил різноманітна (хімічні процеси; дифузія носіїв зарядів у неоднорідному середовищі, електричні (але не електростатичні) поля, що виникають за рахунок змінних за часом магнітних полів, тощо). Електричне поле сторонніх сил у колі створюється включенням до нього джерела *електричного струму*.

Сили не електростатичного походження, що діють на заряди з боку джерел струму, називають ***сторонніми.***

Електрорушійна сила

Сторонні сили виконують роботу по переміщенню електричних зарядів.

Фізична величина, що визначається роботою, яку здійснюють сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду *називається **електрорушійною силою (ЕРС)** ε, яка діє в колі:*

$$\varepsilon = \frac{A}{q_0}. \tag{3.3}$$

Ця робота виконується за рахунок енергії, що витрачається в джерелі струму, тому величину ε називають ще електрорушійною силою джерела струму, яке увімкнено в коло.

Стороння сила $\vec{F}_{стор}$ дорівнює:

$$\vec{F}_{стор} = \vec{E}_{стор}\, q_0,$$

де $E_{стор}$ - напруженість поля сторонніх сил.

Робота сторонніх сил на ділянці кола 1-2 дорівнює:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{стор}\, d\vec{l} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{стор}\, d\vec{l}, \tag{3.4}$$

де $d\vec{l}$ - вектор, модуль якого дорівнює довжині dl малої ділянки кола

Електрорушійна сила, яка діє на ділянці кола 1-2, є лінійний інтеграл:

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l}. \tag{3.5}$$

Властивості електрорушійної сили:

1. Електрорушійна сила, що діє в замкненому колі, дорівнює:

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l} \tag{3.6}$$

Отже, ЕРС у замкненому колі дорівнює циркуляції вектора напруженості поля сторонніх сил і є характеристикою джерела сторонніх сил

2. $[\varepsilon] - B(Вольт)$.
3.

3.3. Електричний опір та провідимість.

Опір провідника

Експериментально встановлено, що провідник протидіє протіканню струму через нього. Мірою здатності провідника протидіяти протіканню струму є опір *R*.

Властивості опору:

1. Опір провідника залежить від його форми, розмірів та властивостей матеріалу, із якого він виготовлений, і дорівнює:

$$R = \rho \frac{l}{s},$$

де ρ – питомий опір, *l* – довжина провідника, *S* – площа його поперечного перерізу.

2. [R] = 1Ом.

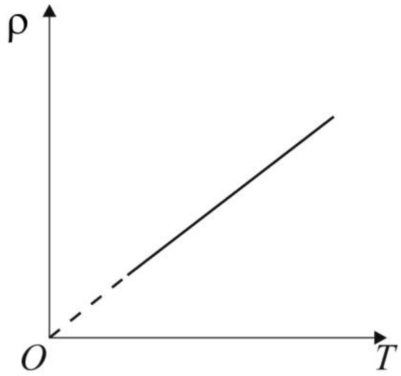
Одиниця 1 Ом є дуже малою величиною, тому на практиці використовують кратні одиниці: килоОм, мегаОм, гигаОм – 1 кОм = 10^3 Ом; 1 МОм = 10^6 Ом; 1 Гом = 10^9 Ом.

Питомий опір є характеристикою матеріалу провідника і вимірюється [ρ] = Ом·м.

Його особливою властивістю є залежність від температури T, яка при недуже низьких температурах лінійна:

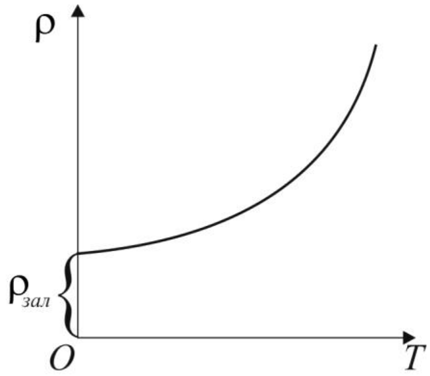
$\rho \sim T$.

При низьких температурах (у кріогенній області) спостерігається відхилення від лінійної залежності.



а

Рисунок 3.2а



б

Рисунок 3.2б

Рисунок 3.2а ілюструє залежність ρ від T для ідеально чистих металів, а рисунок 3.2б – для реальних металів.

У реальних металів при $T=0$ спостерігається залишковий опір, величина якого залежить від чистоти матеріалу та наявності механічних напружень у зразку.

Крім питомого опору для характеристики здібності матеріалу проводити струм використовують ***питому електричну провідність*** (електропровідність) провідника – величину, обернену його питомому опору:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

$[\sigma] = См/м$ (Сименс на метр).

Надпровідність

Надпровідність – явище, яке полягає в тому, що поблизу температури абсолютного нуля опір провідника при деякій, характерній для конкретної речовини температурі (критичній), стрибком зменшується до нуля (рис.3.3), тобто метал стає абсолютним провідником.

При $T = T_k$, $\rho = 0$, $\sigma = \frac{1}{\rho} = \infty$

Це явище вперше було виявлене в 1911 році голландським вченим Камерлінг-Оннесом у ртуті.

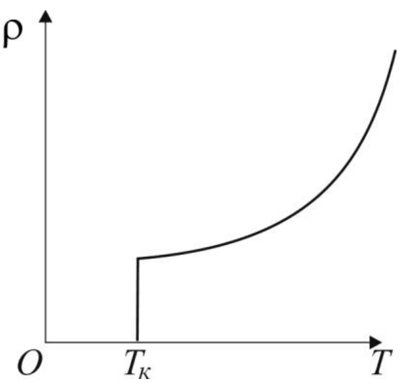


Рисунок 3.3

Явище надпровідності пояснюється на основі квантової теорії.

Послідовне і паралельне з'єднання резисторів

В електро- і радіотехніці опір матеріалів враховується як резистори – елементи з певним опором. Для отримання необхідного значення опору використовують паралельне з'єднання резисторів (по аналогії зі з'єднанням конденсаторів – п.2.3.2).

При послідовному з'єднанні опір зростає: $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$.

При паралельному – зменшується: $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$.

Лекція 9

3.4. Напруга. Закон Ома для постійного струму.

Напруга

Сила, що діє на заряд q_0 в кожній точці електричного кола, є результуючою двох сил – кулонівської та сторонньої:

$\vec{F} = q_0(\vec{E}_{кул} + \vec{E}_{стор})$,

де $\vec{E}_{кул}$ – напруженість електричного поля кулонівських сил, $\vec{E}_{стор}$ – напруженість поля сторонніх сил.

Робота, яку здійснює ця сила при переміщенні заряду q_0 на ділянці кола 1-2, є:

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{кул} dl + q_0 \int_1^2 \vec{E}_{стор} dl .$$

З урахуванням виразу (3.5) маємо:

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) + q_0 \varepsilon_{12} . \qquad (3.7)$$

Для замкненого кола робота електростатичних сил дорівнює нулю ($\oint_L \vec{E} dl = 0$) тому в цьому випадку $A_{12} = q_0 \varepsilon_{12}$

Падінням напруги, або просто напругою U на даній ділянці 1-2 кола називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, що її здійснюють електростатичні та сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду. Таким чином, згідно з (3.7)

$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$. (3.8)

Ділянка кола на якій діють сторонні сили – неоднорідна, а на якій діють кулонівські сили – однорідна.

Напруга на кінцях однорідної ділянки кола збігається з різницею потенціалів на цих кінцях.

Закон Ома в інтегральній формі

Закон Ома в інтегральній формі для однорідної ділянки кола 1-2:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}} . \qquad (3.9)$$

де U – напруга (різниця потенціалів) на цій ділянці кола, R – електричний опір цієї ділянки.

Закон Ома для неоднорідної ділянки кола, як це видно з (3.8) має вигляд:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12} + r} . \qquad (3.10)$$

Закон Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{3.11}$$

де r – внутрішній опір джерела сторонніх сил, R – опір зовнішнього кола, ε – *ЕРС* сторонніх сил.

Правило знаків для ЕРС джерел електричної енергії, ввімкнутих на ділянці *1 – 2*: *якщо всередині джерела струм іде від катода до анода*, тобто напрямок напруженості поля сторонніх сил у джерелі збігається з напрямком струму на ділянці кола, то $\varepsilon_{12} > 0$, якщо струм всередині джерела йде від анода до катода, то $\varepsilon_{12} < 0$ (рис. 3.4 а,б)

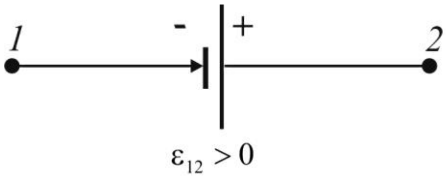


Рисунок 3.4а

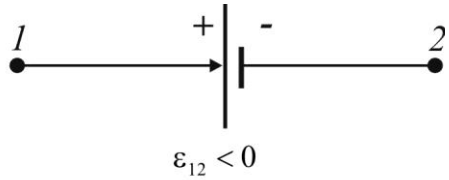


Рисунок 3.4б

Закон Ома в диференціальній формі

Уявно виділимо в околі будь-якої точки всередині ізотропного провідника елементарний циліндричний об'єм (рис. 3.5) з твірними, паралельними вектору густини струму $\vec{j}$ в даній точці. Через поперечний переріз циліндра проходить струм $I = jdS$. Напруга, що прикладена до циліндра, дорівнює Edl, де E – напруженість поля в даному місці.

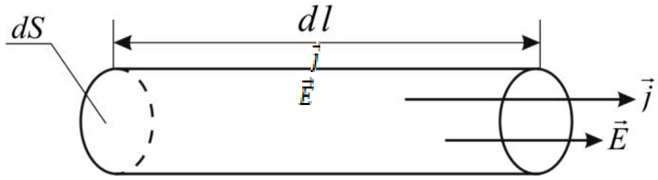


Рисунок 3.5

Опір циліндра дорівнює $R = \rho \frac{dl}{ds}$. Підставимо ці значення в формулу (3.9), отримаємо:

$$jdS = \frac{dS}{\rho dl} Edl.$$

Носії заряду в кожній точці рухаються в напрямі вектора $\vec{E}$, тому напрями $\vec{j}$ та $\vec{E}$ збігаються. (Зауважимо, що в анізотропних тілах напрями векторів $\vec{j}$ та $\vec{E}$ можуть не збігатися.)

Таким чином, можна записати:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E}. \tag{3.12}$$

Формула (3.12) виражає *закон Ома в диференціальній формі для ділянки кола.*

При наявності сторонніх сил узагальнений закон Ома в диференціальній (локальній) формі має вигляд:

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_{стор}) \qquad (3.13)$$

3.5. Розгалужені кола. Правила Кірхгофа

Розгалужене Коло

Під *розгалуженим електричним колом* розуміють складне (паралельно-послідовне) з'єднання ділянок, що містять джерела струму та опори.

Розгалужені кола складаються з наступних елементів:

Вузол - *точка, в якій сходяться три або більше провідників із струмами.*

Ланцюг - *частина контуру між двома вузлами*.

Контур – *замкнена послідовність ланцюгів.*

Для розрахунку розгалуженого кола застосовують правила Кірхгофа.

Перше правило Кірхгофа: *алгебраїчна сума сил струмів у вузлі дорівнює нулю.*

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0, \qquad (3.13)$$

де n – кількість струмів, які сходяться у вузлі.

Для вузла, в якому сходяться n=6 струмів (рис. 3.6) рівняння (3.13) запишеться так:

$I_1 + I_2 + I_5 - I_3 - I_4 - I_6 = 0$

При цьому струм, що входить у вузол, береться зі

Знаком «+», що виходить – зі знаком «-».

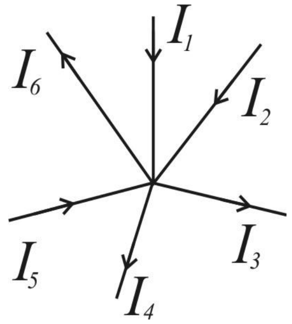


Рисунок 3.6

Виконання формули (3.13) у вузлах розгалуженого кола є необхідною умовою проходження постійних струмів у колі.

Перше правило Кірхгофа виражає закон збереження заряду в будь-якій точці кола постійного струму.

Друге правило Кірхгофа: *у замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги (добутків сил струмів на опори відповідних ділянок) дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, які діють у цьому контурі.*

$$\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_k \,, \tag{3.14}$$

де n – кількість ділянок у контурі, m – кількість ЕРС, що діють у контурі.

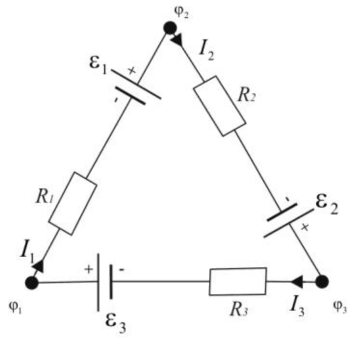


Рисунок 3.7

Друге правило Кірхгофа є узагальненням закону Ома (3.11) на розгалужені електричні кола.

Розглянемо замкнений контур (рис 3.7) в якому внутрішнім опором джерел струму можна знехтувати. В узгодженні з законом Ома для кожної ділянки кола маємо:

$$I_1R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1$$
$$I_2R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2$$
$$I_3R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3$$

Складемо ці рівняння, одержимо рівність:

$I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$

яка виражає друге правило Кірхгофа.

3.6. Робота і потужність постійного струму. Закон Джоуля-Ленца.

Розглянемо довільну ділянку однорідного провідника з опором R і напругою U на його кінцях. Якщо по ділянці проходить струм I, то через поперечний переріз провідника за час dt переноситься електричний заряд

$dq = Idt$

При цьому сили кулонівські та сторонні здійснюють роботу по перенесенню заряду dq.

Робота струму

Елементарна робота, що виконується при перенесенні заряду dq дорівнює:

$$dA = Udq = IUdt\,. \tag{3.15}$$

Для постійного струму, сила якого I, за скінчений проміжок часу t робота струму на зовнішній ділянці кола:

$$A = IU\int_0^t dt = IUt \tag{3.16}$$

Згідно із законом Ома можна записати:

$$A = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \tag{3.17}$$

Якщо $I \neq const$, тобто струм змінюється з часом, то робота струму за час t буде дорівнювати

$$A = \int_0^t I^2(t)Rdt \tag{3.18}$$

Завдяки енергії джерела струму, загальна робота (сума робіт з перенесення заряду q по зовнішній і внутрішній частинах електричного кола), яку виконують кулонівські та сторонні сили разом більша за роботу струму на зовнішній ділянці $A_{заг} > A$. Робота по замкненому колу при постійному струмі I за час t буде дорівнювати:

$$A_{заг} = \varepsilon q = \varepsilon It \tag{3.19}$$

На підставі закону Ома для повного кола

$$A_{заг} = \frac{\varepsilon^2 t}{R+r}. \tag{3.20}$$

Потужність струму

Потужністю електричного струму називається величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t}.$$

У зовнішній частині кола, згідно з (3.16) та (3.17):

$$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}, \tag{3.21}$$

або з урахуванням Закону Ома корисна потужність споживача на опорі R буде дорівнювати

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} \tag{3.22}$$

Загальна потужність джерела струму із (3.20):

$$P_{дж} = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)} \tag{3.23}$$

При проходженні струму по нерухомому провіднику останній нагрівається; тобто частина роботи струму перетворюється у внутрішню енергію провідника. Виділення теплоти в провіднику можна пояснити наступним чином. Відомо, що носіями заряду в металах є електрони провідності, а іони розміщенні у вузлах кристалічної гратки. Коли електрони стикаються з іонами відбувається перетворення енергії упорядкованого руху електронів у енергію хаотичного (не упорядкованого) руху іонів і електронів. Тобто, енергія джерела струму передається електронам, а через них і кристалічній гратці провідника у вигляді кінетичної енергії неупорядкованого руху (коливань) частинок. Ця енергія виділяється в провіднику у вигляді тепла.

Такого висновку дійшли англійський фізик Джеймс Джоуль (1818-1889) та російський фізик Емілій Ленц (1804-1865).

Закон Джоуля-Ленца

Закон Джоуля-Ленца формулюється так: ***кількість теплоти, що виділяється у провіднику при проходженні по ньому постійного електричного струму, прямо пропорційна добуткові квадрата сили струму, опору провідника та часу проходження струму:***

$$Q = I^2 Rt. \tag{3.24}$$

Кількість теплоти, виділеної у провіднику за час t дорівнює роботі, виконаній струмом за цей же час. Згідно з (3.16) та (3.17)

$$Q = \frac{U^2}{R} t, \text{ або } Q = IUt.$$

Якщо струм з часом змінюється, то згідно з (3.18) маємо:

$$Q = \int I^2 R dt \tag{3.25}$$

Закон Джоуля-Ленца у диференціальній формі

Закон Джоуля Ленца, записаний формулою (3.25) виражає сумарну (інтегральну) кількість теплоти, що виділяється в провіднику. Але можна визначити й кількість теплоти, що виділяється в окремих місцях провідника, якщо відомі локальні характеристики струму та електричного поля в провіднику.

Скориставшись законом Ома в диференціальній формі і співвідношенням ($\sigma = \frac{1}{\rho}$) одержимо *закон Джоуля – Ленца в диференціальній (локальній) формі:*

$$w = \sigma E^2 \tag{3.26}$$

або

$$w = \vec{j}\,\vec{E} \tag{3.27}$$

Контрольні запитання і завдання до розділу 3. Постійний струм:

1. Що таке електричний струм? Умови його виникнення.
2. Закон Ома для замкнутого ланцюга.

3. Що таке сила струму? Як I виразити через щільність струму $\vec{j}$?
4. У скільки разів алюмінієвий дріт має бути товше мідного, щоб мати з ним однаковий опір? $\rho_{міди} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\, Ом \cdot м,\ \rho_{алюм} = 2{,}6 \cdot 10^{-8}\, Ом \cdot м$
5. Як зміниться щільність струму, якщо діаметр провідника зменшити в 5 разів?
6. Закон Ома в диференціальній формі.
7. З якою швидкістю тече струм у провіднику, якщо концентрація вільних зарядів $n=6\cdot10^{28}$ $м^{-3}$, а густина току $j=10^7$ $А/м^2$?
8. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі.
9. Що таке сторонні сили? Яка їхня роль у ланцюзі зі струмом?
10. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі.
11. Закон Ома для однорідної ділянки ланцюга.
12. Чому дорівнює провідність речовини, якщо при напруженості поля $E=2\cdot10^{-6}$ В/м у ньому виникає щільність струму $j=100$ $А/м^2$?
13. Закон Ома для неоднорідної ділянки ланцюга.
14. Які сили діють на заряд при протіканні струму в замкнутому ланцюзі?

4.1. Магнітне поле у вакуумі.

4.1.1. Магнітне поле. Закон Біо-Савара-Лапласа

Магнітне поле

Магнітне поле – це силове поле, завдяки якому здійснюється взаємодія між провідниками зі струмом, абомагнітами.

Властивості магнітного поля:

1. Утворюється струмами або магнітами та виявляється по дії на струми, або магніти.
2. Є соленоідальним, а не потенційним (як електростатичне поле).

Елементарне джерело магнітного поля

Якщо елементарним джерелом електричного поля є точковий заряд, то елементарним джерелом магнітного поля є *контур зі струмом* (рис. 4.1). Його основним параметром є магнітний момент $\vec{P}_m$

$$\vec{P}_m = I\vec{S} = IS\vec{n},$$

де напрямок нормалі визначається за правилом ***правого гвинта****: поступальний рух гвинта вказує напрямок $\vec{n}$, якщо обертальний рух гвинта за стрілкою годинника співпадає з напрямком струму.*

Дія магнітного поля на контур зі струмом

Якщо внести контур зі струмом у однорідне магнітне поле, то на контур буде діяти момент сил $\vec{M}$, що буде повертати контур таким чином, щоб напрямок $\vec{P}_m$ співпадав з напрямом поля.

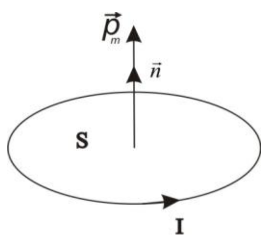


Рисунок 4.1.

При повороті площини контуру з струмом відносно напряму магнітного поля (МП) величина $\vec{M}$ буде змінюватись від максимального значення $M_{\max}$ (якщо $\vec{p}_m \perp МП$), до нуля (коли $\vec{p}_m \uparrow\uparrow МП$). В останньому випадку, при $\vec{M}=0$, $\vec{p}_m \uparrow\uparrow МП$ спостерігається стійка рівновага контуру у магнітному полі. Якщо $\vec{p}_m$ і $МП$ мають протилежні напрями ($\vec{M}=0$, $\vec{p}_m \uparrow\downarrow МП$), рівновага нестійка.

Вектор магнітної індукції

Силовою характеристикою магнітного поля є вектор ***магнітної індукції*** $\vec{B}$**,** модуль якого визначається співвідношенням:

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{M_{\max}}{P_m}, \tag{4.1}$$

де $M_{\max}$ - максимальне значення моменту сил, що діють на контур.

Властивості вектора магнітної індукції:

1. Підпорядковується принципу суперпозиції магнітних полів, а саме: $\vec{B}$ *магнітного поля, створеного кількома токами (магнітами) дорівнює векторній сумі індукцій полів, створених окремими токами (магнітами)*

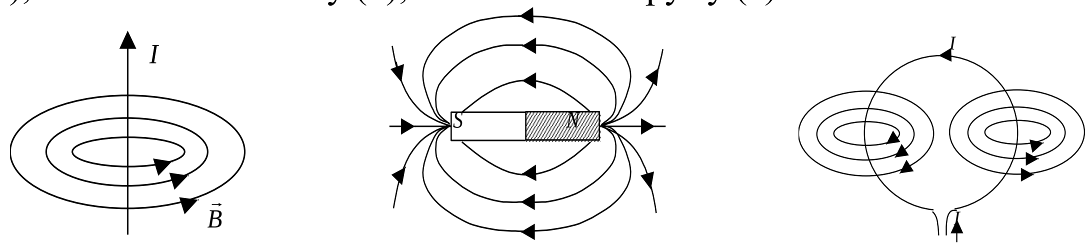
$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i .$$

2. $[B]$=1Тл (Тесла).

Магнітні силові лінії

Аналогічно електричному полю, магнітне поле можна зобразити за допомогою *ліній магнітної індукції – ліній, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора* $\vec{B}$. *Їх напрямок визначається за допомогою правила свердлика: якщо вістря свердлика напрямлене вздовж струму, то його ручка обертається в напрямку ліній магнітної індукції. Лінії магнітної індукції завжди замкнені та охоплюють провідник із струмом, тобто магнітне поле не має джерел, а є вихровим*. У цьому суттєва відмінність силових ліній магнитного поля від силових ліній електричного поля, які починаються і закінчуються на електричних зарядах, що є джерелами електричного поля.

На рис. 4.2 зображені силові лінії вектора магнітної індукції для прямого струму (а), постійного магніту (б), та колового струму (в).



Рисуноку 4.2а Рисуноку 4.2б Рисуноку 4.2б

Закон Біо-Савара-Лапласа

Закон Біо-Савара-Лапласа для провідника, елемент струму $I\vec{dl}$ якого створює в точці спостереження A індукцію магнітного поля $d\vec{B}$ (рис. 4.3), має вигляд:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}, \tag{4.2}$$

де $\vec{r}$ - радіус-вектор, проведений від елемента провідника $d\vec{l}$ в точку спостереження A; I - сила струму в провіднику; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$ - магнітна стала.

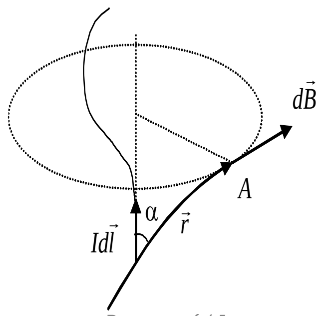


Рисунок 4.3

Напрямок $d\vec{B}$ перпендикулярний векторам $d\vec{l}$ та $\vec{r}$ і співпадає з дотичною до силової лінії магнітної індукції. Силовою лінією вектора $\vec{B}$ є коло, центр якого розташований по осі $\vec{dl}$. Напрям вектора $d\vec{B}$ можна знайти за правилом правого гвинта (або свердлика): напрямок обертання головки гвинта вказує напрямок $d\vec{B}$, якщо поступальний рух гвинта відповідає напрямку елемента струму $d\vec{l}$.

Модуль вектора $d\vec{B}$ визначається, як:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}, \tag{4.3}$$

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ та $\vec{r}$.

Користуючись формулою (4.3) можна розрахувати магнітне поле любого провідника зі струмом. Для цього необхідно провідник розподілити на ділянки dl і про інтегрувати по l:

$$B = \int_l dB. \tag{4.4}$$

При цьому у загальному вигляді інтегрування необхідно здійснювати по окремих проекціях вектора B

$$B_x = \int dB_x; \quad B_y = \int dB_y; \quad B_z = \int dB_z,$$

оскільки операція інтегрування скалярна.

Модуль вектора B можна знайти за формулою:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

Таким чином, розрахована індукція магнітного поля, створеного прямим провідником нескінченої ділянки дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}, \tag{4.5}$$

де b – відстань від провідника до точки, де визначається B

4.1.2. Закон Ампера. Взаємодія двох паралельних струмів.

Закон Ампера

Розглянемо силу, з якою магнітне поле діє на провідник з струмом. Ампер експериментально довів закон*:* ***сила дії магнітного поля на елемент струму дорівнює векторному добутку елемента струму на вектор магнітної індукції***

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]. \qquad (4.6)$$

Під елементом струму слід розуміти елемент довжини провідника $d\vec{l}$, по якому тече струм *I*.

У скалярній формі

$dF_A = IBdl\sin\alpha$,

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$ (рис. 4.4).

Закон Ампера в інтегральній формі має вигляд:

$$F_A = IBl\sin\alpha \qquad (4.7)$$

le *l* – довжина прямолінійного провідника.

Визначення напрямку сили Ампера

Напрямок сили Ампера можна визначити за ***правилом лівої руки****: якщо ліву руку розташувати так, щоб лінії індукції магнітного поля входили в долоню, а чотири випрямлені пальці показували напрямок струму в провіднику, то поставлений під прямим кутом великий палець покаже напрямок дії сили Ампера.*

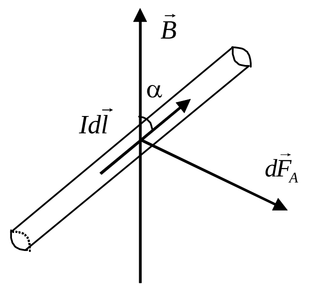


Рисунок 4.4

Сила взаємодії паралельних струмів

Треба знайти амперову силу, з якою взаємодіють у вакуумі два паралельні нескінченно до[illegible]ики з струмами I_1 та I_2, якщо відстань між провідниками b. Кожен з провідників створює магнітне поле, індукція якого у місці розташування іншого згідно (4.5) дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}.$$

Це магнітне поле діє на провідник з силою Ампера (4.7) $F = IBl\sin\alpha$, де відповідно до рис. 4.5 $\sin\alpha = 1$.

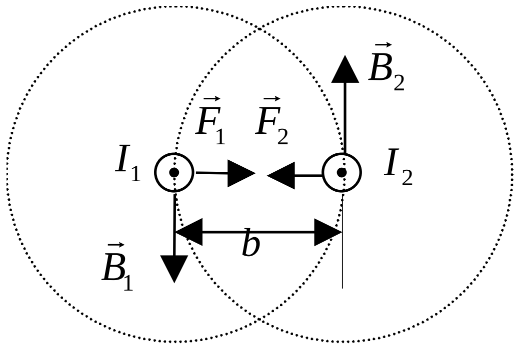


Рисунок 4.5а

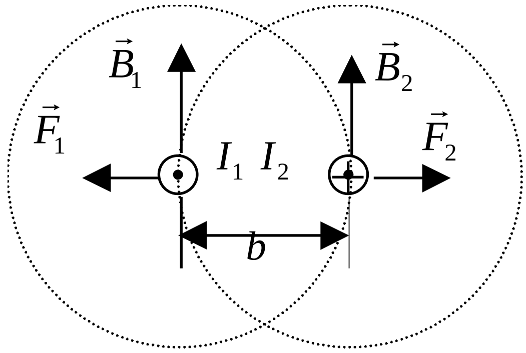


Рисунок 4.5б

Якщо підставити сюди значення *B*, отримаємо

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} l\,, \tag{4.8}$$

що є **формулою для сили взаємодії двох паралельних струмів.**

При цьому, якщо струми I_1 та I_2 в обох провідниках збігаються за напрямом, то провідники притягуються один до одного (рис. 4.5,а), якщо напрямки струмів протилежні, то провідники відштовхуються (рис. 4.5, б).

Визначення одиниці сили струму – Ампера

Ця формула застосовується для означення одиниці сили струму – ампера, як основної одиниці в СІ.

Один ампер – сила незмінного струму, який, проходячи по двох паралельних провідниках нескінченної довжини і малого поперечного перерізу, розташованих на відстані* 1 м *один від одного у вакуумі, створює силу взаємодії між ними, яка дорівнює* $2\cdot 10^{-7}$ Н *на кожний метр довжини.

Дійсно, якщо підставити у формулу (4.8) $I_1=I_2=1A$, а $b=1$м, то можна отримати умову для визначення 1А:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2\cdot 10^{-7}\,Н/м\,.$$

4.1.3. Магнітне поле рухомого заряду. Дія магнітного поля на рухомий заряд.

Магнітне поле рухомого заряду

За допомогою закону Біо-Савара-Лапласа враховуючи, що $I = \frac{dq}{dt}$, а $\frac{dl}{dr} = \upsilon$, одержимо вираз для магнітної індукцій поля заряду, що рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{B}_q = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3} \qquad (4.9)$$

Вектор $\vec{B}$ в кожній точці простору напрямлений перпендикулярно площині, в якій лежать вектори $\vec{\upsilon}$ і $\vec{r}$ (рис.4.6)

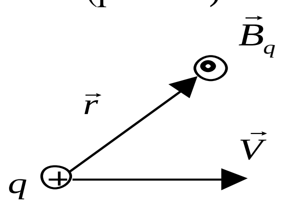


Рисунок 4.6

Дія магнітного поля на рухомий заряд

Якщо в законі Ампера (4.6) замінити силу струму на її визначення $I = \frac{dq}{dt}$, а також урахувати, що $\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{\upsilon}$, можна отримати вираз для сили, що діє з боку магнітного поля на заряд q, що рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}$

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{\upsilon},\vec{B}\right]. \qquad (4.10)$$

Цю силу називають **силою Лоренца**.

В скалярному вигляді

$$F_Л = q\upsilon B\sin\alpha,$$

де α - кут між напрямком магнітного поля та швидкості заряду.

Напрямок сили Лоренца (правило лівої руки).

Напрямок сили Лоренца можна знайти *за **правилом лівої руки**:* *якщо ліву руку розташувати так, щоб силові лінії входили в долоню, чотири витягнуті пальці показували напрямок швидкості позитивного заряду, тоді відігнутий під прямим кутом великий палець вкаже напрямок сили Лоренцо* (рис. 4.7).

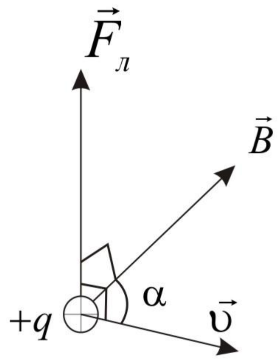


Рисунок 4.7

Властивості сили Лоренца

Сила Лоренца має наступні властивості:

1. $\vec{F}_Л$ перпендикулярна $\vec{\upsilon}$ (тобто є центроспрямованою силою), тому не здійснює роботи і не змінює енергію та швидкість зарядженої частинки.
2. $\vec{F}_Л$ відхиляє заряд від початкового напрямку і вимушує рухатися по колу або спіралі.

Крім того, можна зробити такі висновки відносно сили Лоренца:

- *Величина і напрямок сили Лоренца $\vec{F}_Л$ залежить від швидкості зарядженої частинки і від величини і напрямку магнітного поля $\vec{B}$.*
- *Якщо заряджена частина рухається паралельно напрямку магнітного поля, сила Лоренца дорівнює нулю.*
- *Якщо кут між вектором швидкості заряду $\vec{\upsilon}$ і вектором $\vec{B}$ відмінний від нуля, то сила Лоренца перпендикулярна площині, в якій лежать вектори $\vec{\upsilon}$ і $\vec{B}$.*
- *Сила Лоренца діє на позитивний і негативний заряди в протилежних напрямках.*

Сила Лоренца широко використовується у техніці для фокусування пучків заряджених частинок: у прискорювачах різного типу, у електронно-проміневих трубках та т.і.

4.1.4. Закон повного струму та його застосування.

Згадаємо, що в електростатиці робота при переміщенні пробного заряду в електростатичному полі не залежить від форми шляху і по довільному замкнутому контуру дорівнює нулю. Таке поле є потенціальним. При цьому циркуляція вектора напруженості електричного поля дорівнює нулю

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0.$$

Закон повного струму для вектора $\vec{B}$

На відміну від електростатичного поля силові лінії магнітного поля замкнені, тому циркуляція вектора $\vec{B}$ по замкненому контуру не дорівнює 0. *Теорема про* *циркуляцію вектора* $\vec{B}$, *або* ***закон повного струму*** формулюється так: *циркуляція вектора* $\vec{B}$ *по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої* μ_0 *на алгебраїчну суму струмів, охоплених цим контуром*:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i \ , \qquad (4.11)$$

де n - число провідників з струмами, охоплених контуром L довільної форми. Додатним вважається струм, напрямок якого складає з напрямком обходу контуру правий гвинт. Наприклад, на рис. 4.8 струми I_1 та I_3 - додатні, а струм I_2 - від'ємний.

Назва закону пояснюється тим, що у правій частині (4.11) враховуються усі струми, охоплені контуром, тобто «повний струм».

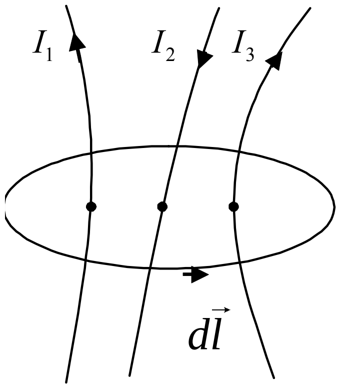


Рисунок 4.9

Наслідком (4.11) є те, *що* ***робота при перенесенні пробного одиничного елемента струму у магнітному полі в загальному випадку відмінна від нуля. Це є характерним для вихрового поля.***

Магнітне поле довгого соленоїда

За допомогою закона повного струму визначимо *магнітне поле довгого соленоїда.* Розглянемо соленоїд довжиною l, з кількістю витків N і струмом у витках I.

Довжина соленоїда набагато більша його діаметра, тобто можна вважати соленоїд нескінченно довгим. Тоді всередині соленоїда магнітне поле є однорідним, зовні – дуже слабким (рис.4.9), яким можна знехтувати.

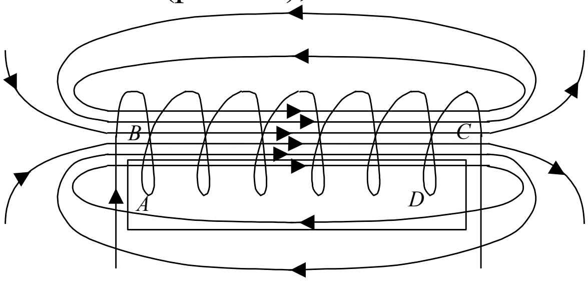


Рисунок 4.9

Для знаходження вектора магнітної індукції – беремо контур $ABCDA$ (рис.4.10). За теоремою про циркуляцію вектора $\vec{B}$ інтеграл по замкненому контуру можна розглядати як суму чотирьох інтегралів

$$\oint_{ABCDA} B_e dl = \int_{AB} B_e dl + \int_{BC} B_e dl + \int_{CD} B_e dl + \int_{DA} B_e dl .$$

На ділянках AB і CD $B_e = 0$ ($\vec{B} \perp d\vec{l}$), на ділянці DA (зовні соленоїда) $B = 0$, а на ділянці BC циркуляція вектора $\vec{B}$ дорівнює Bl, тобто

$$\int_{BC} B_e dl = Bl = \mu_0 NI .$$

Звідки

$$\oint_{ABCDA} B_e dl = \mu_0 NI$$

Величина магнітної індукції поля всередині соленоїда (у вакуумі) дорівнює

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 nI , \qquad (4.12)$$

де $n = \frac{N}{l}$ - лінійна густина витків соленоїда.

4.1.5. Теорема Гауса для магнітного поля. Робота у магнітному полі.

Магнітний потік

Магнітним потоком $d\Phi$ називають *кількість силових ліній* $\vec{B}$*, що пронизують деяку поверхню площею* dS

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS = BdS\cos\alpha , \qquad (4.13)$$

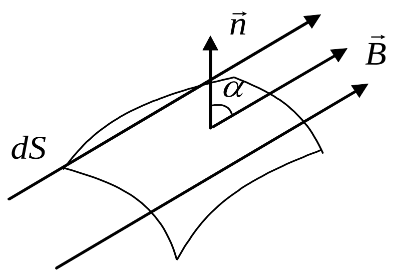


Рисунок 4.10

де $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$, $\vec{n}$ - одиничний вектор зовнішньої нормалі до площини dS, B_n - проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі, α - кут між векторами $\vec{n}$ і $\vec{B}$ (рис. 4.10). Площа dS вибирається настільки малою, щоб її можна було вважати плоскою, а магнітне поле однорідним.

Повний магнітний потік крізь довільну поверхню

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS .$$

Властивості магнітного потоку:

1. Є алгебраїчною величиною, тобто може бути $\Phi > 0$ і $\Phi < 0$ (у залежності від кута α).
2. *Одиницею магнітного потоку є Вебер* (Вб**)**.

$[\Phi] = 1Тл \cdot м^2 = 1Вебер = 1Вб$

Теорема Гаусса для магнітного поля

Зважаючи на те, що магнітні силові лінії завжди замкнені, можна сформулювати ***теорему Гаусса для магнітного поля: магнітний потік крізь будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю***:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0 . \qquad (4.14)$$

Оскільки кожна лінія вектора $\vec{B}$ замкнена, то, якщо вона ввійде в замкнену поверхню, то повинна і вийти з неї.

Магнітний потік крізь поверхню обмежену контуром, що складається з N витків має назву **потокозчеплення** цього контура і дорівнює

$$\Psi = N\Phi .$$

Робота по переміщенню провідника зі струмом у магнітному полі

Відомо, що магнітне поле діє на провідник зі струмом з силою Ампера (4.7): $F_A = IBl\sin\alpha$

Отже при переміщенні провідника (рис. 4.11) повинна виконуватись робота:

$$dA = F_A dx = IBl \cdot dx \cdot \sin\alpha , \qquad (4.15)$$

де $\angle\alpha$ – кут між $\vec{B}$ (направлено до нас) та I дорівнює 90°.

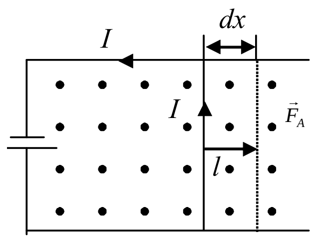


Рисунок 4.11

Враховуючи, що (у 4.15) $ldx=dS$, а $BdS=d\Phi$, отримаємо вираз для роботи: $dA=Id\Phi$, або в інтегральному вигляді

$$A=I\Phi \qquad (4.16)$$

де - Φ - *магнітний потік, що перетинає провідник при своєму русі у магнітному полі.*

Робота по переміщенню контуру зі струмом

Як було показано у підрозділі 4.1.1, дія магнітного поля на контур зі струмом міститься у повороті останнього до певного стану. При цьому магнітний потік крізь поверхню контуру

$$\Phi = BS\cos\alpha$$

змінюється, оскільки змінюється $\angle\alpha$ між $\vec{B}$ та $\vec{n}$ (рис.4.10).

Виявляється, що робота, яка при цьому виконується магнітним полем буде дорівнювати

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi \qquad (4.17)$$

де $\Delta\Phi$ - зміна магнітного потоку крізь поверхню контуру.

Формулі (4.17) можна надати інший вигляд:

$$A = IBS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1),$$

Де α_1, α_2 – кут, що задає начальне і кінцеве положення контуру.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 4.1. Магнітне поле у вакуумі:

1. Що таке магнітне поле? Його властивості.
2. Сила Ампера, що діє на прямий провідник зі струмом.
3. Що таке вектор магнітної індукції? Його властивості.
4. Що таке 1 Ампер?
5. Закон Біо-Савара-Лапласа (формула й малюнок).
6. Що таке сила Лоренца? Її властивості.
7. Закон повного струму (теорема про циркуляцію $\vec{B}$)
8. Принцип суперпозиції полів.
9. Магнітне поле прямого струму: формула й малюнок.
10. Що таке магнітні силової лінії? Правила їхньої побудови.
11. Теорема Гауса для магнітного поля.
12. Робота з переміщення провідника зі струмом у магнітному полі.
13. Що є елементарним джерелом магнітного поля? Його основний параметр?
14. Взаємодія 2-х паралельних струмів.
15. Магнітне поле кругового струму: формула та малюнок.
16. Магнітне поле соленоїда: формула та малюнок.

Лекція № 11 **Тема: 4.2. Електромагнітна індукція**

4.2.1. Досліди Фарадея. Закон електромагнітної індукції.

Розглянемо досліди Фарадея, за допомогою яких було виявлено явище електромагнітної індукції.

Досліди Фарадея

Котушку L замкнено на гальванометр (рис. 4.12). Постійний магніт NS всували в котушку й витягували з неї. В момент всування магніту і його витягування гальванометр фіксував наявність струму (виникав індукційний струм). Напрями відхилення стрілки при всуванні та витягуванні магніту протилежні, а її відхилення тим більше, чим більша швидкість руху магніту відносно котушки. При зміні полюсів магніту напрям відхилення стрілки змінюється. Індукційний струм можна отримати, також якщо котушку переміщувати відносно нерухомого магніту.

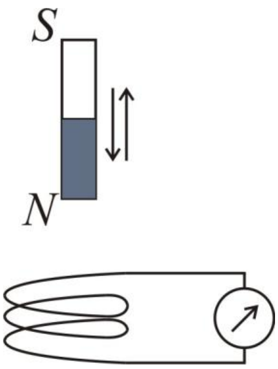


Рисунок 4.12

Явище електромагнітної індукції

Виникнення індукційного струму вказує на існування в колі електромагнітної сили, яка має назву *електрорушійної сили (ЕРС) електромагнітної індукції*.

Таким чином ***явище електромагнітної індукції (ЕМІ)*** *– це виникнення ЕРС індукції у контурі при зміні магнітного потоку крізь його поверхню.*

Закон Електромагнітної індукції

Електрорушійна сила електромагнітної індукції в замкненому провідному контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь довільну поверхню, обмежену цим контуром

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{4.18}$$

Індукційний струм завжди спрямований так, щоб протидіяти причині, що викликала його появу.

Правило Ленца

Знак мінус у формули (4.18) відображає правило Ленца і вказує на те, що збільшення потоку $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$ викликає ЕРС $\varepsilon_i < 0$, тобто магнітне поле індукційного струму напрямлене назустріч потоку; зменшення потоку $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$ викликає $\varepsilon_i > 0$, тобто напрями потоку й поля індукційного току збігаються.

4.2.2. Явище самоіндукції. Індуктивність.

Індуктивність

Відповідно до закону Біо-Савара-Лапласа величина індукції магнітного поля $\vec{B}$ прямо пропорційна силі струму в контурі $(B \sim I)$. Зважаючи на визначення потоку Φ, можна стверджувати, що потік магнітної індукції крізь певну фіксовану поверхню буде також пропорційним силі струму, тобто

$\Phi \sim I$, або $\Phi = LI$,

де L - коефіцієнт пропорційності, який має назву *індуктивності контуру*.

***Індуктивність** – характеристика здатності контуру утворювати магнітний потік крізь свою поверхню:*

$$L = \frac{\Phi}{I}. \tag{4.19}$$

Властивості індуктивності:

1.*Індуктивність контуру* L не залежить ні від сили струму, ні від індукції магнітного поля, а є однозначною характеристикою провідного контуру. Вона залежить від форми й розмірів контуру, а також від магнітних властивостей навколишнього середовища.

2.За одиницю індуктивності взято індуктивність такого провідника, в якому при зміні сили струму в 1А за 1с виникає ЕРС самоіндукції 1В. Ця одиниця має назву генрі на честь американського фізика Дж. Генрі.

$$[L] = 1\frac{B*c}{A} = 1Гн.$$

Явище самоіндукції

Електричний струм, що проходить в будь-якому контурі, утворює магнітний потік, який пронизує цей контур. Якщо в провідному замкненому контурі змінюється струм, то змінюється й потік магнітної індукції. Зміна магнітного потоку призводить згідно закону електромагнітної індукції до виникнення в цьому ж провіднику ЕРС індукції.

*Явище виникнення індукційної ЕРС у контурі внаслідок зміни струму в ньому має назву **явища самоіндукції.***

Згідно правила Ленца індукційний струм буде завжди маті напрямок, при якому він буде перешкоджати зміні первинного струму.

Закон самоіндукції

При зміні струму в контурі виникає ЕРС самоіндукції ε_S, яка дорівнює:

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (4.20)$$

Електрорушійна сила самоіндукції викликає в контурі струм, який за правилом Ленца перешкоджає змінюванню струму в контурі, уповільнюючи його зменшення або зростання.

Якщо струм з часом зростає, то $\frac{dI}{dt} > 0$ а $\varepsilon_S < 0$, тобто струм самоіндукції напрямлений назустріч струму, обумовленому зовнішнім джерелом та гальмує його.

Якщо струм з часом зменшується, то $\frac{dI}{dt} < 0$ а $\varepsilon_S > 0$, тобто індукційний струм співпадає за напрямком зі спадаючим струмом у контурі і тим самим уповільнює його спадання.

Індуктивність соленоїда

Обчислимо індуктивність соленоїда. Соленоїд – це рівномірно намотана на циліндричну поверхню проволочена спіраль по якій проходить електричний струм. Візьмемо соленоїд такої довжини, що його можна вважати безконечним. За законом Фарадея ЕРС індукції $\varepsilon_s = -\frac{d\Psi}{dt}$, де $\Psi = \Phi N$ - повний магнітний потік крізь усі N витків соленоїда. Потік індукції крізь поверхню площею S, яку охоплює один виток довжиною l у вакуумі.

$$\Phi = BS = \mu_0 I \frac{N}{l} S,$$

тоді

$$\Psi = \Phi N = \mu_0 I \frac{N^2}{l} S,$$

а ЕРС індукції:

$$\varepsilon_S = -\mu_0 \frac{N^2}{l} S \frac{dI}{dt}.$$

З іншого боку:

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}.$$

Прирівнявши дві останні формули одержимо:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S.$$

Оскільки $S \cdot l = V$ - об`єм соленоїда, то

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} V = \mu_0 n^2 V, \qquad (4.14)$$

де n – кількість витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда (густина витків).

4.2.3. Явище взаємоіндукції. Взаємоіндуктивність.

Зв'язані контури

Розглянемо два нерухомих контури 1 і 2, що розташовані досить близько один від одного (рис.4.13). В них течуть струми I_1 та I_2. Магнітні потоки кожного з контурів частково перекривають потік сусіднього.

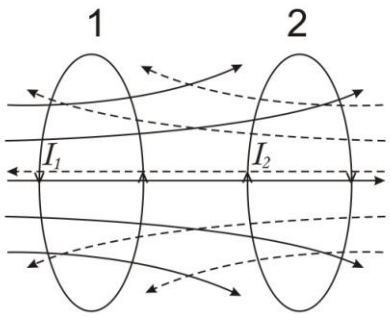


Рисунок 4.13

Якщо в першому контурі проходить струм I_1, то магнітний потік утворений цим струмом через другий контур пропорційний I_1 і дорівнює:

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1 \qquad (4.22)$$

Магнітне поле, яке утворює цей потік, зображено на рис 4.13 суцільними лініями

Аналогічно, при проходженні у другому контурі струму I_2 виникає пов'язаний з першим контуром потік:

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2$$

Магнітне поле, яке утворює цей потік, на рис.4.13 зображено пунктирними лініями.

Взаємоіндуктивність

Контури, що мають спільний магнітний потік називають ***зв'язаними.***

Контури 1 та 2 взаємопов'язані, коефіцієнти пропорційності L_{12} та L_{21} називаються *коефіцієнтами взаємної індукції*, або *просто* ***взаємною індуктивністю,*** *що характеризує здатність одного контуру створювати магнітний потік крізь другий зв'язаний з ним контур.*

Властивості взаємоіндукції:

1. Коефіцієнти L_{12} та L_{21} залежать від геометричної форми, розмірів і взаємного розташування контурів, а також від магнітної проникненості оточуючого середовища.
2. На основі **теореми взаємності яка стверджує,** *що у неферомагнітному середовищі при зміні ролі контурів (струм проходить у контурі 2, а індукується у контурі 1 і навпаки) взаємна індуктивність двох довільних контурів дорівнює одна одній*;

$L_{12} = L_{21}$.

3. $[L_{12}]$= 1 Гн.

Явище взаємоіндукції

Якщо струм у одному з контурів буде змінюватись (наприклад, I_1), то згідно з (4.22) буде змінюватись і магнітний потік крізь другий контур. Отже, у цьому контурі за законом Фарадея повинна виникнути ЕРС індукції.

Виникнення ЕРС індукції у одному із зв'язаних контурів при зміні сили струму в іншому називається ***явищем взаємоіндукції.***

Закон взаємоіндукції

При зміні струму I_1 у другому контурі індукується ЕРС: ε_{i2}, яка за законом Фарадея дорівнює:

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

І навпаки, при зміні струму I_2 у першому контурі виникає ЕРС:

$$\varepsilon_{i1} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}.$$

Явище взаємоіндукції широко використовується у *трансформаторах* – пристроях для зниження або підвищення напруги змінного струму. Схематично трансформатор складається з двох (або більше) обмоток (соленоїдів) зі спільним осереддям (як правило з феромагнетика). На первинну обмотку подається змінна напруга (тече змінний струм), яка викликає у осередді змінний магнітний потік, що утворює змінну ЕРС (змінну напругу) у другій обмотці. Залежно від співвідношення кількості витків у обмотках, вторинна напруга буде меншою або більшою, ніж на вході.

4.2.4. Енергія провідника зі струмом . Енергія магнітного поля.

Розглянемо схему, наведену на рис.4.14. Якщо ключ К знаходиться у нижньому положенні, то під дією ЕРС крізь соленоїд тече струм, який обумовлює зчеплене з витками соленоїда магнітне поле (рис 4.14). Якщо з електричного кола вилучити джерело ЕРС і замкнути соленоїд на опір R, то вцьому колі деякий час за рахунок ЕРС самоіндукції буде проходити спадаючий з часом струм. Робота, яка здійснюється цим струмом за час dt, дорівнює:

$$dA = \varepsilon_s I dt = -L\frac{dI}{dt} I dt = -LIdI.$$

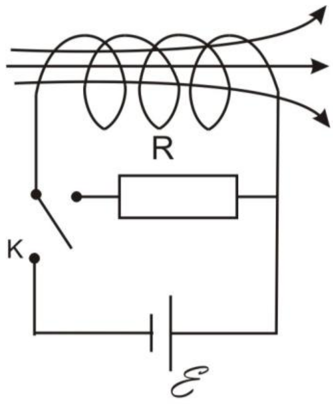


Рисунок 4.14

Розрахуємо роботу за весь час, за який сила струму зменшується до 0 (відбувається зникнення магнітного поля).

$$A = -\int_I^0 LIdI = L\int_0^I IdI = \frac{LI^2}{2}. \qquad (4.23)$$

Енергія провідника зі струмом

Робота (4.23) йде на приріст внутрішньої енергії опору соленоїда та з'єднувальних провідників, тобто на їх нагрівання. Здійснення цієї роботи супроводжується зникненням магнітного поля, раніш існуючого в оточуючому соленоїд середовищі. Можна зробити висновок, що магнітне поле – є носієм енергії, за рахунок якої здійснюється робота нагрівання. Таким чином, провідник з індуктивністю *L* по якому проходить струм *I* має енергію:

$$W = \frac{LI^2}{2} \qquad (4.24)$$

Оскільки енергія магнітного поля розподілена в усьому просторі, де локалізоване поле, то формула (4.24) визначає повну енергію магнітного поля струму.

Часто важливо знати не повну енергію, а енергію в окремих областях, а бува й окремих точках заданого магнітного поля.

Виразимо енергію магнітного поля як функцію величин, які є локальними характеристиками поля в кожній точці.

Для цього розглянемо окремий випадок – однорідне магнітне поле всередині дуже довгого соленоїда. Індуктивність такого соленоїда (за відсутності феромагнетиків):

$L = \mu_0 n^2 V$,

де μ_0 - магнітна стала, n – густина витків, *V* – об'єм соленоїда.

Енергія магнітного поля

Індукція в середині соленоїда $B = \mu_0 nI$, звідки, $I = \frac{B}{\mu_0 n}$, тоді енергія магнітного поля соленоїда:

$$W = \frac{\mu_0 n^2 V \cdot B^2}{2\mu_0^2 n^2} = \frac{B^2}{2\mu_0} V \qquad (4.25)$$

Введемо поняття *об'ємної густини магнітного поля:*

$$U = \frac{dW}{dV} \quad , \qquad (4.26)$$

де U – енергія одиниці об’єму.

Підставив (4.25) у (4.26), отримаємо вираз для об’ємної густини магнітного поля

$$U = \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{4.27}$$

Отже, *об’ємна густина енергії магнітного поля* в околі кожної точки простору визначається значенням характеристик цього поля в цій точці.

Вираз (4.27) для об’ємної густини енергії магнітного поля має вигляд аналогічний формулі для об’ємної густини енергії електростатичного поля, з тією різницею, що електричні величини замінені магнітними.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 4.2. Електромагнітна індукція:

1. Сутність явища ЕМІ. Якими способами можна викликати це явище?
2. Що таке зв’язані контури? Пояснити малюнком.
3. Закон ЕМІ. Сутність правила Ленца.
4. Які пристрої засновані на явищі взаємоіндукції? Пояснити малюнком.
5. Сутність явища самоіндукції. Закон самоіндукції.
6. Що таке 1 Генрі? Як ця одиниця пов’язана з 1 Ампером?
7. Що таке індуктивність? Від чого вона залежить?
8. Чому дорівнює енергія котушки індуктивністю L, по якій протікає струм I?
9. Чим визначається напрямок індукційного струму?
10. Що таке об’ємна густина енергії МП? Чому вона дорівнює?
11. Як обчислюється індуктивність соленоїда
12. Як обчислити енергію МП у заданому об’ємі простору V?
13. Сутність явища взаємоіндукції. Закон взаємоіндукції.
14. Як змінюється індуктивність котушки, якщо усередині її помістити залізний сердечник?
15. Що таке взаємоіндуктивність? Від чого вона залежить?
16. Чому при розмиканні ланцюга струм миттєво не зникає?

4.3.1. Магнітна модель атома.

Згідно з моделлю атома Бора електрони рухаються по круговим орбітам, в центрі яких знаходиться позитивне ядро. Рух електрона можна розглядати як мікрострум (молекулярний струм), напрямок якого протилежний напрямку руху негативного заряду (електрона) з швидкістю $\vec{\upsilon}$ по колу радіусом r (рис. 4.15). Його момент імпульсу дорівнює

$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]$.

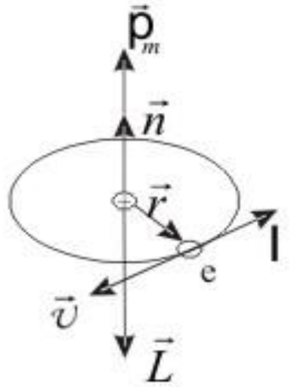


Рисунок 4.15

Зважаючи на те, що кут між $\vec{r}$ і $\vec{p}$ дорівнює 90^0, маємо

$$L = rm\upsilon \qquad (4.28)$$

Магнітний момент такого струму дорівнює $\vec{p}_{me} = IS\vec{n}$, де $I = \frac{e}{T}$ - величина струму, e – заряд електрона, $T = \frac{2\pi r}{\upsilon}$ - період його обертання навколо ядра, $S = \pi r^2$ - площа всередині орбіти електрона. Магнітній момент такого струму дозволяє кожний атом розглядати як маленький елементарний магнітик.

Орбітальний магнітний момент

Величина орбітального магнітного моменту електрона

$$p_{me} = \left(\frac{e\upsilon}{2\pi r}\right)\pi r^2 = \frac{e\upsilon r}{2},$$

Якщо порівняти величини (4.28) і вираз для p_{me}, одержимо

$$p_{me} = \frac{e}{2m}L, \qquad (4.29)$$

тобто величина орбітального магнітного моменту пропорційна величині орбітального механічного моменту електрона в атомі і з урахуванням протилежних напрямків цих моментів (рис. 4.15), маємо:

$$\vec{P}_{me} = -\frac{e}{2m}\vec{L},$$

де $\frac{e}{2m}$ – має назву ***гіромагнітного відношення.***

Але виявляється, що додатково до орбітального механічного моменту імпульсу, електрон має власний механічний момент імпульсу – ***спін*** $\vec{L}_s$ що не пов'язаний з рухом електрона, а є його фундаментальною характеристикою.

Спіновий магнітний момент

Спіну електрона відповідає власний (спіновій) магнітний момент $\vec{p}_{ms}$, пропорційний L_s і направлений в протилежний бік

$$\vec{p}_{ms} = -\frac{e}{m}\vec{L}_s$$

В цьому випадку гіромагнітне відношення спінових моментів дорівнює $\frac{e}{m}$ і є вдвічі більше, ніж для орбітальних моментів.

Тоді повний магнітний момент електрона $\vec{p}_{mi}$ є векторною сумою орбітального $\vec{p}_{me}$ і спінового $\vec{p}_{ms}$ і магнітних моментів:

$$\vec{p}_{mi} = \vec{p}_{me} + \vec{p}_{ms}.$$

Взагалі магнітний момент атома – це векторна сума магнітних моментів всіх електронів і магнітного моменту ядра атома. Але магнітні моменти ядер в тисячі разів менше магнітних моментів електронів, тому ними можна знехтувати.

Загальний магнітний момент атома $\vec{p}_m$ дорівнює векторній сумі орбітальних і спінових магнітних моментів електронів, що входять в атом

$$\vec{p}_m = \sum \vec{p}_{mi} = \sum \vec{p}_{me} + \sum \vec{p}_{ms}$$

Однак, незважаючи на наявність магнітних моментів у електронів, слід зауважити, що не всі матеріали магнітні у відсутності зовнішнього магнітного поля. Це пояснюється тим, що електронні орбіти мають довільну орієнтацію у просторі і сумарний магнітний момент атома (особливо при парній кількості електронів в атомі) може дорівнювати нулю без зовнішнього магнітного поля.

4.3.2. Види магнетиків та їх намагнічування. Теорема Гауса для магнітного поля.

Види магнетиків

Магнетиком називається будь-яка речовина по відношенню до магнітного поля. В залежності від магнітного моменту $\vec{p}_m$ атомів магнетики поділяються:

- *діамагнетики* – у відсутності зовнішнього магнітного поля $\vec{p}_{mi}$ =0;
- *парамагнетики* - $\vec{p}_m \neq 0$, але по об'єму магнетика $\sum \vec{P}_{m_i} = 0$ внаслідок хаотичної орієнтації магнітних моментів атомів;

- *феромагнетики* – у окремих частинах об’єму магнетика (доменах) $\sum \vec{P}_{m_i} \neq 0$, що обумовлено їх спонтанним намагнічуванням.

Намагнічування магнетика

***Намагнічування** – процеси, що мають місце у речовині при внесені її у магнітне поле.* В залежності від виду магнетика процеси протікають по-різному.

Діамагнетизм

Процес намагнічування діамагнетика називається *діамагнетизмом.* Він полягає у виникненні індуцированого магнітного моменту у атомів за рахунок *прецесії* електронних орбіт – коливань площини орбіт під дією зовнішнього магнітного поля. Індуцировані магнітні моменти атомів за правилом Ленца направлені проти цього поля.

Парамагнетизм

Парамагнетизм – це намагнічування парамагнетика. Магнітні моменти атомів, що мали хаотичну орієнтацію, розташовуються вдовж силових ліній зовнішнього магнітного поля.

Вектор намагнічування

Ступень намагніченості магнетика характеризується сумарним магнітним моментом молекулярних струмів одиниці об’єму. Ця величина називається вектором намагнічення і позначається $\vec{J}$:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}; \qquad (4.30)$$

де $\vec{p}_m$ - магнітний момент окремої молекули (атома), ΔV - фізично нескінченно малий об’єм, який повинен бути настільки малим, щоб поле в ньому можна було вважати однорідним і достатньо великим , щоб можна було застосувати статистичні методи.

Одиниця вимірювання намагніченості

$$[J] = 1\frac{A \cdot м^2}{м^3} = 1\frac{A}{м}.$$

Вектор намагніченості схожий на вектор поляризації, тому його можна було б назвати вектором магнітної поляризації.

Результуюче магнітне поле у магнетику

Намагнічена речовина створює додаткове магнітне поле B' мікрострумів, яке накладається на зовнішнє магнітне поле $\vec{B}_0$.

Сума зовнішнього $\vec{B}_0$ і внутрішнього B' магнітних полів утворює результуюче поле $\vec{B}$, яке залежить від магнітних властивостей магнетика

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

Ці поля неоднорідні в межах атома, але усереднені по фізично нескінченно малому об’єму.

Для діамагнетиків, де індуковані магнітні моменти атомів спрямовані проти зовнішнього поля, $\vec{B}'$ також протилежне $\vec{B}_0$, тому у скалярній формі маємо:

$$B = B_0 - B'$$

Іншими словами *діамагнетик послабляє зовнішнє поле.*

У парамагнетику (а також і у феромагнетику – див.нижче) магнітні моменти атомів орієнтуються вздовж зовнішнього поля, тому *ці види магнетиків підсилюють зовнішнє поле:*

$$B = B_0 + B'.$$

Теорема Гаусса для магнітного поля

Поле $\vec{B}'$, як і поле $\vec{B}_0$, не має джерел (магнітних зарядів) тому і для магнетика теорема Гаусса:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0 \qquad (4.31)$$

Потік результуючого вектора магнітної індукції через замкнену поверхню дорівнює нулю.

4.3.3. Закон повного струму для речовини.

Теорема про циркуляцію $\vec{B}$ для магнітного поля в речовині

Закон повного струму для магнітного поля в вакуумі (4.11) можна узагальнити для магнітного поля в речовині:

$$\oint_L \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 (I + I'), \qquad (4.32)$$

де $I = \sum_{i=1} I_i$ – алгебраїчна сума макрострумів;

$I' = \sum_i I_i'$ – алгебраїчна сума мікрострумів, які охоплюються контуром *L*.

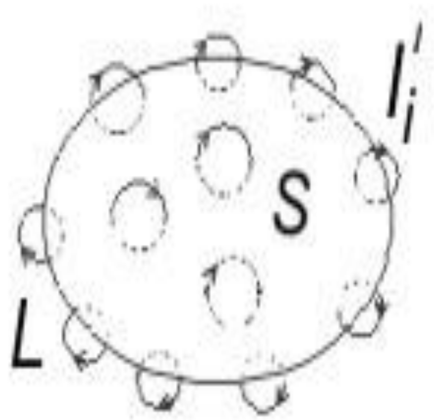


Рисунок 4.17

Розрахуємо алгебраїчну суму молекулярних струмів, охоплених деяким контуром *L*. Нехай на цей контур спирається довільна поверхня *S* (рис. 4.17). Струми, які перетинають поверхню двічі (в протилежних напрямках), не дають ніякого внеску в результуючий струм намагнічення I' через поверхню *S*.

Закон повного струму для $\vec{J}$

Можна показати, що цей сумарний струм дорівнює циркуляції вектора намагніченості $\vec{J}$ по довільному замкненому контуру L:

$$\oint \vec{J}\vec{dl} = I' . \qquad (4.33)$$

Циркуляція вектора намагніченості $\vec{J}$ по довільному замкнутому контуру L дорівнює алгебраїчній сумі молекулярних струмів, охоплених контуром L.

Підставимо вираз (4.33) в (4.32) і одержимо

$$\oint_L \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_L \vec{J}\vec{dl} ;$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) \vec{dl} = I . \qquad (4.34)$$

Закон повного струму для речовини

Введемо допоміжний вектор $\vec{H}$ – вектор напруженості магнітного поля, який дорівнює:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} , \qquad (4.35)$$

Тоді (4.34) перетвориться на

$$\oint_L \vec{H}\vec{dl} = I , \qquad (4.36)$$

де $I = \sum_i I_i$ – алгебраїчна сума макрострумів (струмів провідності).

Тобто ***циркуляція вектора напруженості по довільному замкнутому контуру L дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності (макрострумів) крізь поверхню S, що спирається на цей контур.***

Напруженість магнітного поля

Перетворимо (4.35) до виду

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{j} \qquad (4.37)$$

і врахуємо, що вектор намагніченості $\vec{j}$ залежить від $\vec{H}$ відповідно формулі

$$\vec{j} = \mu_0 \chi \vec{H} \qquad (4.38)$$

Де χ - **магнітна сприятливість речовини**, що характеризує *здатність магнетика намагнічуватися.*

Підставив (4.38) у (4.37), отримаємо:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 \vec{H}(1+\chi) = \mu_0 \mu \vec{H} , \qquad (4.39)$$

Де μ*=1+*χ - ***магнітна проникливість речовини*** – *характеристика здатності намагнічуватися.*

З іншого боку μ показує, у скільки разів магнетик підсилює або послаблює зовнішнє магнітне поле

$$\mu = \frac{B}{B_0} .$$

З формули (4.39) витікає визначення ***напруженості*** $\vec{H}$ *як силової характеристики магнітного поля, яка не залежить від властивостей (μ) речовини*

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}, \tag{4.40}$$

Тому що при збільшенні μ збільшується і $\vec{B}$, а їх відношення у (4.40) залишається сталим.

Одиниця напруженості магнітного поля – ампер на метр

$$[\mathrm{H}] = 1\frac{\mathrm{А}}{\mathrm{м}}.$$

4.3.4. Магнітне поле на межі розділу двох речовин.

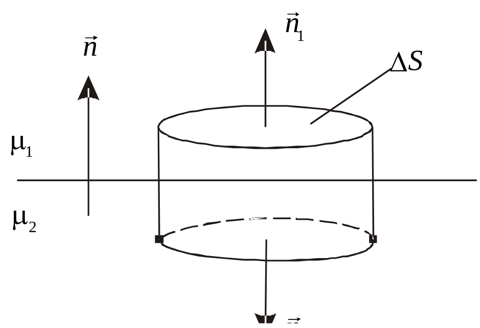


Рисунок4.18

Розглянемо границю двох однорідних ізотропних магнетиків з різними магнітними проникностями μ_1 і μ_2 (рис.4.18). Як і для діелектриків, граничні умови для $\vec{B}$ і $\vec{H}$ можна одержати застосувавши теорему Гаусса для вектора $\vec{B}$, $\oint \vec{B}\overrightarrow{dS} = 0$ і теорему про циркуляцію для вектора $\vec{H}$ $\oint \vec{H}\overrightarrow{dl} = I$.

Граничні умови для $\vec{B}$

Як поверхню інтегрування вибираємо циліндр невеликої висоти, що розташований на границі розділу магнетиків (рис.4.18). Потік вектора $\vec{B}$ крізь бокову поверхню дорівнює нулю, а потік крізь основи дорівнює:

$$B_{n1}\Delta S - B_{n2}\Delta S = 0, \tag{4.41}$$

звідки $B_{n1} = B_{n2}$.

Тобто ***нормальна складова вектора*** $\vec{B}$ ***однакова в обох середовищах.***

Виходячи з (4.41) одержимо для нормальної складової вектора $\vec{H}$:

$$\mu_0 \mu_1 H_{n1} = \mu_0 \mu_2 H_{n2};$$

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Очевидно, що ***на границі двох магнетиків нормальна складова вектора напруженості магнітного поля H потерпає стрибок.***

Граничні умови для $\vec{H}$

Припустимо, на межі магнетиків немає струмів провідності. За контур інтегрування беремо прямокутник, висота якого набагато менша, ніж його довжина *l* (рис.4.19).

Тоді

$$H_{\tau_1} l - H_{\tau_2} l = 0,$$

$$H_{\tau_1} - H_{\tau_2} = 0,$$

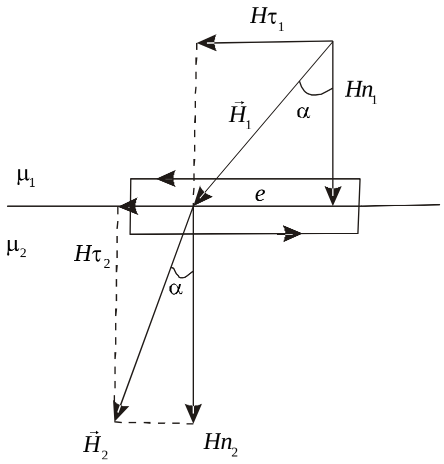


Рисунок 4.19

$$H_{\tau_1} = H_{\tau_2}.$$

У відсутності на границі розділу магнетиків токів провідності тангенціальна складова вектора $\vec{H}$ ***не зміниться.***(Якщо спостерігається струм провідності то H_τ буде змінюватись стрибком.)

Для вектора $\vec{B}$

$$\frac{B_{\tau_1}}{\mu_0\mu_1} = \frac{B_{\tau_2}}{\mu_0\mu_2}; \qquad \frac{B_{\tau_1}}{B_{\tau_2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Тангенціальна складова вектора $\vec{B}$ ***на границі двох магнетиків потерпає стрибок.***

Повна система рівнянь для граничних умов має вигляд

$$B_{n1} = B_{n2}; \quad \frac{B_{\tau_1}}{B_{\tau_2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}; \tag{4.42}$$

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}; \quad H_{\tau_1} = H_{\tau_2}.$$

Зауважимо, що на межі розділу вектор $\vec{B}$ поводить себе аналогічно вектору $\vec{D}$, а вектор $\vec{H}$ – аналогічно вектору $\vec{E}$.

Заломлення силових ліній вектора $\vec{B}$

На границі розділу двох магнетиків вектор магнітної індукції заломлюється. Знайдемо відношення тангенсів кутів α_1 і α_2 (рис.4.20).

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{B_{\tau_1}}{B_{n1}} \cdot \frac{B_{n2}}{B_{\tau_2}} = \frac{B_{\tau_1}}{B_{\tau_2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \qquad \mu_1 > \mu_2 .$$

Таким же буде закон заломлення ліній і для вектора $\vec{H}$ (у відсутності струмів провідності). Очевидно, що в області з більшою магнітною проникністю силові лінії будуть розташовані більш щільно, ніж в області з малим значенням μ.

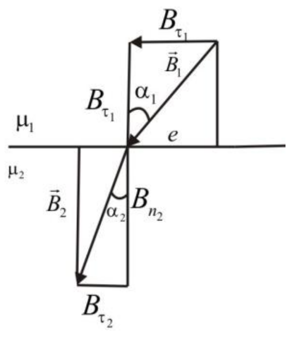


Рисунок 4.20

Більша концентрація силових ліній $\vec{B}$ в речовині з більшою магнітною проникністю дає можливість формувати магнітні пучки. Зокрема, для магнітного захисту приладів їх оточують залізною оболонкою. На рис. 4.21 видно, що магнітні силові лінії в оболонці набагато щільніші, ніж всередині, тож всередині магнітного екрана поле значно послаблюється.

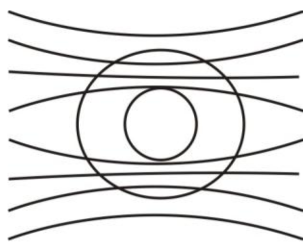


Рисунок 4.21

Лекція 13

4.3.5. Феромагнетизм.

Серед магнетиків найбільш цікаві і своєрідні властивості мають феромагнетики, з якими пов’язана майже вся електрична технологія. До феромагнетиків належать залізо, кобальт, нікель, гадоліній та деякі сплави.

На відміну від парамагнетиків феромагнетики мають досить складну нелінійну залежність намагніченості від напруженості зовнішнього магнітного поля $\vec{J} = \vec{J}\left(\vec{H}\right)$, та від передісторії зразка речовини. Магнітна сприйнятливість феромагнетиків дуже велика $\chi \rangle\rangle 1$ і практично не відрізняється від магнітної проникності ($\mu \approx 10^3 \div 10^6$ для різних речовин, наприклад, для заліза $\mu = 5 \cdot 10^3$, для супермалоя $\mu = 8 \cdot 10^6$).

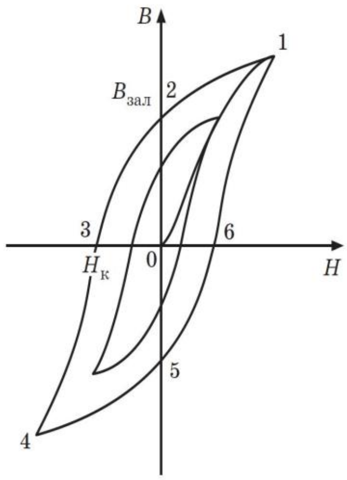
Залежність B від H нелінійна, тому $\mu = \dfrac{B}{\mu_0 H}$ теж не є сталою величиною, а залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля H.

$\mu = \mu(H)$

Магнітний гістерезис

При дії на феромагнетик магнітного поля, що змінюється, магнітна індукція спочатку нелінійно зростає у відповідності з кривою 01 (рис.4.22) і виходить на насичення (в точці 1), далі при зменшенні магнітного поля до нуля (розмагнічення зразка) значення магнітної індукції змінюється не за первісною кривою, а у відповідності з кривою 12. Коли напруженість зовнішнього магнітного поля зменшується до нуля, намагніченість не зникає, а характеризується величиною ***залишкової індукції*** $B_{зал}$ (точка 2 на рис.4.22), з наявністю якої пов’язане існування постійних магнітів. Щоб розмагнітити зразок остаточно (B = 0) треба прикласти магнітне поле зворотнього напрямку з величиною $-H_k$ – що має назву ***коерцитивної сили*** (точка 3). Подальша зміна $\vec{H}$ призводить до досягнення насичення в точці 4, а при зміні напрямку $\vec{H}$ на

Рис.4.22



зворотній крива індукції пройде нижче по 4561.

Рисунок 4.22

Температура Кюрі

Магнітні властивості феромагнетиків суттєво залежать від температури. При збільшенні температури намагніченість насичення зменшується і при деякій температурі, що називається ***температурою або точкою Кюрі (Т$_к$)***, феромагнетик перетворюється на парамагнетик. При цій температурі відбувається фазовий перехід другого роду, що супроводжується зміною теплоємності, електропровідності і деяких інших фізичних характеристик, але не відбувається виділення або поглинення теплоти. Феромагнітні властивості відновлюються при зниженні температури менше температури Кюрі.

Природа феромагнетизму

Згідно з теорією феромагнетик складається з окремих мікроскопічних областей – доменів, які спонтанно намагнічені до насичення. Домени мають лінійні розміри $\approx 10^{-3} \div 10^{-2}$ см і можуть спостерігатися за допомогою оптичного мікроскопу.

Появу доменів можна пояснити наявністю ***обмінної взаємодії*** силових магнітних моментів електронів. Так звані ***обмінні сили*** змушують спіни електронів сусідніх атомів в доменах встановлюватись паралельно, що стає причиною спонтанного намагнічування феромагнетиків і є енергетично вигідним.

Це спостерігається для кристалів, в атомах яких є недобудовані внутрішні електронні оболонки з нескомпенсованими спінами.

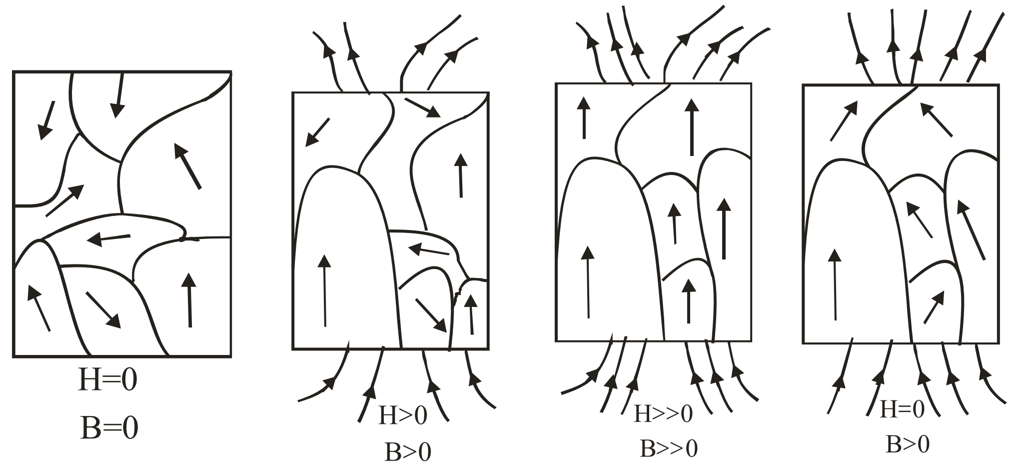


Рисунок 4.23а Рисунок 4.23б Рисунок 4.23в Рисунок 4.23г

У відсутності зовнішнього магнітного поля сумарні магнітні моменти доменів орієнтовані хаотично і зразок в цілому буде не намагнічений (рис.4.23а).

При зростанні зовнішнього магнітного поля домени, магнітні моменти яких орієнтовані в напрямку магнітного поля, збільшуються внаслідок зміщення меж сусідніх доменів (рис.4.23б). це супроводжується зростанням намагніченості J і магнітної індукції B. Подальше збільшення магнітного поля буде супроводжуватись одночасною стрибкоподібною переорієнтацією за напрямом магнітного поля магнітного моменту в межах домену (рис.4.23в).

Зменшення зовнішнього магнітного поля до нуля не приводить до розмагнічення феромагнетику, тому що тепловий рух не може швидко разорієнтувати магнітні моменти доменів, зберігається залишкове намагнічення – спостерігається явище гістерезису (рис. 4.23г).

5.ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ

Відносність електричного і магнітного

Електричне і магнітне поля – різні компоненти єдиного електромагнітного поля. Поділ електромагнітного поля на електричне і магнітне має відносний характер і залежить від системи відліку, в якій існує явище.

Наприклад, якщо розглянути заряд, який рухається, то у лабораторній інерціальній нерухомій системі координат буде спостерігатись як електричне, так і магнітне поле, а в рухомій інерціальній системі, пов'язаній з зарядом, спостерігається тільки електричне поле.

Тобто в різних системах відліку співвідношення між електричним і магнітним полями будуть різними.

5.1. Вихрове електричне поле. Перше рівняння Максвела.

Вихрове електричне поле

Максвелл проаналізував досліди Фарадея щодо явища електромагнітної індукції (п.4.2.1) і встановив, що виникнення електрорушійної сили ε_i в котушці свідчить про виникнення у оточуючому її просторі електричного поля. При цьому котушка є тільки датчиком цього поля і, якщо її прибрати, то електричне поле буде існувати.

На відміну від електростатичного поля, що утворюється електричними зарядами, *електричне поле, поява якого викликана змінним магнітним полем*, називається ***вихровим.***

Вихрове електричне поле (ВЕП) має особливі властивості:

- силові лінії замкнуті;
- циркуляція вектора напруженості $E_{ВЕП}$ по замкненому колу не дорівнює нулю, як для електростатичного поля (ЕСП)

$$\oint_l \vec{E}_{ЕСП} \cdot d\vec{l} = 0 \tag{5.1}$$

а равна електрорушійній силі ε_i, що індуцирується у котушці у дослідах Фарадея:

$$\oint_l \vec{E}_{ВЕП} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_i \tag{5.2}$$

Якщо виразити ε_i із закону електромагнітної індукції $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$, то вираз (5.2) перетворюється наступним чином

$$\oint_l \vec{E}_{ВЕП} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B} d\vec{s} = -\int_s \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}\,, \tag{5.3}$$

де s – площа поверхні, що охоплює контур l .

Використовуючи принцип суперпозиції полів

$$\vec{E} = \vec{E}_{ЕСП} + \vec{E}_{ВЕП},$$

додамо співвідношення (5.1) і (5.3) і отримаємо *перше рівняння Максвелла:*

Перше рівняння Максвелла

$$\oint_L \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,\overrightarrow{dS}, \qquad (5.4)$$

Яке читається наступним чином: *циркуляція вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ по будь-якому замкнутому контуру дорівнює зі знаком мінус похідний за часом від магнітного потоку крізь будь-яку поверхню обмежену цім контуром.*

По суті перше рівняння Максвелла обґрунтовує те, що ***змінне магнітне поле викликає появу електричного поля.***

5.2. Струм зміщення. Друге рівняння Максвела.

Коли ми розглядали постійний струм, ми бачили, що необхідною умовою його існування є замкнутість кола, тобто наявність електропровідності у всіх її точках. Однак для непостійних струмів ця вимога не обов'язкова. Наприклад, якщо в колі є конденсатор, який заряджається та розряджається, то у діелектрику або вакуумі між обкладками відсутня електропровідність, але в іншій частині кола йде струм провідності, заряд на конденсаторі змінюється, а в самому конденсаторі змінюється електричне поле. Максвелл впровадив поняття про ***струм зміщення***, пов'язаний зі змінним електричним полем в конденсаторі, що доповнює струм провідності.

Це можна пояснити, якщо розглянути заряджений конденсатор, що розряджається через зовнішній опір (рис.5.1).

Згідно з законом повного струму для вектора $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H}\,\overrightarrow{dl} = I_{макро} = \int_S \vec{j}\,\overrightarrow{dS}, \qquad (5.5)$$

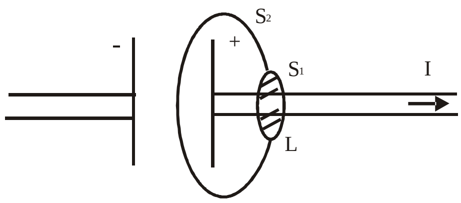


Рисунок 5.1

Контур L охоплює провідник. На цей контур може спиратись дві поверхні, які повинні бути рівноцінні, але через поверхню S_1 струм проходить, а через поверхню S_2 – ні. Це приводить до нерівноцінності поверхонь, чого не повинно бути, тому що поверхня повинна бути довільною. Щоб розв'язати цю проблему, згадаємо, що згідно з теоремою Гаусса $\int\limits_S \vec{D}\overrightarrow{dS} = q$, тоді

$$\int\limits_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\overrightarrow{dS} = \frac{\partial q}{\partial t}. \qquad (5.6)$$

З іншого боку, згідно з рівнянням безперервності

$$\int\limits_S \vec{j}\,\overrightarrow{dS} = -\frac{\partial q}{\partial t}. \qquad (5.7)$$

Додамо ліві і праві частини рівнянь (5.6) і (5.7) і одержимо:

$$\int\limits_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\overrightarrow{dS} = 0. \qquad (5.8)$$

Густина струму зміщення

Це рівняння аналогічне рівнянню безперервності для постійного струму. Тут $\vec{j}$ – ***густина струму провідності***, а

$$\vec{j}_{зм} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (5.9)$$

-густина струму зміщення, тобто ***струм зміщення – це змінне електричне поле.***

Струм зміщення і струм провідності доповнюють один одне, тому їх сума має назву повного струму. Лінії повного струму безперервні, струми провідності замикаються струмами зміщення.

Густина повного струму дорівнює

$$\vec{j}_{повн.} = \vec{j}_{пров.} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (5.10)$$

А повний струм має вигляд

$$I_{повн.} = \int\limits_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\overrightarrow{dS}. \qquad (5.11)$$

Ці струми не розділені у просторі і можуть існувати одночасно і йти паралельно.

Друге рівняння Максвелла

Тоді теорема про циркуляцію для вектора $\vec{H}$ (5.5) набуває вигляду, в якому вона справедлива завжди:

$$\oint\limits_L \vec{H}\,\overrightarrow{dl} = \int\limits_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\overrightarrow{dS}. \qquad (5.12)$$

Вираз (5.12) представляє собою ***друге рівняння Максвелла***, зміст якого полягає у наступному: *струм провідності* $\vec{j}$ *і змінне електричне поле* $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ *утворюють магнітне поле* $\vec{H}$.

5.3. Система рівнянь Максвела у інтегральній формі.

Тепер можна підсумувати усі основні закони електродинаміки.

Їх можна сформулювати у вигляді системи чотирьох фундаментальних рівнянь електродинаміки, які мають назву ***рівняння Максвелла в нерухомому середовищі.***

Ці рівняння є такими ж фундаментальними як і три закони руху і закон всесвітнього тяжіння Ньютона в механіці. В деякому сенсі рівняння Максвелла навіть більш фундаментальні через те, що на відміну від законів Ньютона вони справедливі і в релятивістському випадку.

Теорія Максвелла є найбільш видатним досягненням класичної фізики.

Рівняння Максвелла в інтегральній формі

I. ***Перше рівняння Максвелла – це по суті закон електромагнітної індукції Фарадея***

$$\oint_L \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,\overrightarrow{dS}\,, \tag{5.13}$$

зі змінним магнітним полем нерозривно пов'язане вихрове індуковане електричне поле, яке не залежить від присутності у ньому провідників зі струмом.

Іншими словами: циркуляція вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ по будь-якому замкнутому контуру дорівнює зі знаком мінус похідний за часом від магнітного потоку крізь будь-яку поверхню обмежену цім контуром.

II. ***Друге рівняння Максвелла – це теорема про циркуляцію вектора*** $\vec{H}$ ***(або закон повного струму для вектора напруженості магнітного поля).***

$$\oint_L \vec{H}\,\overrightarrow{dl} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\overrightarrow{dS}\,. \tag{5.14}$$

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$ по будь-якому замкнутому контуру дорівнює повному струму (струму провідності і струму зміщення) через будь-яку поверхню, обмежену даним контуром.

III. ***Третє рівняння Максвелла – це теорема Гаусса для вектора електричної індукції*** $\vec{D}$

$$\int_S \vec{D}\,\overrightarrow{dS} = \int_V \rho_{вільн.} dV = q_{вільн.}\,. \tag{5.15}$$

Потік вектора зміщення $\vec{D}$ (електричної індукції) крізь будь-яку замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних (сторонніх) зарядів, охоплених цією поверхнею.

Тобто джерелом вектора $\vec{D}$ є тільки вільні заряди.

IV. ***Четверте рівняння Максвелла – це теорема Гаусса для вектора магнітної індукції.***

$$\int_S \vec{B}\,\overrightarrow{dS} = 0\,. \tag{5.16}$$

Магнітний потік крізь будь-яку замкнуту поверхню завжди дорівнює нулю, тобто магнітне поле джерел (магнітних зарядів) не має, воно завжди вихрове (соленоїдальне).

З рівнянь (5.13) та (5.14) очевидно, що електричне і магнітне поле взаємозалежні: зміна з часом одного призводить до появи іншого. Тому має смисл тільки сукупність цих полів, що описує єдине електромагнітне поле.

Ці рівняння Максвелла є такими ж ***фундаментальними*** як і закони Ньютона в механіці, і дозволяють вирішити основну задачу електродинаміки: знайти характеристики електромагнітного поля заданої системи електричних зарядів і струмів.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 4.3. Магнітне поле у речовині:

1. Що таке магнетик? Що таке намагнічування?
2. Види магнетиків. Чим вони відрізняються один від одного?
3. Чому магнітне поле в речовині відрізняється від магнітного поля у вакуумі?
4. Магнітна модель атома.
5. Яка структура феромагнетика?
6. Чим обумовлена залишкова намагніченість феромагнетика?
7. Як орієнтовані магнітні моменти атомів у діамагнетику при відсутності магнітного поля?
8. Що таке магнітна проникність?
9. Що таке діамагнетик? Діамагнетизм?
10. Що таке парамагнетик? Парамагнетизм?
11. Що таке напруженість магнітного поля? Її відмінність від магнітної індукції?
12. Що відбувається із силовими лініями магнітного поля на границі розділу двох середовищ?
13. Що таке петля гістерезису?
14. Речовина послаблює або підсилює магнітне поле (у порівнянні з вакуумом)?
15. При якій умові феромагнетик перетворюється в парамагнетик?
16. Як орієнтовані магнітні моменти атомів у парамагнетику при відсутності магнітного поля?

Контрольні запитання і завдання до розділу 5. Електромагнітне поле:

1. Що таке електростатичне поле і в чому міститься його відносність?
2. Теорема Гауса для електричного поля.
3. Що таке магнітостатичне поле і в чому міститься його відносність?
4. Теорема Гауса для магнітного поля.
5. Що таке вірхреве електричне поле? Його властивості.
6. Зв’язок електричного зміщення з напруженістю.
7. Перше рівняння Максвела і його фізичний смисл.

8. Зв’язок магнітної індукції з напруженістю.
9. Що таке струм зміщення? Його властивості.
10. Закон Ома в диференціальній формі.
11. Друге рівняння Максвела і його фізичний смисл.
12. Що таке система рівнянь Максвела? Що в них є невідомими величинами?
13. Що таке електромагнітне поле? Його складові.
14. Чим може створюватись електричне поле?

Лекція № 14 **Тема: Електромагнітні коливання і змінний струм**

6. Електромагнітні коливання і змінний струм

6.1. Загальні відомості про коливальні процеси

Коливання та їх класифікація

Коливальний процес (коливання) *– будь-який процес, параметри якого періодично приймають одні й тіж значення*, тобто

$$x(t) = x(t+T),$$

де x - параметр процесу, T – період.

Коливання можна класифікувати за декількома ознаками.

За фізичною природою коливання можуть бути механічними, електричними, електромагнітними, температурними і т.і.

За видом періодичного закону коливання бувають гармонічними (за законом синуса або косинуса) та негармонічними.

За залежністю амплітуди коливань від часу – незагасаючі (амплітуда незмінна), або загасаючі (амплітуда зменшується).

За наявністю вимушеної сили – вільні (сила відсутня) або вимушені.

Рівняння гармонічних коливань

У загальному вигляді рівняння **гармонічних (незагасаючих) коливань** має вигляд

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$x(t)$ – параметр, що характеризує фізичну природу коливань;

x_0 - амплітуда: максимальне значення параметру, що коливається;

$(\omega t+\varphi_0)$ – фаза коливань: кутова міра часу;

ω – циклічна частота:кількість коливань за час 2π секунд;

φ_0 – початкова фаза коливань.

Крім перелічених вище характеристик, для опису коливань використовують:

- *період T: тривалість одного коливання;*
- *гармонічну частоту ν: кількість коливань за 1 секунду, які пов'язані між собою формулами*

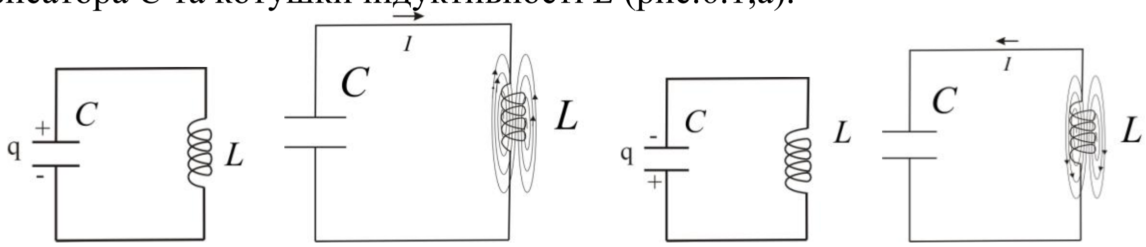
$$T = \frac{1}{\nu}; \; \nu = \frac{\omega}{2\pi}$$

6.2. Вільні незагасаючі електромагнітні коливання у коливальному контурі

Коливальний контур

Електромагнітні коливання (ЕМК) – *це взаємозв'язані коливання електричного та магнітного полів.*

ЕМК здійснюються у **коливальному контурі** – ланцюзі, що складається з конденсатора C та котушки індуктивності L (рис.6.1,а).



$t = 0, (T)$ $\quad$ $t = \dfrac{T}{4}$ $\quad$ $t = \dfrac{T}{2}$ $\quad$ $t = \dfrac{3}{4}T$

$W_e = \dfrac{q^2}{2C}$ $\quad$ $W_M = \dfrac{LI^2}{2}$ $\quad$ $W_e = \dfrac{q^2}{2C}$ $\quad$ $W_M = \dfrac{LI^2}{2}$

Рисунок 6.1а $\quad$ Рисунок 6.1б $\quad$ Рисунок 6.1в $\quad$ Рисунок 6.1г

Електричні коливання

Для збудження коливань у контурі конденсатор повинен бути заряджений зарядом q. Тоді в початковий момент часу енергія електричного поля зарядженого конденсатора максимальна і дорівнює $W_e = \dfrac{q^2}{2C}$ (рис. 6.1, а). Далі конденсатор починає розряджатись через котушку з індуктивністю L. Заряд конденсатора зменшується – зменшується його енергія, а згідно з законом збереження енергії $W = \dfrac{q^2}{2C} + \dfrac{LI^2}{2} = const$, енергія коливального контуру стала величина, тобто збільшується енергія магнітного поля котушки. В момент часу $t = \dfrac{T}{4}$, коли конденсатор повністю розрядився, його енергія дорівнює нулю, а енергія магнітного поля котушки, (а також струму) досягає максимуму (рис. 6.1, б). Далі струм в котушці починає зменшуватись, зменшується і величина магнітного поля. Це приводить до появи індукційного струму, який за правилом Лоренца має той же напрямок, що і струм розрядки конденсатора.

Конденсатор почне перезаряджатись. Коли струм в контурі зменшиться до нуля в момент часу $t = \dfrac{T}{2}$ заряд на конденсаторі досягне максимального значення, але з протилежними знаками на обкладках (рис. 6.1, в). Далі процес розрядки і зарядки конденсатора буде циклічно повторюватись, тобто в контурі будуть зберігатись періодичні незатухаючі вільні коливання. **Електромагнітні коливання** – *це періодична зміна заряду q, напруги U_C на* *конденсаторі і сили струму I в котушці індуктивності*. Ці коливання будуть супроводжуватись перетворюваннями енергії електричного і магнітного полів.

З другого правила Кірхгофа можна отримати диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань заряду в контурі

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \tag{6.1}$$

Розв'язком цього рівняння є

$$q = q_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \tag{6.2}$$

де q_0 – амплітудне значення заряду на обкладках конденсатора; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – ***власна частота*** коливань контура, φ_0 – початкова фаза.

Період власних коливань

Формула Томсона

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \tag{6.3}$$

носить назву ***формули Томсона***, тому що вперше цей вираз був одержаний У. Томсоном.

Сила струму в коливальному контурі

$$\begin{aligned} I &= \frac{dq}{dt} = -q_0\omega_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = q_0\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= I_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{6.4}$$

де $I_0 = q_0\omega_0$ – ***амплітудне значення струму.***

Напруга на обкладках конденсатора дорівнює

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C}\cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) \tag{6.5}$$

де $U_0 = \frac{q_0}{C}$ – ***амплітудне значення напруги.***

Порівнявши (6.2), (6.4) і (6.5) можна зробити висновок, що коливання напруги і заряду відбуваються з однаковою фазою, в той час як коливання струму випереджають коливання заряду і напруги по фазі на $\frac{\pi}{2}$(чверть періоду), тобто коли заряд (і напруга) на конденсаторі досягає максимуму, сила струму в контурі дорівнює нулю і навпаки.

Електромагнітні коливання

Завдяки коливанням напруги на конденсаторі (6.5) та сили струму у катушці (6.4) у контурі виникають електромагнітні коливання, тобто коливання напруженості електричного поля $\vec{E}$ і магнітного поля $\vec{H}$. Дійсно, як відомо з електростатики напруженість електричного поля у конденсаторі пов'язана з напругою співвідношенням $E = \frac{U}{d}$, де d – відстань між обкладками.

Підставляємо (6.5), отримаємо

$$E = E_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (6.6)$$

де $E_0 = \dfrac{q_0}{Cd}$.

Використовуючи зв'язок напруженості магнітного поля $\vec{H}$ у соленоїді (котушці індуктивності)

$$H = \mu_0 \mu n I,$$

отримуємо рівняння коливань магнітного поля

$$H = H_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}), \qquad (6.7)$$

де $H_0 = \mu_0 \mu n I_0$.

З отриманих рівнянь (6.6) і (6.7) можна побачити, що коливання E і H відбуваються зі зсувом по фазі на $\dfrac{\pi}{2}$. Це підтверджує висловлену вище думку, що енергія у коливальному контурі перетворюється з електричної в магнітну і навпаки, але її загальна кількість залишається незмінною. Тому розглянуті коливання є незагасаючими.

6.3. Загасаючі електричні коливання

В будь-якому реальному контурі є завжди активний опір R – який відіграє роль сили тертя при механічних коливаннях. Наявність опору приводить до зменшення амплітуди коливань внаслідок втрат енергії на нагрівання, тобто вільні коливання будуть **згасаючими**, *тобто коливаннями, амплітуда яких зменшується з часом.*

Диференціальне рівняння вільних затухаючих коливань має вигляд

Рівняння згасаючих коливань

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \qquad (6.8)$$

або

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0,$$

де $\beta = \dfrac{R}{2L}$ – коефіцієнт згасання, $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – частота власних незатухаючих коливань.

Розв'язок рівняння (6.8) являє собою ***рівняння згасаючих коливань.***

Частота і період згасаючих коливань

$$q = q_0 e^{-\beta t}\cos\left(\omega t + \varphi_1\right), \qquad (6.9)$$

Де,

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad (6.10)$$

частота згасаючих коливань, φ_1 – початкова фаза, а період згасаючих коливань дорівнює:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}=\frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}}=\frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}} \qquad (6.11)$$

З (6.10) і (6.11) очевидно, що частота згасаючих коливань ω завжди менше частоти незгасаючих коливань $\omega<\omega_0$, а період T більше періоду вільних незгасаючих коливань $T>T_0$.

Треба зауважити, що згасання порушує періодичність коливань, тому згасаючі коливання, строго кажучи, не є періодичними і до них повинно бути непридатне поняття періоду і частоти. Але якщо згасання мале, то можна умовно використовувати поняття періоду як проміжку часу між двома послідовними максимумами (рис. 6.2).

Амплітуда згасаючих коливань

Амплітуда згасаючих коливань зменшується за експоненціальним законом

$$q_m=q_0e^{-\beta t} \qquad (6.12)$$

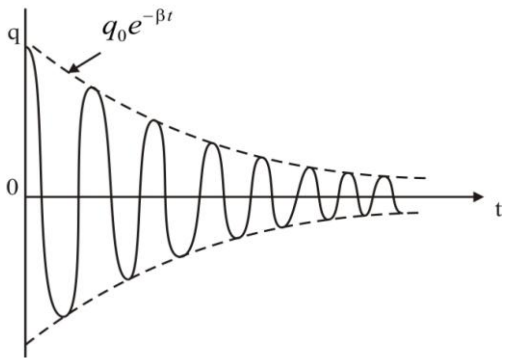


Рисунок 6.2

Сила струму в контурі

Сила струму в контурі

$$I=\frac{dq}{dt}=q_0e^{-\beta t}\left[-\beta\cos(\omega t+\varphi_1)-\omega\sin(\omega t+\varphi_1)\right]. \qquad (6.13)$$

Вираз в квадратних дужках помножимо і поділимо на ω_0 і введемо кут γ

$$-\frac{\beta}{\omega_0}=\cos\gamma; \qquad \frac{\omega}{\omega_0}=\sin\gamma. \qquad (6.14)$$

Тоді сила струму (6.13) перетвориться на величину

$$I=\omega q_0e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi_1+\gamma).$$

З (6.14) випливає, що кут $\frac{\pi}{2}<\gamma<\pi$, тобто лежить в другій чверті. Це означає, що струм в контурі випереджає за фазою заряд на конденсаторі (6.9) більше ніж на $\frac{\pi}{2}$.

Графіки $U_C(t)$ і $I(t)$ мають вид, аналогічний залежності $q(t)$ (рис. 6.2).

Час релаксації

Час τ, ***протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів, називається часом релаксації.***

Коефіцієнт згасання β – величина, зворотна часу релаксації

$$\beta = \frac{1}{\tau}; \quad [\beta] = 1\,\text{c}^{-1}. \qquad (6.15)$$

Логарифмічний декремент згасання

Логарифмічний декремент згасання λ – логарифм відношення двох послідовних значень амплітуд (A_m – амплітуда відповідної величини – q, U, I).

$$\lambda = \ln\frac{A_m(t)}{A_m(t+T)} = \ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T;$$

$$\lambda = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}; \qquad (6.16)$$

де N_e – кількість коливань за час τ, тобто за той час, протягом якого амплітуда зменшиться в e разів.

Логарифмічний декремент згасання – постійна величина для даної коливальної системи.

Якщо згасання мале $\beta^2 \langle\langle \omega_0^2$, то $\omega \approx \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ і в цьому випадку логарифмічний декремент згасання дорівнює

$$\lambda = \beta T = \beta\frac{2\pi}{\omega_0} = \pi R\sqrt{\frac{C}{L}}. \qquad (6.17)$$

Добротність

Добротність коливального контуру

$$Q \approx 2\pi\frac{W}{\delta W},$$

де W – енергія, яку має контур, δW – зменшення енергії за період коливань T.

Зважаючи на те, що енергія пропорційна квадрату амплітуди заряду і за умови малого згасання, маємо

$$Q \approx \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (6.18)$$

2) У випадку коли $\beta^2 \geq \omega_0^2$ замість коливань буде аперіодичний розряд конденсатора. Опір контуру, при якому почнеться аперіодичний процес, називають ***критичним опором***.

Значення критичного опору визначається умовно $\beta^2 = \omega_0^2$; тоді

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (6.19)$$

6.4. Вимушені електричні коливання

Вимушені коливання – *це коливання, що виникають пі дією вимушеної сили.*

Для вимушених коливань в коливальний контур (рис. 6.1) вводять електрорушійну силу, що змінюється за гармонічним законом

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t, \tag{6.20}$$

де Ω – частота зовнішньої ЕРС.

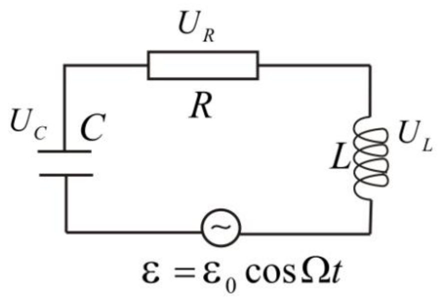


Рисунок 6.3

Тоді лінійне неоднорідне диференціальне рівняння , яке описує вимушені електромагнітні коливання, буде мати вигляд

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \cos \Omega t. \tag{6.21}$$

Його розв'язок шукаємо у вигляді

$$q = q_0 \cos(\Omega t - \psi), \tag{6.22}$$

тобто при усталених коливаннях заряд на конденсаторі змінюється за гармонічним законом з частотою зовнішньої ЕРС Ω.

q_0 – амплітуда заряду на конденсаторі; $\psi > 0$ – різниця фаз між коливаннями заряду і зовнішньою ЕРС (6.20), заряд завжди відстає по фазі від ЕРС.

Продиференцюємо (6.22) і знайдемо силу струму

$$I = \frac{dq}{dt} = -\Omega q_0 \sin(\Omega t - \psi) = I_0 \cos\left(\Omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos(\Omega t - \varphi), \tag{6.23}$$

де $I_0 = \Omega q_0$ – амплітудне значення сили струму;

$\varphi = \psi - \dfrac{\pi}{2}$ – зсув фаз між струмом і зовнішньою ЕРС.

Методом векторної діаграми можна одержати формули для амплітудного значення сили струму I_0 і величину зсуву фази φ між струмом і $\mathcal{E}$.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}; \qquad (6.24)$$

$$tg\varphi = tg\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{tg\psi} = \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R} \qquad (6.25)$$

Резонанс

Якщо $\varphi > 0$; $\Omega L > \frac{1}{\Omega C}$ – струм відстає по фазі від $\mathcal{E}$, при $\varphi < 0$; $\Omega L < \frac{1}{\Omega C}$ – струм випереджає по фазі ЕРС.

Явище різкого зростання амплітуди сили струму при вимушених коливаннях, за умови наближення частоти змінної ЕРС Ω ***до частоти*** $\Omega_{рез}$, ***називається електричним резонансом.***

З (6.24) очевидно, що амплітудне значення сили струму максимальне, коли

$$\Omega L - \frac{1}{\Omega C} = 0,$$

тобто резонансна частота для сили струму збігається з власною частотою контуру

$$\Omega_{I_{рез}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (6.26)$$

Резонансні криві для сили струму показані на рис. 6.4. Максимум кривої тим більше, чим менше коефіцієнт згасання, (чим менше омічний опір контуру).

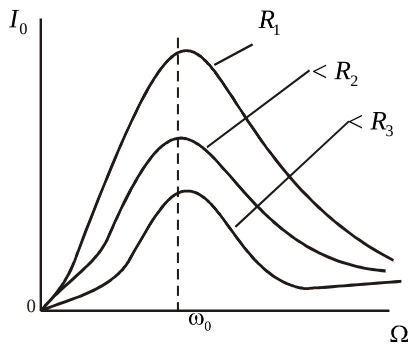


Рисунок 6.4

Амплітуда сили струму при резонансі $I_0\left(\Omega_{рез}\right) = \frac{\varepsilon_0}{R}$, а зсув фаз між силою струму і ЕРС дорівнює нулю $\varphi\left(\Omega_{рез}\right) = 0$.

6.5. Змінний струм.Резонанс в колах змінного струму

Розглянуті вище усталені електромагнітні коливання в контурі з омічним опором, ємністю і індуктивністю можна вважати змінним струмом з частотою $\omega \equiv \Omega$.

Послідовне коло змінного струму

Послідовне коло змінного струму зображене на рис. 6.5.

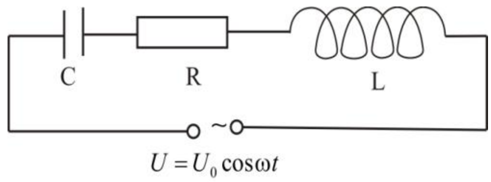


Рисунок 6.5

Зовнішня напруга змінюється за гармонічним законом

$$U = U_0 \cos \omega t\ ,$$

Сила струму в колі

$$I = I_0 \cos\left(\omega t - \varphi\right),$$

де амплітудне значення струму (див.(6.24))

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}, \qquad (6.27)$$

Фазовий зсув між напругою і струмом (див. (6.25))

$$tg\varphi = \frac{\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{R}. \qquad (6.28)$$

Вираз (6.27) можна розглядати як закон Ома для амплітудних значень струму і напруги. Тоді знаменник в цьому виразі відіграє роль ***повного опору** Z* ***або імпедансу***:

$$Z = \frac{\mathcal{E}_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\ , \qquad (6.29)$$

$R = \dfrac{U_{R_0}}{I_0}$ – активний опір;

$X_L = \dfrac{U_{L_0}}{I_0} = \omega L$ – індуктивний опір;

$X_C = \dfrac{U_{C_0}}{I_0} = \dfrac{1}{\omega C}$ – ємнісний опір,

$X = X_L - X_C = \omega L - \dfrac{1}{\omega C}$ - реактивний опір.

Тоді формули (10.41) і (10.42) можна переписати так

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} \;; \qquad tg\varphi = \frac{X}{R} \;; \qquad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \qquad (6.30)$$

Резонанс напруг

Резонанс напруг спостерігається у послідовному колі. Резонансна частота

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

В цьому випадку $X_L = X_C$ повний опір мінімальний і дорівнює активному опору $Z = R$, а амплітудне значення сили струму досягає максимуму (рис. 6.4).

$$I_0 = \frac{U_0}{R}.$$

Падіння напруги на активному опорі дорівнює ***зовнішній ЕРС*** (напрузі) $U_R = U_0$, а падіння ***напруг на конденсаторі*** U_C і котушці індуктивності U_L однакові за амплітудою і протилежні за фазою, тобто:

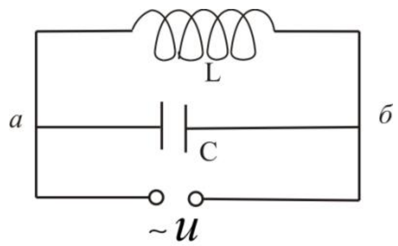
$$U_{C_0} = U_{L_0} = \frac{U_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Явище різкого підвищення напруг на неактивних опірах при збіганні частоти ЕРС з резонансною називається резонансом напруг.

Резонанс струмів

Розглянемо коло змінного струму з паралельно підключеними конденсатором C і ємністю L (рис. 6.6). Активний опір R будемо вважати малим і знехтуємо ним.

В цьому випадку обидві вітки кола знаходяться під



однаковою напругою.

Рисунок 6.6

Аналіз, який ми не приводимо, показує що різниця фаз струмів в вітках $aCб$ і $aLб$ майже дорівнює π, тобто струми в цих вітках протилежні по фазі. Амплітуда сили струму в зовнішньому колі $aεб$ дорівнює

$$I_0 = \left|I_{C_0} - I_{L_0}\right| = U_0\left|\omega C - \frac{1}{\omega L}\right|.$$

Якщо частота дорівнює резонансній частоті, $\omega = \omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то при малому опорі R $I_{C_0} \approx I_{L_0}$ і сила струму в зовнішньому колі I_0 буде майже дорівнювати нулю.

Явище різкого зменшення амплітуди сили струму в зовнішній частині паралельного кола при наближенні частоти зовнішньої ЕРС до резонансної частоти називається резонансом струмів (рис.6.7).

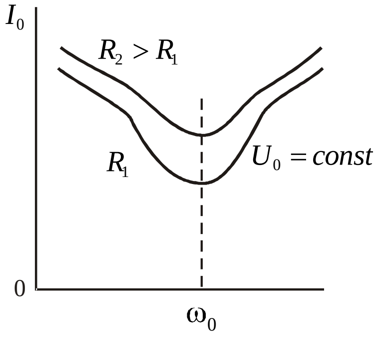


Рисунок 6.7

При цьому сили струмів I_{L_0} і I_{C_0} можуть бути значно більшими ніж струм I_0.

Великий опір змінному струму такого кола при частоті близької до резонансної, дозволяє його застосовувати в резонансних підсилювачах для виділення певного сигналу з сигналу складної форми.

Резонанс – дуже впливове явище в радіотехніці. Воно застосовується для виділення з складного сигналу певної частоти, що досягається зміною C і L коливального контуру – що дозволяє настроїти контур, тобто добитись співпадіння його власної частоти з частотою випромінюваних електромагнітних хвиль.

Добротність при резонансі

У випадку слабкого затухання $\beta^2 \langle\langle \omega_0^2$ досить простим є зв'язок добротності з формою резонансних кривих.

В цьому випадку $\Omega_{рез} \approx \omega_0$ і згідно (6.24)

$$U_{C_{0\,рез}} = \frac{I_0}{\omega_0 C} = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega_0 CR},$$

або
$$\frac{U_{C_{0\,рез}}}{\mathcal{E}_0} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \approx Q.$$

Тобто $\frac{U_{C_{0\,рез}}}{\mathcal{E}_0} = Q$, іншими словами добротність контуру (при $\beta^2 \langle\langle \omega_0^2$) показує в скільки разів максимальне значення амплітуди напруги на конденсаторі перевищує амплітуду зовнішньої ЕРС.

Крім того добротність контура пов’язана також з шириною резонансної кривої $\delta\Omega$ на висоті, що дорівнює 0,7 від максимальної. Цей зв'язок при $\beta^2 \langle\langle \omega_0^2$

$$Q = \frac{\omega_0}{\delta\Omega},$$

де $\omega_0 = \Omega_{рез}$ – резонансна частота.

Потужність в колі змінного струму

Миттєве значення потужності змінного струму дорівнює добутку миттєвих значень напруги і сили струму

$$P(t)=U(t)I(t),$$

де $U(t)=U_0\cos\omega t$, $I(t)=I_0\cos(\omega t-\varphi)$,

тоді

$$P(t)=U_0I_0\cos\omega t\cos(\omega t-\varphi). \qquad (6.31)$$

Візьмемо до уваги, що $\cos(\omega t-\varphi)=\cos\omega t\cdot\cos\varphi+\sin\omega t\cdot\sin\varphi$, тоді (6.31) перетвориться на

$$P(t)=U_0I_0\left(\cos^2\omega t\cdot\cos\varphi+\sin\omega t\cos\omega t\cdot\sin\varphi\right).$$

З практичної точки зору цікавою є не миттєве, а середнє значення потужності за період. В цьому випадку $\left\langle\cos^2\omega t\right\rangle=\frac{1}{2}$ і $\left\langle\sin\omega t\cos\omega t\right\rangle=0$.

Середнє значення потужності дорівнює

$$\left\langle P\right\rangle=\frac{U_0I_0}{2}\cos\varphi. \qquad (6.32)$$

Якщо враховується, що $U_0\cos\varphi=RI_0$, то

$$\left\langle P\right\rangle=\frac{1}{2}I_0^2R.$$

Таку ж потужність буде мати і постійний струм $I_д=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Величини

$$I_д=\frac{I_0}{\sqrt{2}},\qquad U_д=\frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad (6.33)$$

– називають діючим ***(або ефективними значеннями струму і напруги).*** Всі амперметри і вольтметри градуйовані по діючим значенням струму і напруги.

З урахуванням (6.33) середня потужність за період буде мати вигляд

$$\left\langle P\right\rangle=U_дI_д\cos\varphi. \qquad (6.34)$$

З (6.34) випливає, що середня потужність залежить не тільки від величини струму і напруги, а також від зсуву фаз між ними.

Якщо в колі реактивний опір дорівнює нулю, то $\cos\varphi=1$ і $\left\langle P\right\rangle=U_дI_д$.

У випадку, коли існує тільки реактивний опір, а $R=0$, то $\cos\varphi=0$ і $\left\langle P\right\rangle=0$, незалежно від значення струму і напруги.

В цьому випадку вся енергія марно коливається між генератором і зовнішнім колом.

На практиці завжди намагаються збільшити $\cos\varphi$, найменше значення якого для промисловості припустимо $\approx 0{,}85$.

Контрольні запитання і завдання до розділу 6. Електромагнітні коливання та змінний струм:

1. Що таке коливальний контур? Реальний коливальний контур?

2. Закон Ома для змінного струму.
3. Чи може напруга на ділянці ланцюга перевищувати загальну напругу (ЕРС)?
4. Що таке електромагнітні коливання? Де вони спостерігаються?
5. Чим визначається зміщення по фазі між струмом і ЕРС?
6. Чи може струм в одній з галузей бути більше, ніж загальний струм?
7. Що таке електричні коливання? Де вони спостерігаються?
8. Чому дорівнює амплітуда струму в послідовному ланцюзі при резонансі?
9. Що таке власна частота коливального контуру? Чому вона дорівнює?
10. Що таке резонанс напруг? Як він проявляється?
11. Формула для повного опору послідовного ланцюга.
12. Запишіть рівняння коливань в ідеальному коливальному контурі.
13. Що таке резонанс струмів? Як він проявляється?
14. Чому дорівнює потужність змінного струму? Як на неї впливає «реактивність» ланцюга?
15. Запишіть рівняння коливань у реальному коливальному контурі.
16. Чи справедливі закони постійного струму для ланцюгів змінного струму (перелічити які)?
17. Чому дорівнює амплітудне значення напруги в міській електромережі?
18. Запишіть рівняння вимушених електричних коливань.
19. Що таке миттєве значення струму? Діюче (ефективне) значення?

7. Електромагнітні хвилі

7.1. Загальні відомості про хвильові процеси

Види хвиль

Хвильовий процес (хвиля) *– процес розповсюдження коливань у просторі.*

Хвилі класифікуються за наступними ознаками:

- *фізична природа* – пружні (механічні), електромагнітні, світлові, температурні та ін.;
- *закон коливань* – гармонійні (закон синусу або косинусу); негармонійні;
- *напрямок розповсюдження* – повздовжні; поперечні;
- *форма хвильового фронту* – пласкі; сферичні та інші.

Поздовжньою хвилею *називається такий процес, при якому напрямок коливань* $\vec{u}$ *збігається з напрямком розповсюдження хвилі зі швидкістю* $\vec{\upsilon}$ (рис.7.1а).

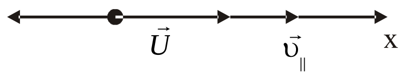


Рисунок 7.1а

У ***поперечній хвилі*** *напрямок коливань перпендикулярний напрямку розповсюдження хвилі* (рис. 7.1б)

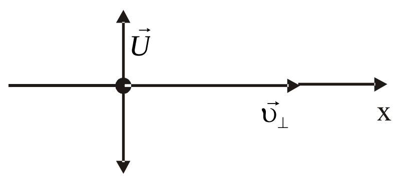


Рисунок 7.1б

Існують ще хвилі третього типу, які називаються ***поверхневими***. Вони розповсюджуються на межі розділу двох середовищ. Хвилі на воді – один з прикладів поверхневих хвиль. Кожна окрема крапля води в хвилі рухається по еліпсу, переміщуючись як вгору і вниз, так вперед і назад.

Під час землетрусів в земній корі також збуджуються поверхневі хвилі, дією яких і обумовлені значні руйнування.

Фронт хвилі – *геометричне місце точок, до яких дійшло коливання до моменту часу* t. Хвильовий фронт відділяє частину простору, в якому проходить хвильовий процес, від області, де коливання ще не виникли.

Геометричне місце точок, що коливаються з однаковою фазою, має назву ***хвильової поверхні***. Хвильова поверхня може проходити через будь-яку точку простору, в якому розповсюджується хвиля. Хвильових поверхонь може бути нескінченно багато, а хвильовий фронт в кожну мить тільки один.

Хвильові поверхні можуть мати будь-яку форму, найпростішими з яких є плоска і сферична хвилі.

Рівняння і графік хвилі

Рівняння хвилі (пласкої, гармонійної):

$$u(x,t) = u_0 \cos\left[\omega(t-\tau)+\varphi_0\right] = u_0 \cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right] \qquad (7.1)$$

В рівнянні (7.1) u – фізична величина, що коливається; u_0 – ***амплітудна хвилі,*** ω ***– циклічна частота хвилі,*** φ_0 ***– початкова фаза коливань, х –*** координата, уздовж якої

$$\left[\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right] \text{ – фаза плоскої хвилі,} \qquad (7.2)$$

поширюється хвиля; υ - швидкість хвилі (фазова).

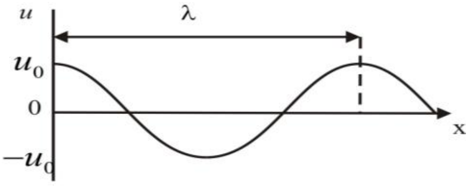


Рисунок 7.2а

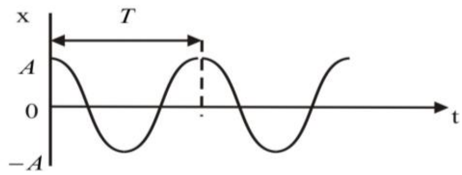


Рисунок 7.2б

Графік хвилі наведено на рис. 7.2. На ньому показано розподіл величини u по закону косинусу уздовж координати x у певний момент часу. З часом косинусоїда буде рухатись зі швидкістю хвилі υ.

Характеристики хвилі

Довжина хвилі λ *– дорівнює найменшій відстані між частинками, що коливаються з однаковою фазою.*

Довжина хвилі дорівнює відстані, на яку розповсюджується визначена фаза коливань за період (рис. 7.2)

$$\lambda = \upsilon T . \qquad (7.3)$$

Частота коливань $\nu = \dfrac{1}{T}$, тоді швидкість коливань

$$\upsilon = \lambda \nu . \qquad (7.4)$$

В хвилі принципово відрізняються один від одного два типи швидкостей розповсюдження: ***фазова швидкість*** υ ***і групова швидкість*** $\upsilon_{гр}$**.**

Фазова швидкість υ описує швидкість розповсюдження фази гармонічної (синусоїдальної або косинусоїдальної) хвилі.

Групова швидкість $\upsilon_{гр}$ визначає швидкість розповсюдження ***хвильового пакета*** і відповідає швидкості, з якою хвилею переноситься енергія або передається сигнал. Верхньою межею групової швидкості є швидкість світла в вакуумі *c:*

$$\upsilon_{гр} \le c\ .$$

Якщо для будь-якої хвилі фазова швидкість υ відрізняється від групової швидкості $\upsilon_{гр}$, то в середовищі спостерігається явище ***дисперсії***.

Фазову та групову швидкості та їх зв'язок докладніше буде розглянуто далі.

Хвильове число

Для характеристики хвиль використовують ***хвильове число***

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \tag{7.5}$$

що визначає кількість хвиль, що розміщуються на відстані 2π *метрів.*

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}. \tag{7.6}$$

З урахуванням (7.6) рівняння хвилі приймає вигляд:

$$u(x,t) = u_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0). \tag{7.7}$$

7.2. Рівняння електромагнітної хвилі (ЕМХ). Хвильове рівняння

Рівняння ЕМХ

Електромагнітна хвиля *– це процес розповсюдження електромагнітних коливань у просторі.*

Оскільки електромагнітні коливання це коливання напруженості електричного *E* та магнітного *H* полів, то в узагальненому рівнянні хвилі (7.7) у якості функції $u(x,t)$ виступають саме *E* і *H*:

$$E = E_0 cos(\omega t - kx + \alpha_1) \tag{7.8}$$

$$H = H_0 cos(\omega t - kx + \alpha_2) \tag{7.9}$$

де ω – частота хвилі; $k = \frac{\omega}{\upsilon}$ – хвильове число, α_1 і α_2 початкові фази коливань при $x = 0$.

Таким чином рівняння електромагнітної хвилі складається з двох співвідношень: перше – це електрична складова хвилі, друге – магнітна.

Властивості електромагнітної хвилі:

1. Електрична і магнітна складові коливаються в однаковій фазі.
2. Коливання векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ відбуваються у взаємоперпендикулярних напрямках, а сама ЕМХ є поперечною.
3. Амплітуди електричної та магнітної складових пов'язані між собою співвідношенням

$$E_0\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H_0\sqrt{\mu_0\mu} \tag{7.10}$$

Наслідком другої властивості є те, що вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$ і $\vec{\upsilon}$ (де $\vec{\upsilon}$ - швидкість ЕМВ) утворюють «трійку» взаємоперпендикулярних векторів.

З третьої властивості витікає висновок, що для опису ЕМХ достатньо одного з двох рівнянь (7.8 і 7.9).

Графік ЕМХ

На рис. 7.3 показаний вигляд плоскої електромагнітної хвилі. Вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ створюють з напрямком розповсюдження хвилі (напрямком її швидкості) правогвинтову систему.

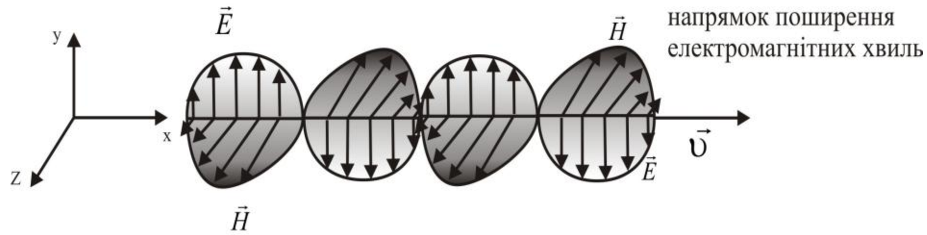


Рисунок 7.3

Хвильове рівняння

Хвильове рівняння – це диференційне рівняння, рішенням якого і є рівняння хвилі. Воно виводиться із рівнянь Максвелла, записаних у диференційній формі і у загальному випадку має вид:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{7.11}$$

$$\Delta\vec{H} - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{7.12}$$

Як і рівняння хвилі, хвильове рівняння також має дві складові – електричну та магнітну.

Оператор Δ (Лапласиан) є векторним оператором, що дорівнює додатку часткових похідних другого порядку по координатам x, y, z.

В одномірному наближенні (хвиля розповсюджується тільки по x), рівняння (7.11) спрощується:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \tag{7.13}$$

Аналогічне рівняння можна одержати з (7.12) для H:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \tag{7.14}$$

Рівняння* (7.13) *та* (7.14) *– диференціальні хвильові рівняння для векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ плоскої хвилі, що розповсюджується у напрямку осі x.

Швидкість ЕМХ

Саме співвідношення (7.8) та (7.9) і є розв’язком цих рівнянь.

З рівнянь Максвелла витікає і вираз для швидкості υ, що входить в хвильове рівняння (7.13) – (7.14):

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}, \tag{7.15}$$

де ε_0, μ_0 - електрична та магнітна сталі; ε, μ - діелектрична та магнітна проникність середовища, де розповсюджується хвиля.

Якщо ввести позначення $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, де c – електродинамічна стала, c = $3 \cdot 10^8$ м/с, то формула (7.15) прийме вид

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} . \tag{7.16}$$

Аналізуючи отримане співвідношення (7.16), можна прийти до наступних висновків:

1. Електродинамічна стала являє собою швидкість ЕМХ у вакуумі, оскільки у вакуумі ε, μ = 1, звідкіля $\upsilon = c = 3 \cdot 10^8$ м/с.
2. У речовині швидкість ЕМХ завжди меньша ніж у вакуумі, тому що $\sqrt{\varepsilon\mu} > 1$.

7.3. Принцип суперпозиції хвиль. Групова швидкість

Лінійне середовище

Середовище має назву лінійного, якщо між величинами, які характеризують зовнішній вплив на нього і зміною стану, що супроводжує цей вплив, існує прямопропорційний зв'язок.

Наприклад, за електричними властивостями середовище лінійне, коли його діелектрична проникність ε не залежить від величини напруженості електричного поля $\vec{E}$, лінійність середовища за магнітними властивостями буде за умови, якщо його магнітна проникність μ не залежить від величини магнітної індукції $\vec{B}$.

Принцип суперпозиції хвиль

В лінійному середовищі швидкість хвилі не залежить від її інтенсивності, тому в цьому випадку хвилі розповсюджуються незалежно одна від одної, так що виконується ***принцип суперпозиції хвиль***:

результуюче збурення в будь-якій точці лінійного середовища при одночасному розповсюдженні в ній декількох хвиль, дорівнює сумі збурень, що відповідають кожній з цих хвиль поодинці.

$$\vec{E}(x,t) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_{0_i} \cos(\omega_i t - k_i x) \tag{7.17}$$

Візьмемо до уваги, що за допомогою строго монохроматичної хвилі неможливо передати ніякої інформації. Для передачі сигналу треба якось змінити хвилю, наприклад, її обірвати на деякий час. Найпростіше передати сигнал за допомогою імпульсу, який складається з хвиль з частотами в деякому інтервалі $\Delta\omega$. Цю ситуацію ми і розглянемо.

Виходячи з принципу суперпозиції хвиль будь-яку несинусоїдальну хвилю в лінійному **середовищі можна замінити системою синусоїдальних хвиль –** ***групи хвиль, хвильового пакету.***

Сукупність значень частот цих синусоїдальних хвиль має назву ***спектра частот*** цієї несинусоїдальної хвилі.

Розглянемо групу хвиль, що складається з двох плоских хвиль, що розповсюджуються в одному напрямку, мають однакові амплітуди та близькі частоти і хвильові числа (початкові фази дорівнює нулю):

$$E_1(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx);$$

$$E_2(x,t) = E_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x];$$

Тут $k = \dfrac{\omega}{\upsilon_1}$, $\quad (k + dk) = \dfrac{\omega + d\omega}{\upsilon_2}$, $\quad d\omega \langle\langle \omega$, $\quad dk \langle\langle k$.

Після додавання коливань одержимо:

$$E(x,t) = E_1(x,t) + E_2(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx) + E_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] = \left[2E_0 \cos\frac{td\omega - xdk}{2}\right]\cos(\omega t - kx) \tag{7.18}$$

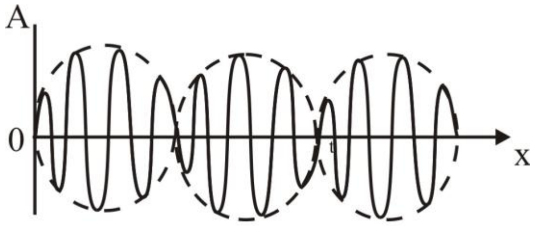


Рисунок 7.4

Множник в квадратних дужках змінюється з координатою і часом набагато повільніше, ніж другий множник. Тому вираз (7.18) можна розглядати як рівняння плоскої хвилі, амплітуда якої A змінюється за законом (рис.7.4)

$$A = 2u_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right). \tag{7.19}$$

Групова швидкість

Швидкість розповсюдження хвилі (7.18) – це швидкість переміщення будь-якої точки з фіксованим значенням амплітуди, тобто

$$td\omega - xdk = const,$$

звідки $\upsilon_{гр} = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d\omega}{dk}$ – ***групова швидкість***. (7.20)

Ця ***швидкість дорівнює швидкості переносу енергії (передачі сигналу)*** квазісинусоїдальною хвилею.

Зв'язок між груповою і фазовою швидкостями

Знайдемо зв'язок між груповою і фазовою швидкостями хвиль.

За умови, що $\omega = \upsilon k$, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, $dk = -\dfrac{2\pi d\lambda}{\lambda^2}$, маємо

$$\upsilon_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\upsilon k)}{dk} = \upsilon + k\frac{d\upsilon}{dk} = \upsilon - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{d\upsilon \cdot \lambda^2}{2\pi d\lambda};$$

$$\upsilon_{гр} = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}. \tag{7.21}$$

З формули (7.21) очевидно, що в залежності від знаку $\frac{d\upsilon}{d\lambda}$ групова швидкість $\upsilon_{гр}$ може бути як менше, так і більше фазової швидкості υ.

У відсутності дисперсії $\frac{d\upsilon}{d\lambda} = 0$ групова швидкість збігається з фазовою $\upsilon_{гр} = \upsilon$.

7.4. Стоячі хвилі

Стоячі хвилі

При розповсюджені в середовищі двох хвиль, які йдуть від різних джерел, вони поширюються так, якби вони існували поодинці. Це явище є підтвердженням принципу суперпозиції.

Особливим прикладом результату суперпозиції двох хвиль є стоячі хвилі, що утворюються в результаті накладання двох зустрічних плоских хвиль з однаковими амплітудами. Це може спостерігатись при відбитті хвиль від перепони. Падаюча на перепону хвиля і біжуча їй назустріч відбита хвиля, накладаючись одна на одну, створюють стоячу хвилю.

Розглянемо такі дві хвилі, що рухаються в протилежних напрямках назустріч одна одній (початкові фази дорівнюють нулю):

$$E_1(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx);$$

$$E_2(x,t) = E_0 \cos(\omega t + kx),$$

тоді $E(x,t) = E_1(x,t) + E_2(x,t) = 2E_0 \cos kx \cdot \cos \omega t$,

тобто рівняння стоячої хвилі має вигляд

$$E(x,t) = 2E_0 \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cdot \cos \omega t . \qquad (7.22)$$

Ми одержали коливання тієї ж частоти, що і у зустрічних хвиль, а амплітуда хвилі:

$$A = 2E_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}, \qquad (7.23)$$

Вузли і пучності

залежить від координати x, що визначає положення точок середовища. В деяких точках амплітуда стоячої хвилі дорівнює сумі амплітуд додаваємих коливань – точки мають назву ***пучностей*** (рис.7.5), в інших точках результуюча амплітуда дорівнює нулю – це ***вузли*** стоячої хвилі.

Координати пучностей знайдемо з (7.23) за умови

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm n\pi; \qquad n = 0, 1, 2\ldots$$

$$x_{пучн.} = \pm n \frac{\lambda}{2}; \qquad n = 0, 1, 2\ldots$$

Координати вузлів такі:

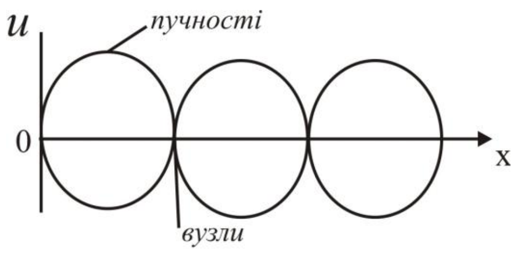


Рисунок 7.5

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}; \qquad n = 0,1,2\ldots$$

$$x_{вузл.} = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}; \qquad n = 0,1,2\ldots$$

Відстані між сусідніми пучностями і вузлами дорівнює

$$x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{2}.$$

Тобто довжина стоячої хвилі $\lambda_{ст.} = \frac{\lambda}{2}$. Відстань між сусідніми вузлом і пучністю дорівнює $\frac{\lambda_{ст.}}{2} = \frac{\lambda}{4}$.

В стоячій хвилі всі точки між двома вузлами коливаються з різною амплітудою та в однаковій фазі ($\cos\omega t$ не залежить від координати).

При переході через вузол фаза коливань стрибком змінюється на π (тобто на протилежну), тому що $\cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$, що визначає амплітуду, при переході через нуль у вузлі змінює знак.

Як вже було сказано, утворення стоячих хвиль відбувається звичайно при інтерференції біжучої вперед і відбитої хвиль

В цьому випадку на границі відбиття може утворюватись або вузол, або пучність – це залежить від співвідношення густин середовищ.

Якщо середовище, від якого відбувається відбиття, має більшу густину, ніж те середовище, в якому розповсюджується хвиля, то на границі буде вузол. Якщо середовище, від якого відбивається хвиля, має меншу густину, ніж середовище, в якому розповсюджується хвиля, то на границі буде пучність.

В першому випадку хвиля в місті відбиття змінює фазу на протилежну, що називається «втратою половини хвилі».

В другому випадку хвиля не змінює фази в місті відбиття, тому втрати половини хвилі не буде.

7.5. Отримання електромагнітних хвиль. Шкала ЕМХ.

Випромінювання диполя

Для того, щоб поширювались електромагнітні хвилі необхідно створити змінне електричне або магнітне поле.

Відомо, що коли заряд рухається прямолінійно і рівномірно він створює постійне магнітне поле. Отже для випромінювання заряд повинен рухатись з прискоренням.

В випромінюючих радіотехнічних пристроях, наприклад в антенах, електрони коливаються відносно іонів речовини. Елементарною коливальною системою (елементарним осцилятором) є система з електрона і позитивного заряду, що дорівнює заряду електрона і вважається нерухомим. Випромінювання всієї антени складається з випромінювання таких осциляторів.

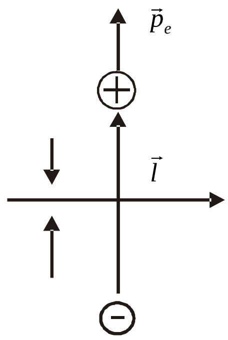


Рисунок 7.6

Розглянемо випромінювання осцилятора (рис. 7.6), яким є диполь, дипольний момент якого змінюється за гармонічним законом (диполь Герца)

$$\vec{p}_e = q\vec{l} = \vec{p}_{oe} \sin \omega t, \tag{7.24}$$

де $\vec{p}_{oe}$ – амплітудне значення $\vec{p}_e$. Тоді і електричне і магнітне поля, що створюються цим диполем, теж будуть змінюватись з тією ж частотою ω і рухаючись із швидкістю світа, відриваються від диполя.

Розглянемо випромінювання диполя в ***хвильовій зоні диполя***, тобто на відстанях $r > \lambda$ (λ – довжина хвилі, що випромінює диполь). Це пов’язано з наявністю в хвильовій зоні тільки хвиль, що вже відірвались від диполя і вільно поширюються, в той час, як поля, пов’язані з диполем мають складну структуру і зосереджені в області $r \le \lambda$.

Діаграма направленості

Диполь випромінює не однаково в різних напрямках. Інтенсивність випромінювання диполя в хвильовій зоні

$$I(\theta) \approx \frac{1}{r^2} \sin^2 \theta,$$

де θ – кут між віссю диполя і напрямком випромінювання (рис.7.7).

Така діаграма має назву ***полярної діаграми направленості***

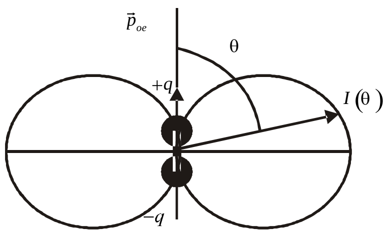


Рисунок 7.7

випромінювання диполя.

При напрямках $\theta = 0°$ або $180°$ диполь не випромінює, а при $\theta = 90°$ або $270°$ інтенсивність випромінювання максимальна.

Відповідний розрахунок показує, що ***потужність випромінювання диполя*** P пропорційна другій похідній дипольного моменту за часом

$$P \approx \ddot{p}_e^2 \approx p_{0e}^2 \omega^4 \sin^2 \omega t . \tag{7.25}$$

Середнє значення потужності випромінювання за часом

$$\langle P \rangle \approx p_e^2 \omega^4 .$$

Таким чином ***середня потужність випромінювання диполя пропорційна частоті в четвертій степені.***

З (7.24) маємо

$$\vec{p} = q\vec{l} = q\vec{a} ,$$

де $\vec{a}$ – прискорення заряду, що коливається.

Тоді з (12.35) випливає

$$P \approx q^2 \vec{a}^2 . \tag{7.26}$$

З цієї формули можна зробити висновок, що ***будь-який заряд, що рухається з прискоренням збуджує електромагнітні хвилі***. А якщо електрон рухається рівномірно, він не повинен випромінювати електромагнітні хвилі.

Шкала електромагнітних хвиль

Електромагнітне випромінювання або електромагнітні хвилі генеруються і реєструються в широкому діапазоні частот. Окремі ділянки спектру мають свої назви, що наведені в табл.7.1 яка дає уяву про шкалу електромагнітних хвиль.

Таблиця 7.1.

Назва діапазону	Довжина хвилі λ, м	Частота ν, Гц	Джерела. Основні методи збудження
Низькочастотні хвилі (інфранизькі, низькі, промислові, звукові частоти)	$3 \cdot 10^5$ і більше	Менш 10^3	Змінні струми, генератори
Радіохвилі: наддовгі, довгі, середні, короткі (низькі, середні і високі частоти)	$10^5 \div 1$	$3 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^8$	Генератори радіочастот
Радіохвилі ультракороткі: дециметрові, сантиметрові, міліметрові, субміліметрові (ультрависокі і надвисокі	$1 \div 10^{-4}$	$3 \cdot 10^8 \div 10^{12}$	Генератори надвисоких частот

частоти)			
Інфрачервоні промені (теплові)	$10^{-4} \div 7,6\cdot 10^{-7}$	$10^{12} \div 4\cdot 10^{14}$	Теплове випромінювання тіл
Світлові промені (видимі)	$7,6\cdot 10^{-7} \div 4\cdot 10$	$4\cdot 10^{14} \div 7,5\cdot 10$	Випромінювання атомів та молекул при нагріванні тіл і при електричних розрядах.
Ультрафіолетові промені	$4\cdot 10^{-7} \div 10^{-8}$	$7,5\cdot 10^{14} \div 3\cdot 10$	Випромінювання тіл при високих температурах та атомів при дії на них швидких електронів.
Рентгенівські промені	$10^{-8} \div 10^{-12}$	$3\cdot 10^{16} \div 3\cdot 10^{20}$	Випромінювання електронів при гальмуванні на аноді; Випромінювання атомів при збудженні електронів на внутрішніх оболонках (гальмівне і характеристичне рентгенівське випромінювання).
Гамма – промені	$10^{-12} \div 10^{-14}$	$3\cdot 10^{19} \div 3\cdot 10^{22}$	Ядерні процеси, радіоактивний розпад.
Космічні промені	10^{-13} і менше	10^{21} і більше	Космічні процеси.

7.6. Енергія електромагнітної хвилі. Імпульс електромагнітного поля.

Густина енергії електромагнітного поля

Електромагнітні хвилі несуть з собою у просторі енергію, яка міститься в електричному і магнітному полях. При поширенні електромагнітної хвилі у вакуумі ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$) ***об'ємна густина енергії електричного поля дорівнює***

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2,$$

а магнітного

$$w_м = \frac{1}{2}\mu_0 H^2.$$

Повна густина енергії електромагнітного поля

$$w = w_e + w_м = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H^2. \qquad (7.27)$$

Енергія електромагнітного поля дорівнює $W = \int wdV$.

E і H змінюються з однаковою фазою, тому співвідношення (12.28) для амплітудних значень буде таким же і для миттєвих значень E і H:

$$E\sqrt{\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu_0}.$$

Це означає, що густина енергії електричного і магнітного полів в кожний момент часу однакова:

$$w_e = w_м,$$

тоді (7.27) можна записати у вигляді:

$$w = \varepsilon_0 E^2,$$

а з урахуванням, що $E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}H$, ***об'ємна густина енергії електромагнітного поля*** така:

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}EH = \frac{1}{c}EH \qquad (7.28)$$

Тоді ***модуль густини потоку енергії електромагнітного випромінювання*** (енергія, що переноситься хвилею через одиничну площу за одиницю часу):

$$\varPi = w \cdot \upsilon, \text{ або } \varPi = w \cdot c = EH.$$

Вектор Умова – Пойнтінга

Напрямок вектора $\vec{\varPi}$ збігається з напрямком швидкості $\vec{\upsilon}$, яка перпендикулярна $\vec{E}$ і $\vec{H}$, тому для **вектора Умова – Пойнтінга** $\vec{\varPi}$ можна записати

$$\vec{\varPi} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]. \qquad (7.29)$$

Формула (7.29) дає ***миттєве значення густини потоку енергії електромагнітної хвилі***.

Щоб знайти її ***середнє*** значення візьмемо до уваги, що при зміні E і B за синусоїдальним законом їх середньоквадратичні значення дорівнюють

$$\left\langle E^2 \right\rangle = \frac{1}{2}E_0^2; \qquad \left\langle H^2 \right\rangle = \frac{1}{2}H_0^2,$$

Тоді середнє значення вектора Умова – Пойнтінга дорівнює $\left|\left\langle \varPi \right\rangle\right| = \frac{1}{2}E_0 H_0$, тобто інтенсивність електромагнітної хвилі

$$I = \left|\left\langle \varPi \right\rangle\right| = \frac{1}{2}E_0 H_0. \qquad (7.30)$$

Тиск і імпульс електромагнітних хвиль

Якщо на шляху електромагнітної хвилі з'явиться будь-яка перешкода, хвиля передасть цій перешкоді деякий імпульс, тобто буде на неї тиснути.

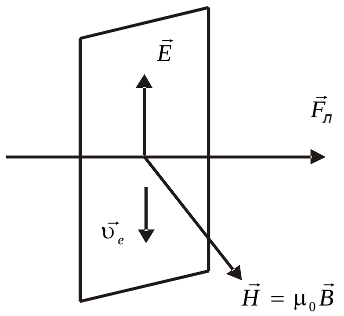


Рисунок 7.8

Нехай плоска електромагнітна хвиля падає нормально на поверхню зі слабкою провідністю (рис. 7.8). Під дією електричної складової поля електрони починають рухатись у бік протилежний напрямку електричного поля $\vec{E}$ зі швидкістю $\vec{\upsilon}_e$. Тоді з боку магнітного поля на електрон буде діяти сила Лоренца $\vec{F}_л = e\left[\vec{\upsilon}_л, \vec{B}\right]$, направлена всередину зразка перпендикулярно його поверхні. Ця сила, що діє на одиницю поверхні і буде визначати тиск електромагнітної хвилі.

Максвелл показав (1873 р.), що ***тиск на поверхню дорівнює***

$$p = \langle w \rangle (1+\rho)\cos^2\alpha,$$

де $\langle w \rangle$ – середнє значення об'ємної густини енергії електромагнітного поля хвилі, ρ – коефіцієнт відбиття, α – кут падіння хвилі на поверхню.

Існування тиску світлових хвиль було експериментально доведено П.М. Лебедєвим. Ці дослідження були дуже важливі для підтвердження висновків теорії Максвелла про електромагнітну природу світла.

Природно, що електромагнітне поле має також імпульс, який дорівнює

$$G = \frac{W}{c},$$

де W – енергія електромагнітного поля.

Густина електромагнітного імпульсу

$$g = \frac{dG}{dV} = \frac{1}{c}w,$$

де w – густина енергії, що пов’язана з вектором Пойнтінга

$$\Pi = w \cdot c, \text{ звідки } w = \frac{\Pi}{c}.$$

Напрямки вектора імпульсу і вектора Пойнтінга однакові, тоді ***вектор густини електромагнітного імпульсу дорівнює***

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2}\vec{\Pi} = \frac{1}{c^2}\left[\vec{E}, \vec{H}\right].$$

Контрольні запитання і завдання до розділу 7. Електромагнітні хвилі:

1. Рівняння плоскої хвилі.
2. Що таке хвильовий пакет?
3. Як довжина хвилі пов'язана з частотою коливань?
4. Що таке хвильове число? Його фізичний смисл.
5. Принцип суперпозиції хвиль.
6. Які дві складові є в ЕМХ? Їх взаємозв'язок?
7. Що таке фазова швидкість?
8. Що таке поздовжні хвилі і поперечні?
9. Як відрізняються швидкості ЕМХ у вакуумі та в речовині?
10. Що таке стояча хвиля?
11. Хвильове рівняння в одновимірному випадку.
12. Що таке густина потоку енергії ЕМХ?
13. Що таке довжина хвилі?
14. Що таке групова швидкість?
15. Що таке хвиля?
16. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі.
17. Що таке хвильова поверхня?
18. Що таке хвильовий фронт?

Лекція 18 **8.ОПТИКА**

8.1. Хвильова оптика

8.1.1. Світло як електромагнітна хвиля(ЕМХ)

Оптика – це наука про світло. У зв’язку з тим, що світло – складне за природою явище, то для його вивчення застосовуються різні підходи: у геометричній оптиці світло розглядають як промені, у хвильовій – як електромагнітну хвилю, у квантовій – як потік частинок(квантів).

У цьому розділі викладені явища, які пояснюються хвильовою природою світла. Таким чином, світло – діапазон електромагнітних хвиль, що сприймається органом зору людини. Згідно шкалі ЕМХ, розглянутої в розділі 6, це діапазон λ = (0,39 … 0,75) мкм.

Рівняння світлової хвилі

Оскільки світло розглядається як ЕМХ, то й рівнянням світлової хвилі є рівняння ЕМХ(наведене у розділі 6) :

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx) \qquad (8.1)$$

При цьому магнітна складова не враховується, тому що вона грає несуттєву роль у розповсюдженні світла і його взаємодії з речовиною.

Вектор $\vec{E}$ (напруженість електричного поля) інколи називають світловим вектором.

Рівняння(8.1) описує монохроматичну хвилю, тобто хвилю, що містить тільки одну гармоніку з частотою ω на відміну від хвильового пакету, який розглядався у розділі 7.

Термін «монохроматична» походить від грецького слова «хромос», що означає колір. Річ у тому, що кожна частота (або довжина хвилі) сприймається органом зору людини як окремий колір. Між тим біле світло, що охоплює діапазон λ = (0,39 … 0,75) мкм містить у собі 7 основних кольорів(червоний, оранжевий, жовтий, зелений, блакитний, синій, фіолетовий), які пов'язані з довжиною хвилі згідно мал.8.1. Перехід від λ до ω здійснюється за відомою формулою: $\omega = \dfrac{2\pi C}{\lambda}$

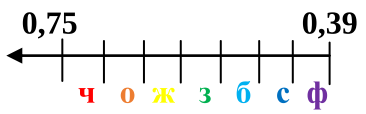


Рис.8.1

Розділ оптики, що присвячено вивченню кольору світла називається колориметрією. Згідно цієї науки біле світло можна отримати сумішшю трьох кольорів : синього, червоного та зеленого.

Когерентні хвилі

Когерентними називають хвилі з однаковою частотою і з постійною різницею фаз:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1m}\cos(\omega t - kx)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2m}\cos(\omega t - kx)$$

Інтенсивність світла

Ще одною особливістю органу зору є те, що світло з різною амплітудою E_m сприймається як світло різної інтенсивності: модуль середнього за часом значення густини потоку енергії(тобто вектор умова – Пойнтінга $\vec{\Pi} = [\vec{E},\vec{H}]$)

Оскільки для ЕМХ вектора $\vec{E}$ і $\vec{H}$ пов'язані між собою($E\sqrt{E_0E} = H\sqrt{\mu_0\mu}$), то з цього витікає зв'язок інтенсивності зі світловим вектором:

$$J = Em^2 \tag{8.2}$$

Оптична густина речовини

Щодо швидкості світла, то згідно розділу 6, де розглядались ЕМХ, вона залежить від параметрів речовини: $\upsilon = \dfrac{C}{\sqrt{E\mu}}$,

де E - діалектрична проникність, μ - магнітна проникність.
В оптиці знаменник прийнято називати оптичною густиною n

$$n = \sqrt{E\mu}$$

Звідси зрозуміло фізичний зміст нової величини - n показує у скільки разів швидкість світла у речовині менше, ніж у вакуумі: $n = \dfrac{C}{\upsilon}$

8.1.2. Інтерференція світла

Явище інтерференції

Інтерференція – явище перерозподілу енергії світла у просторі внаслідок суперпозиції когерентних хвиль.

Як відомо, природне світло некогерентно, тому для спостереження інтерференції необхідно отримати корегентні хвилі штучним шляхом. Один з методів отримання когерентних хвиль полягає у розподілі світла від одного джерела на декілька частин і направлення їх на екран різними шляхами.

Отримання когерентних хвиль

Приклад реалізації такого методу показано на мал.8.2, де світло від джерела S попадає на екран E двома шляхами: промінь 1 безпосередньо, а промінь 2 після відбиття від дзеркала D.

За рахунок різного шляху між хвилями 1 та 2 виникає різність хода $\Delta x_{1,2}$, тобто хвиля 2 прийде пізніше:

$$\Delta x_{1,2} = x_1 - x_2 ,$$

де x_1, x_2 - довжина шляху для хвиль 1 та 2, відповідно

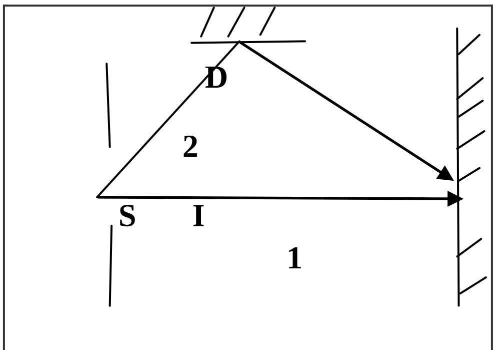


Рис.8.2

Другий метод отримання конкретних хвиль використовує залежність швидкості світла від оптичної густини речовини. Пустивши хвилі 1 та 2 крізь середовища з різними n_1 та n_2, можна отримати теж різність хода, але вона вже називається оптичною різністю коду Δ:

$$\Delta = n_1 x_1 - n_2 x_2$$

Таким чином за рахунок різності ходу Δ утворюється різність фаз φ між хвилями 1 та 2 на мал.8.2, яка пов'язана з Δ співвідношенням:

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \qquad (8.3)$$

Механізм утворення інтерференційної картини

Явище інтерференції проявляється шляхом утворення на екрані інтерференційної картини – чергування світлих та темних ділянок.

Механізм її формування можна пояснити з допомогою принципа суперпозиції, згідно якому результуюча хвиля $E_{рез}$ дорівнює векторній сумі:

$$E_{рез} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Модуль $E_{рез_m}$ знаходиться за теоремою косинусів:

$$E^2{}_{рез_m} = E^2{}_{1m} + E^2{}_{2m} + 2E_{1m}E_{2m}\cos\varphi$$

Переходячи до інтенсивності світла I, з урахуванням (8.2) отримуємо:

$$I_{рез} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi \qquad (8.4)$$

Як видно з (8.3) в залежності від φ результуюча інтенсивність світла може бути різною. Розглянемо два характерних випадки, коли $\cos\varphi = 1$ або $\cos\varphi = 0$.

Перший випадок відповідає значенню аргумента $\varphi = 2m\pi$, тобто хвилі 1 і 2 приходять в точку екрану в фазі. При цьому різність ходу Δ повинна згідно з (8.3) дорівнювати : $\Delta = m\lambda$, де m = 0, 1, 2, 3, …

Цим ділянкам на екрані відповідає з (8.4) $I_{рез} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ (8.5), а при умові $I_1 = I_2 = I$ отримаємо: $I_{рез} = 4I$. Таким чином співвідношення (8.5) відповідає максимум інтерференційної картини.

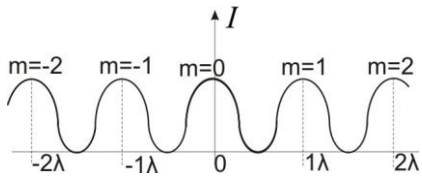
У іншому випадку, коли $\cos\varphi = 0$, а відповідно $\varphi = (2m+1)$, хвилі 1 і 2 приходять на екран у противофазі. З (8.4) можна отримати(при умові $I_1 = I_2 = I$) :

$$I_{рез} = 0$$

Цим ділянкам відповідає різність ходу $\Delta = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$ (8.6), а звуться вони мінімумами інтерференційної картини.

Таким чином на екрані відбувається чергування світлих і темних ділянок(мал.8.3), при цьому максимумам відповідає різниця ходу, що дорівнює цілій кількості хвиль (8.5), а мінімуму – напівцілій кількості хвиль(8.6)

Число m визначає порядок максимума інтерференційної картини.



Мал.8.3

У цілому інтерференційна картина не суперечить закону збереження енергії – за рахунок її перерозподілу маємо у максимумах $I_{рез} = 4I$, а у мінімумах $I = 0$, а загальна кількість зберігається(у середньому $I_{рез} = 2I$).

Інтерференція достатньо широко використовується у науці і техніці, зокрема для:

- прецензійних вимірювань переміщень та якості обробки поверхонь;
- просвітлення оптики
- вузкополосних світлофільтрів та т.і.

Лекція 19 **Тема: 8.1. Хвильова оптика**

8.1.3. Дифракція світла

Дифракція – явище огинання світлом перешкод, які сумірні з довжиною хвилі. Вона проясняється у попаданні промінів світла у область тіні(мал.8.4)

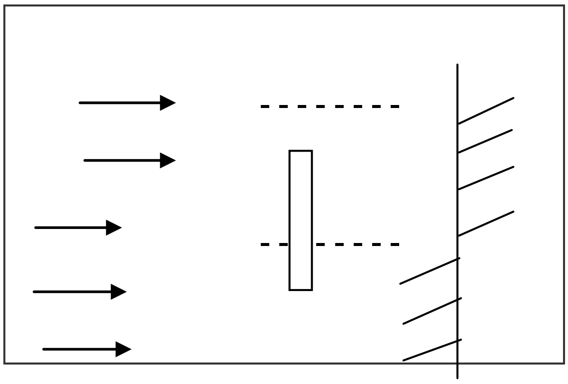
Принцип Гюйгенса-Френеля

Пояснення механізму дифракції засновано на принципі Гюйгенса-Френеля, який базується на трьох положеннях:

1. Усі точки хвильового фронту є джерелами вторинних хвиль.

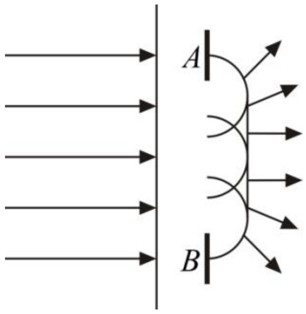
2. Вторинні хвилі є сферичними та когерентними.

3. Нове положення хвильового фронту визначається суперпозицією вторинних хвиль.



Мал.8.4

Як видно з мал.8.5, при відсутності перешкоди бокові промені вторинних хвиль взаємознищуються шляхом суперпозиції і хвиля розповсюджується прямолінійно. При наявності перешкоди(А і В на мал.8.5) частина бокових променів перекривається і захищаються нескомпенсовані бокові промені, які і заходять в область тіні.



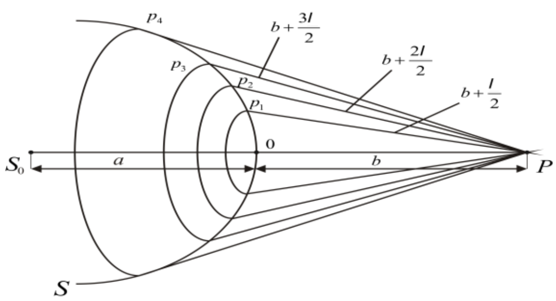
Мал.8.5

Метод зон Френеля

Взагалі явище дифракції проявляється та спостерігається у вигляді дифракційної картини. Механізм її формування пояснюється на основі метода зон Френеля, який полягає у наступному(мал.8.6):

- хвильовий фронт(наприклад, сферичної) с позиції спостерігача Р, що знаходиться на віддалені b, розбивається на зони Френеля схиленням циркуля рівним:

$$b + n\frac{\lambda}{2}$$, де n = 1,2,3,...



Мал.8.6.

- кожна зона розглядається як джерело вторинних хвиль, так що світло у точці P є її суперпозицією.

$$I_p = \sum I_i = I_1 - I_2 + I_3 - \ldots, \qquad (8.7)$$

де I_i - інтенсивність світла від i -ої зони.

При цьому завдяки різниці ходу між сусідніми зонами $\frac{\lambda}{2}$, вторинні хвилі приходять у т.P у противофазі, тому сума є алгебраїчною. Оскільки площі зон досить малі, то можна вважати, що

$$I_1 = I_2 = I_3 = \ldots = I_n$$

Тоді у випадку, коли кількість зон дорівнює парному числу, з (8.7.) отримаємо $I_p = 0$ (тобто в точці P буде мінімум світла), а коли – непарному, то буде $I_p = I$ (тобто буде максимум).

Дифракція на щілині

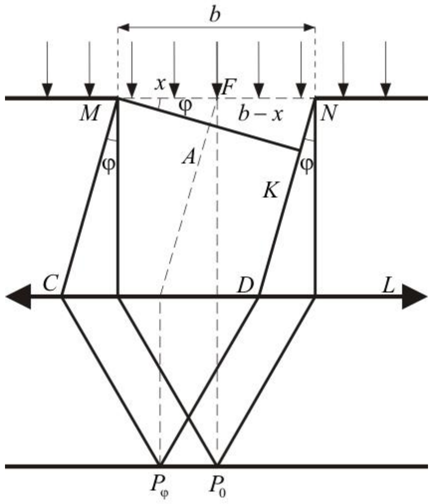
Застосування методу зон Френеля для пояснення формування дифракційної картини розглянемо на прикладі дифракції плоскої монохроматичної хвилі з довжиною хвилі λ на щілині(мал.8.7) шириною b.

За щілиною розташована лінза L, за якою в її фокальній площині розміщено екран.

Як відомо, у фокальній площині розташовані усі побочні фокуси лінзи, де сходяться промені, паралельні відповідній побічній вісі.

На межах щілини M та N формуються за принципом Гюйгенса-Френеля бокові нескомпенсовані промені. Ті з них, що паралельні один одному(промені C і D на мал.8.7) сходяться у побічному фокусі P_φ. Це рівнозначно повороту хвильового фронту MK, який приходить у т. P_φ на кут φ.

Для визначення того, що буде у т. P_φ максимум або мінімум світло по методу зон Френеля, розбиваємо хвильовий фронт MK на зони Френеля. Кількість зон визначається різницею ходу між крайніми променями C і D, яка згідно мал.8.7 дорівнює:



Мал.8.7

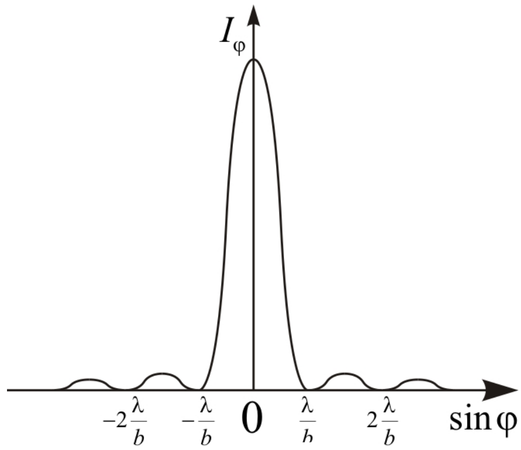
$$\Delta = b \sin\varphi$$

Враховуючи, що між сусідніми зонами різність ходу $\frac{\lambda}{2}$, можна розрахувати кількість зон :

$$n = \frac{b \sin\varphi}{\lambda / 2} \qquad (8.8)$$

Якщо n буде парним числом, тобто $n = 2m$ (8.9), то в точці P_φ буде мінімум, якщо непарним ($n = 2m + 1$)(8.10) – буде максимум $(m = 1,2,3,...)$.

Оскільки кожна точка на екрані знаходиться під своїм кутом φ, то згідно з (8.8) на екрані повинно спостерігатися чергування максимумів та мінімумів світла, що і є дифракційною картиною(мал.8.8)



Мал.8.8

Таким чином у формуванні дифракційної картини приймають участь і дифракція, і інтерференція.

Дифракція білого світла

Якщо на щілину(мал.8.7) направити не монохроматичне світло, а біле(тобто поліхроматичне), то умови максимумів(8.10) та мінімумів будуть згідно (8.8.) виконуватися для кожного кольору(кожній λ) під різними кутами φ, тобто будуть спостерігатися у різних місцях екрану. Таким чином, при дифракції біле світло розкладається у спектр, при цьому послідовність кольорів(від центра екрану) буде таке: фіолетовий(найменша λ - найменший кут φ), синій, блакитний, зелений, жовтий, оранжевий, червоний. Відповідно до значення m в формулі (8.10) розглядають спектр 1-го порядку($m = 1$), 2-го порядку ($m = 2$) і т.д.

На практиці це явище використовується для вивчення складу невідомого випромінювання – у спектр-аналізаторах.

8.1.4. Голографія

Голографія

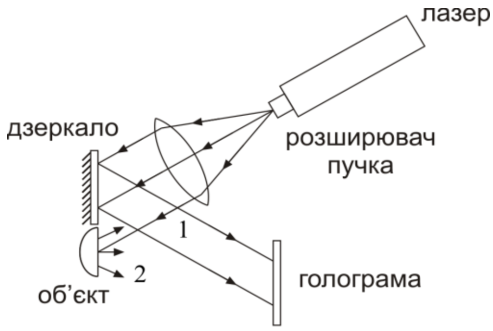
Голографія – це запис та відтворення просторових(тримірних) зображень предметів. Голографія побудована на таких явищах хвильової оптики, як інтерференція, дифракція та розсіяння світла.

На відміну від фотографії, де зображення предметів плоскі(двомірні), голографія передбачає запис не тільки амплітуди світлової хвилі, але й її фази. За рахунок цього значно підвищується інформативність запису.

Схема запису і відновлення зображення

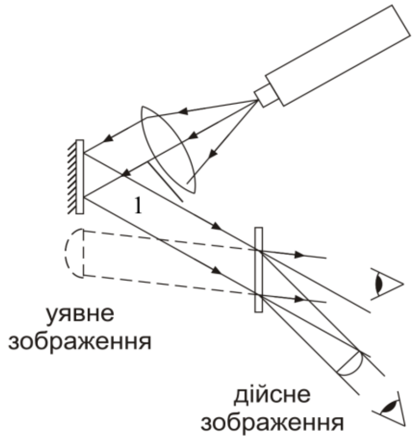
Як відомо, фотографування здійснюється у відбитому від об’єкта природному(денному) світлі. Для отримання голограми – запису тримірного зображення використовується світло від лазера, який дає когерантну монохроматичну хвилю(мал.8.9.,а), що попадає на фотопластину(голограму) після відбиття від об’єкта-предмета(хвиля 2). Одночасно на фотопластину поступає опорна хвиля 1, відбита від дзеркала. В результаті на фотопластинці формується інтерференційна картина, в кожній точці якої амплітуда визначається відомим співвідношенням:

$$E^2{}_{рез.m} = E^2{}_{1m} + E^2{}_{2m} + 2E_{m_1} * E_{m_2}\cos\varphi$$



а

Таким чином на фото пластинки фіксується не тільки розподіл амплітуди, але й різниці фаз φ між хвилями 1 і 2. При цьому прочитати записане зображення просто зором неможливо, оскільки голограма являє собою хаотичне чергування світлих та темних ділянок. Відтворення тримірного зображення здійснюється теж за допомогою лазера(мал.8.9.,б) за рахунок явища дифракції. Для цього голограму розміщають у тому ж місці, де була розташована фотопластинка під час фотографування (мал. 8.9, б), а потім її освітлюють світловим пучком



б

Мал. 8.9

того ж лазера, що і під час запису. При цьому відбувається дифракція опорної хвилі 1 на голограмі і ми бачимо просторове "уявне" зображення. Крім уявного зображення спостерігається також дійсне зображення. Уявне зображення знаходиться і тому ж місці, де був об'єкт під час знімання і його видно при спостереженні крізь голограму. Дійсне зображення розташоване по іншу сторону голограми. Воно нібито висить в повітрі перед голограмою і є дзеркальним зображенням об'єкта.

Переваги (достоїнства) голографії

- Наочність голографічного метода, тобто можливість одержання тривимірного зображення.
- Інформативність, пов'язана з тим, що кожна ділянка голограми несе інформацію про весь об'єкт.
- Щільність запису. Якщо опорний пучок буде падати під різними кутами, то на одній фотопластинці можна записати до 10^3 зображень.

Застосування

Голографічний метод знаходить широке застосування в різних областях науки і техніки. Перелічимо деякі з них:

- запис і збереження інформації;
- об'ємне кіно і телебачення;

- тривимірна мікроскопія, дефектоскопія.

8.1.5. Поляризація світла

Природне світло

Звичайні джерела світла випромінюють електромагнітні хвилі з хаотичним напрямком коливань електричного вектора $\vec{E}$. Таке світло має назву *неполяризованого* або *природного*.

Це пояснюється механізмом випромінювання хвиль кожним елементарним випромінювачем (атомом, молекулою). Кожна така хвиля є поляризованою. Але наявність у джерел світла великої кількості випромінювачів приводить до хаотичної просторової орієнтації електричного вектора (рис.8.10, а).

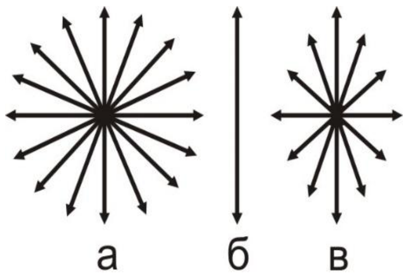


Рис.8.10

Результуюча напруженість $\vec{E}$ здійснює в кожній точці коливання, напрямок яких швидко і невпорядковано змінюється у площині, перпендикулярній до променя.

Лінійно поляризоване світло

Поляризація світла характеризується просторово-часовою упорядкованістю орієнтації електричного та магнітного векторів.

Світло, у якого напрям коливання електричного вектора залишається незмінним називається *лінійно поляризованим* (рис.8.10, б).

Площина поляризації

Площина, що проходить через електричний вектор і напрямок поширення електромагнітної хвилі, називається *площиною поляризації*.

Еліптично поляризоване світло

Еліптично поляризованим називається світло, у якого електричний вектор обертається так, що його кінець описує еліпс (рис.8.10, в).

Світло, поляризоване по колу

Світло, в якого електричний вектор в будь-якій точці простору рівномірно обертається так, що його кінець описує коло, називається *поляризованим по колу* або *циркулярно поляризованим*.

Частково поляризоване світло

Світло називається *частково поляризованим*, якщо у нього спостерігається переважний напрямок коливань вектора $\vec{E}$. Частково поляризоване світло можна розглядати як сукупність (суміш) природного і поляризованого світла, що одночасно поширюються в одному напрямку.

Лінійна, циркулярна та еліптична поляризація – різновиди повної поляризації світла.

Методи поляризації

Для здійснення поляризації світло необхідно пропустити крізь прозоре середовище(кристал), параметри якого по різним напрямкам неоднакові – анізотропне середовище. Прикладом анізотропії може бути різні значення оптичної густини v, по осям Y і Z, або різний коефіцієнт поглинання k(див. явище поглинання світла у ***§ 8.1.7***). У останньому випадку, якщо $K_y > K_z$, циркулярно поляризоване світло за рахунок більшого поглинання по осі Y стане еліптично(або частково) поляризованим з більшою амплітудою по осі Z.

У цілому пристрої, що перетворюють природне світло у поляризоване називаються поляризаторами. Для аналізу ступені поляризації світла використовуються присторії, які називаються аналізаторами.

Закон Малюса

Якщо на аналізатор падає лінійно поляризоване світло I_0, то амплітуда світла I, що пройшло крізь аналізатор пропорційна I_0 і залежить від кута між головними площинами аналізатора і поляризатора φ (рис.8.11).

Амплітуда світла, що вийшло з аналізатора, дорівнює $E = E_0 \cos\varphi$, а інтенсивність світла $I = I_0 \cos^2 \varphi$ (8.11)

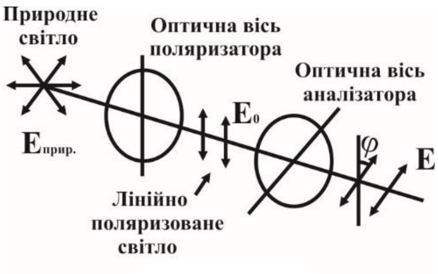


Рис.8.11

Вираз(8.11) називають **законом Малюса**.

Ступінь поляризації світла

Ступенем поляризації світла P називають вираз

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \qquad (4.3)$$

де I_{max} і I_{min} – максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що відповідають двом взаємоперпендикулярним компонентам вектора $\vec{E}$.

Для плоскополяризованого світла $I_{min} = 0$, P=1.

Для природного світла $I_{max} = I_{min}$, P=0.

Поляризація знаходить широке застосування в науці і техніці. Наприклад, в оптоволоконних лініях зв'язку у якості світлових затворів використовується « ячейка Керра» - кристал, у якого головна площина поляризації керується з допомогою магнітного поля. При виключеному магнітному полі ця площина співпадає з площиною поляризації світла, що подається в оптоволокно, і світло проходить. При виключенні магнітного поля площина кристала повертається і світло не проходить.

8.1.6. Розповсюдження світла у речовині

Попередні три явища хвильової оптики – інтерференція, дифракція і поляризація не пов'язані з проходженням світла у середовищі, де, як відомо, фазова швидкість світла зменшується у порівнянні з вакуумом у n раз:

$$\upsilon = \frac{c}{n} \qquad (8.13),$$

де n - оптична густина речовини, $n = \sqrt{E\mu}$

Дисперсія світла

Дисперсією світла називається залежність фазової швидкості υ світла в середовищі від його частоти ν.

Зважаючи на те, що $\upsilon = c/n$ (c – швидкість світла в вакуумі, n – показник заломлення середовища) виявляється, що показник заломлення середовища залежить від частоти (довжини хвилі λ). Ця залежність спостерігалась ще Ньютоном при проходженні пучка білого світла крізь призму з прозорого матеріалу.

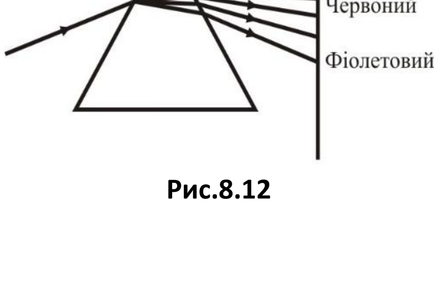


Рис.8.12

На екрані за призмою спостерігається райдужна смуга (рис.8.12), яка називається *призматичним* або *дисперсійним спектром*. Таким чином, призма може грати роль *спектрального приладу*.

Нормальна та аномальна дисперсія

Залежність показника заломлення *n* від довжини хвилі λ (частоти ν) нелінійна та немонотонна (рис.8.13).

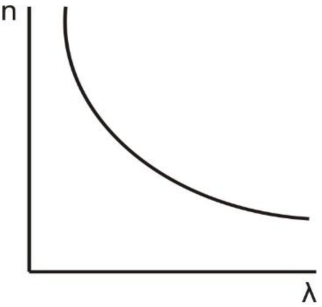


Рис.8.13

Зі збільшенням довжини хвилі показник заломлення зменшується (збільшується при збільшенні частоти ν). Така залежність *n* від λ називається *нормальною дисперсією*. Тобто для нормальної дисперсії $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ (або $\frac{dn}{d\nu} > 0$). Якщо $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ (або $\frac{dn}{d\nu} < 0$), тобто *n* зменшується зі збільшенням ν (зменшенням λ), то дисперсія світла має назву *аномальної*. Вона спостерігається поблизу смуг поглинання. Наприклад у звичайного скла ці смуги знаходяться в ультрафіолетовій і інфрачервоній частинах спектра.

Дисперсія показника заломлення

Кількісною характеристикою дисперсії світла являється *дисперсія показника заломлення D*, яка дорівнює

$$D_\lambda = \frac{dn}{d\lambda} \left(\text{або } D_\nu = \frac{dn}{d\nu} \right)$$

Відмінність дифракційного і дисперсійного спектрів

Спектри, які одержані за допомогою дифракційної решітки і призми суттєво різні:

- дифракційна решітка розкладає світло безпосередньо за довжинами хвиль, а призма – за значеннями показника заломлення;
- кольори в обох спектрах розташовані по-різному: червоні промені мають більшу довжину хвилі, ніж фіолетові, тому відхиляються дифракційною решіткою сильніше ($d\sin\varphi = \pm m\lambda$; $m = 0,1,2...$), а призмою менше, тому що для них показник заломлення менше (рис.8.13);
- кольори в дифракційному спектрі розташовані більш-менш рівномірно, тоді як у дисперсійному спектрі синьо-фіолетова частина розтягнута, а червона стиснута, що пов’язано з різкою зміною залежності показника заломлення від довжини хвилі у короткохвильовій області спектра і дуже повільною його зміною в довгохвильовій (рис.8.13)

Поглинання світла

Поглинання (абсорбція) світла – явище зменшення енергії світлової хвилі при її поширенні в речовині внаслідок перетворення енергії хвилі в інші види енергії.

Енергія хвилі може перетворюватись у внутрішню енергію речовини, в енергію вторинного випромінювання, яке має інший спектральний склад і інший напрям розповсюдження. Поглинання світла може супроводжуватись нагріванням речовини, збудженням і іонізацією атомів або молекул, фотохімічними реакціями і таке інше.

Закон Бугера-Ламберта

Поглинання світла описується ***законом Бугера-Ламберта***

$$I = I_0 e^{-kx},$$

за яким інтенсивність плоскої хвилі монохроматичного світла змінюється при проходженні крізь поглинаючу речовину за експоненціальним законом.

Тут I_0 і I значення інтенсивності світла при вході і виході з шару середовища товщиною x, k – монохроматичний натуральний показник поглинання, який залежить від хімічної природи, стану поглинаючого середовища і від довжини хвилі λ.

k – показник (коефіцієнт) поглинання –величина, обернена відстані, на якій інтенсивність плоскої монохроматичної хвилі зменшується в $e = 2{,}718$ раз.

Спектри поглинання

Залежність коефіцієнта поглинання k від довжини хвилі λ називається *спектром поглинання*.

Спектр поглинання ізольованих атомів – *лінійчатий спектр* – має вигляд вузьких ліній (~ $10^{-12} \div 10^{-11}$ м), що відповідають резонансним частотам коливань електронів у атомах.

Молекулярний спектр поглинання має вигляд *смуг поглинання* і визначається коливаннями атомів в молекулах. Коефіцієнт поглинання відмінний від нуля для більш широких інтервалів довжин хвиль (~ $10^{-10} \div 10^{-7}$ м).

Розсіяння світла

Розсіянням світла називається явище відхилення світла від початкового напрямку внаслідок дифракції на неоднорідностях середовища.

Розсіяння в мутних середовищах

Розсіяння світла в середовищі пов’язане з його оптичною неоднорідністю, коли показник заломлення середовища не є сталою величиною, а змінюється від точки до точки. Такими середовищами є *оптично мутні середовища*, в яких спостерігаються неоднорідності, зумовлені наявністю сторонніх речовин, таких як частинки пилу, колоїдні частинки, емульсії, аерозолі (хмари, дим, туман) і т.п.

Якщо відстань між малими неоднорідностями значно більше довжини хвилі світла, то проходячи крізь мутне середовище, світло дифрагує на хаотично розташованих мікронеоднорідностях – незалежних вторинних джерел, що обумовлює розсіяння світла у всіх напрямах.

Розсіяння світла на частинках мутного середовища, малих в порівнянні з довжиною хвилі світла, вперше спостерігалось Дж. Тіндалем у 1869 р. і одержало назву *ефекту Тіндаля*. Теорія цього явища була досліджена Дж. Релеєм (1871 р.).

Закон Релея

Інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертій степені довжини хвилі падаючого світла

$$I \sim \lambda^{-4}.$$

Молекулярне розсіяння світла

В чистих однорідних середовищах без сторонніх домішок оптична неоднорідність може спричинятись флуктуаціями густини, які виникають під час хаотичного теплового руху молекул середовища.

Розсіяння світла в чистому середовищі обумовлене флуктуаціями густини, анізотропії або концентрації, називають молекулярним. Воно також підкорюється закону Релея.

Інтенсивність молекулярного розсіяння, пов'язаного зі флуктуаціями, які залежать від температури, також залежатиме від температури: збільшується при підвищенні температури.

Молекулярним розсіянням пояснюється блакитний колір неба, бо за законом Релея найбільш інтенсивно розсіюються короткі хвилі.

В повністю оптично однорідному середовищі розсіяння не буде. В цьому випадку вторинні хвилі, які випромінюються збудженими атомами, інтерферуючи, повністю гасять одна одну у всіх напрямах, крім напряму поширення первинної хвилі і розсіяння відсутнє.

Лекція 20 **Тема: 8.2. Квантова оптика**

8.2.1. Теплове випромінювання. Закон Кірхгофа

Теплове випромінювання

Теплове (або інфрачервоне) випромінювання – *ділянка електромагнітного спектру в діапазоні довжин хвиль λ = (0,75 … 10^3) мкм.*

Природа теплового випромінювання пов'язана с електромагнітним випромінюванням атомів і молекул речовин, викликаним їх тепловим хаотичним рухом.

Оскільки мірою теплового руху є температура, то можна зробити висновок, що джерелом теплового випромінювання є усі тіла з температурою Т $> 0^0$К.

Енергетична світність

Енергетичною характеристикою теплового випромінювання є *енергетична світність тіла М.*

При цьому розрізняють інтегральну енергетичну світність M_T та спектральну $M_{T\lambda}$.

Інтегральна енергетична світність – *енергія , що випромінює тіло з одиниці площі поверхні за одиницю часу*

$$M_T = \frac{W}{S \cdot t} \quad . \qquad (8.13)$$

Ця величина є аналогом вектора Умова – Пойтінга (див. розділ 7).

Властивості M_T - залежність від температури Т;

-$[M_T]$ = Вт/м^2

Спектральна енергетична світність – *енергія, що випромінює тіло на даній довжині хвилі λ*
.

$$M_{T\lambda} = \frac{\partial M_T}{\partial \lambda} \, . \qquad (8.14)$$

Властивості $M_{T\lambda}$: - залежність від температури і довжини хвилі;

- $[M_T] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$

З (8.14) випливає зв'язок між M_T і $M_{T\lambda}$;

$$M_T = \int_0^{\infty} M_{T\lambda} * d\lambda . \qquad (8.15)$$

Поглинальна здатність

Другою енергетичною характеристикою теплового випромінювання є *поглинальна здатність* ε. Розрізняють інтегральну поглинальну здатність ε_T і спектральну $\varepsilon_{T\lambda}$.

Інтегральна поглинальна здатність ε_T показує , *яку частину енергії, що падає на тіло, воно поглинає :*

$$\varepsilon_T = \frac{W^{\text{погл}}}{W^{\text{пад}}} , \qquad (8.16)$$

Де $W^{\text{погл}}$- поглинута енергія ; $W^{\text{пад}}$- енергія , що падає на тіло

Властивості ε_T: - як видно з (8.16) чисельні значення

ε_T можливі у межах ε_T = 0….1;

- ε_Tзалежить від температури тіла Т.

Спектральна поглинальна здатність $\varepsilon_{T\lambda}$ – *частинна енергії, що поглинає тіло, на даній довжині хвилі :*

$$\varepsilon_{T\lambda} = \frac{W_\lambda^{\text{погл}}}{W_\lambda^{\text{пад}}} . \qquad (8.17)$$

Властивості $\varepsilon_{T\lambda}$: - значення у межах 0….1

- залежність від температури Т і довжини хвилі λ.

Абсолютно чорне тіло

Крім позначених вище величин, тепловому випромінюванню характерні поняття : абсолютне чорне тіло (АЧТ) і сіре тіло.

АЧТ – *тіло, що поглинає усе випромінювання , що падає на нього на усіх довжинах хвиль*, тобто $\varepsilon_{T\lambda} = 1$ (8.18)

Моделлю АЧТ може слугувати невеликий отвір О в порожнині (рис. 8.14). Серед природних тіл найближче усього до АЧТ є Сонце, але з деяким допущенням до АЧТ можна віднести відчинені вікна у будівлях , відчинений рот людини і т.і.

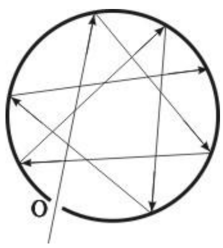


Рис.8.14

Сіре тіло

Сіре тіло – *тіло, що поглинає на усіх довжинах хвиль однаково* , тобто $\varepsilon_{T,\lambda} \neq f(\lambda)$. При цьому $\varepsilon_{T,\lambda} < 1$.

Більшість тіл , що нас оточують можна віднести до сірих , у тому числі і шкірну поверхню людини : $\varepsilon_{T,\lambda} = 0{,}7$.

Закон Кірхгофа

Відношенню спектральних спектральних енергетичної світності та поглинальної здатності при заданих температурі та довжині хвилі для всіх тіл однаково : $\frac{\mathrm{M}_{\mathrm{T},\lambda}}{\varepsilon_{T,\lambda}} = f(\lambda\,,\mathrm{T})$, ….(8.19)

Де $f(\lambda\,,\mathrm{T})$ – універсальна функція Кірхгофа (функція довжини хвилі і температури).

Вид $f(\lambda\,,\mathrm{T})$ Кірхгофа отримав експериментально – графік наведено на рис. 8.15. Вплив температури ілюструють дві криві : при підвищені температури $(\mathrm{T}_2 > \mathrm{T}_1)$ крива зміщується в сторону менших довжин і підіймається вгору, так, що *криві не перетинаються*.

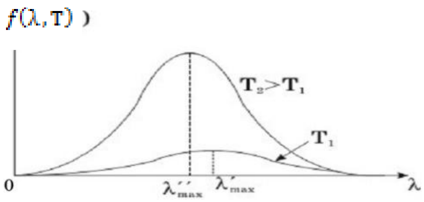


Рис.8.15

Фізичний зміст $f(\lambda\,,\mathrm{T})$ стає зрозумілим , якщо записати закон Кірхгофа для АЧТ – підставити у (8.19) $\varepsilon_{T,\lambda} = 1$; $f(\lambda\,,\mathrm{T}) = \mathrm{M}_{\mathrm{T},\lambda}$

Таким чином *функція Кірхгофа – це спектральна енергетична світність АЧТ.*

З цього випливає, що графік на рис. 8.15 уявляє собою *розподіл енергії випромінювання АЧТ по довжинам хвиль*, тобто **спектр випромінювання АЧТ**.

Наслідки з закону Кірхгофа

Аналіз формули (8.19) дозволяє отримати такі наслідки :

1. *Якщо тіло на даній довжині хвилі не випромінює, то й воно на цій довжині хвилі і не поглинає .*

   Дійсно , з (8.19) при $\varepsilon_{T,\lambda} = 0$ отримаємо :

   $\mathrm{M}_{T,\lambda} = \varepsilon_{T,\lambda} * f(\lambda\,,\mathrm{T}) = 0$

2. *Сіре тіло на кожній довжині хвилі випромінює менше ніж АЧТ.*

   Це вірно з (8.19) , якщо замість $f(\lambda\,,\mathrm{T})$ підставити $\mathrm{M}_{\mathrm{T},\lambda}^{\text{АЧТ}}$:

$M_{T,\lambda} = \varepsilon_{T,\lambda} * M_{T,\lambda}^{АЧТ}$

Звідси витікає , що при $\varepsilon_{T,\lambda} < 1$ (для сірого тіла) $M_{T,\lambda} < M_{T,\lambda}^{АЧТ}$.

Останній факт є основою для іншого змісту $\varepsilon_{T,\lambda}$ – **це випромінювальна** здатність тіла. При цьому для АЧТ $\varepsilon_{T,\lambda}^{АЧТ} = 1$, а для сірого тіла $\varepsilon_{T,\lambda} < 1$ на всіх довжинах хвиль.

8.2.2. Закони випромінювання АЧТ. Гіпотеза Планка

Закон Кірхгофа становить в центр уваги теорії теплового випромінювання функцію $f(\nu,T) = \varepsilon(\lambda,T)$, яка являє собою випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла. Визначення виду цієї функції складало основну задачу вчення про температурне випромінювання. Розв'язок цієї задачі було одержано не відразу. Спочатку був встановлений теоретично і експериментально закон, що визначає сумарне випромінювання чорного тіла (закон Стефана-Больцмана); потім були визначенні деякі основні риси цієї функції (закон Віна), знайдено досить точний експериментальний вид її залежності від ν для різних Т. І накінець, після ряду невдалих спроб, які мають величезне значення для розуміння цього питання (Міхельсон, Релей-Джинс, Він, Лоренц) Максу Планку вдалося знайти конечний теоретичний розв'язок цієї задачі.

Закон Стефана-Больцмана

Австралійські фізики Стефан і Больцман прийшли до висновку, що *інтегральна енергетична світність АЧТ* $M_{T,\lambda}^{АЧТ}$ *яка уявляє собою площу під графіком*

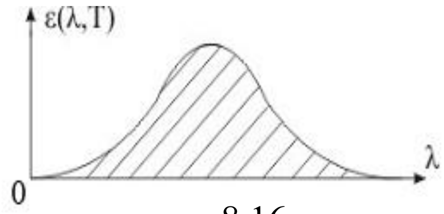


рис. 8.16

на рис 8.16 ,пропорціональна четвертому ступеню абсолютної температури :

$$M_{T,\lambda}^{АЧТ} = \sigma * T^4, \tag{8.20}$$

де σ – коефіцієнт пропорційності , який називається *постійною Стефана-Больцмана*; $\sigma = 5{,}7 * 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4.

Закон Віна

Подальші спроби фізиків отримати аналітичний вираз для універсальної функції Кірхгофа привели німецького вченого Віна до відкриття двох законів, які отримали його ім'я. **Перший закон Віна** *встановлює значення довжини хвилі, на яку приходиться максимум цієї функції* (по суті – максимум в спектрі випромінювання АЧТ) :

$$\lambda_{max} = \frac{b_1}{T}, \qquad (8.21)$$

Де b_1 – *перша постійна Віна*, $b_1 = 3 * 10^3$ мкм.К.

Якщо застосувати цей закон до випромінювання Сонця (яке є природним АЧТ), то підставив температуру його поверхні $T = 6 * 10^3$ К, отримаємо : $\lambda_{max} = 0{,}5$ мкм , що відповідає зеленому кольору. Дуже цікавий факт, бо саме зеленого кольору уся рослинність на Землі , а у людини найбільша чутливість зору теж приходиться на зелений колір.

Другий закон Віна *визначає максимум спектральної енергетичної світності АЧТ , як величину пропорційну п'ятому ступеню абсолютної температури* :

$$\left(M_{T,\lambda}^{АЧТ}\right)_{max} = b_2 * T^5, \qquad (8.22)$$

Де b_2 – *друга постійна Віна* , $b_2 = 1{,}3 * 10^{-5}$ВТ/м^{3}К^5.

З допомогою розглянутих законів АЧТ можна пояснити , чому криві, отримані при різних Т, не перетинаються (рис. 8.15) : с ростом Т максимум кривої росте швидше (пропорційна 5-му ступеню) , ніж її площа (пропорційна 4-му ступеню).

Але ці закони не дають відповіді на головне питання -отримання аналітичного виразу для $M_{T,\lambda}^{АЧТ}$.

Гіпотеза Планка

Це стало можливим завдяки Максу Планку , який відмовився від класичних уявлень про механізм випромінювання атомів і сформував свою **квантову гіпотезу** : *атоми іспускають електромагнітне випромінювання не безперервно , тобто хвилями, а порціями – квантами енергії* :

$$E = hv,$$

Де h – постійна Планка , h = $6.6 * 10^{-34}$ Дж $*$ с ; v – частота ЕМ .

Закон Планка

Відштовхуючись від цієї гіпотези , Планк спромігся вирішити основну задачу – отримати формулу для спектральної випромінювальної здатності АЧТ , яка була названа **Законом Планка** :

$$M_{т,v}^{АЧТ} = \frac{2*v^2}{c^2}\,\frac{hv}{e^{\frac{hv}{кТ}}-1} \,. \qquad (8.23)$$

У формулі (8.23) замість λ аргументом є v , але це не міняє її суті , бо між λ і v існує однозначний зв'язок : $v = \frac{c}{\lambda}$.

Крім того у формулі (8.23) присутня середня енергія хаотичного теплового руху атому Е = кТ , де к – постійна Больцмана ,
к = $1{,}4 * 10^{-23}$ Дж/К .

Якщо по формулі (8.23) побудувати графік $M_{т,\lambda}^{АЧТ} = f(\lambda)$, то він співпадає з експериментальною отриманим Кірхгофом, тобто теорія повністю підтверджується практикою.

Значення гіпотези і закона Планка важко переоцінити : - уперше вводиться уявлення про квантування енергії електромагнітного випромінювання ;

- Закон Планка є узагальненням усіх законів випромінюванням АЧТ.

Таким чином , теплове випромінювання , як явище , демонструє нам квантову, а не хвильову природу світла.

8.2.3. Зовнішній фотоефект

Зовнішній фотоефект – *явище іспускання електронів речовинною під дією електромагнітного випромінювання.*

Досліди Столєтова

Перші фундаментальні дослідження фотоефекта були виконані російським фізиком Столєтовим. На рис. 8.17 наведена схема установки для дослідження зовнішнього фотоефекту. В вакуумній колбі розміщені два електрода – анод А і катод К , між якими прикладена напруга (позитивний полюс – анод). Напруга *U* може регулюватися потенціометром R .

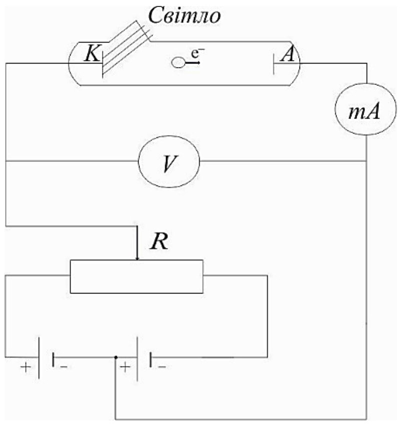


Рис. 8.17

Принцип дії установки полягає у наступному . При освітленні катода світлом воно поглинається і за рахунок поглинутої енергії із катода вилітають електрони, які під дією прикладеної напруги прямують до анода і в ланцюгу виникає струм.

Закони зовнішнього фотоефекту

Столєтов встановив *закони зовнішнього фотоефекту*, серед яких найбільш цікаві наступні :

1. Початкова швидкість фотоелектронів не залежить від енергії (інтенсивності) світла, що падає на катод, а визначається його частотою.
2. Має місце найбільша довжина хвилі λ_{max} , при якій припиняється фотоефект (електрони не покидають катод). Оскільки у спектрі світла найбільша довжина хвилі у червоного кольору, λ_{max} отримала назву **червона межа фотоефекту.**

Дати пояснення цим фактам з позиції класичної фізики уявляється неможливим , тому що при підвищенні енергії світла здавалось би і енергія фотоелектронів (їх початкова швидкість) також повинна зростати. А при чому тут довжина хвилі (або частота) світла теж не зрозуміло, бо енергія катодом поглинається на любій довжині , а електрони при одній λ виходять, а при іншій – ні.

Квантова гіпотеза Ейнштейна

Пояснення цих протиріч дав Ейнштейн у своїй **квантовій гіпотезі** : *електромагнітне випромінювання не тільки іспускається квантами, но і розповсюджується , і поглинається теж квантами*. Іншими словами, **електромагнітне випромінювання має квантову природу.**

На основі цієї гіпотези Ейнштейн отримав **рівняння для зовнішнього фотоефекту :**

$$h\nu = A_{вих} + \frac{mv_0^2}{2} \qquad (8.24)$$

де hν – енергія кванта ЕМВ, який поглинув електрон в речовині ;

$A_{вих}$ – робота, яку повинен виконати електрон, щоб залишити речовину;

$\frac{mv_0^2}{2}$ – кінетична енергія електрона , що залишив речовину;

v_0 – початкова швидкість електрона.

Таким чином смисл рівняння (8.24) міститься у наступному : *енергія поглинутого кванта hν йде на виконання електроном роботи виходу і отримання їм кінетичної енергії.*

На основі рівняння Ейнштейна стають очевидними пояснення законів Столєтова. Зокрема з (8.24) чітко виден зв'язок початкової швидкості електрона v_0 з частотою ЕМВ ν. Що стосується червоній межі фотоефекту , то її значення можно отримати з (8.24) у припущенні, що $v_0 = 0$ (електрон хоча б покидає речовину) :

$h\nu_{min} = A_{вих}$; $\frac{hc}{\lambda_{max}} = A_{вих}$; $\lambda_{max} = \frac{hc}{A_{вих}}$.

8.2.4. Маса і імпульс фотона. Ефект Комптона

Характеристика фотона

Фотон – *це квант енергії електромагнітного випромінювання оптичного діапазонна.*

Оптичний діапазон на шкалі ЕМХ (розділ 7) охоплює теплове випромінювання , світло і ультрафіолетове випромінювання. Таким чином *енергія фотона* : $E = h\nu$.

Межа фотона у стані спокою дорівнює нулю, оскільки фотон уявляє собою квант електромагнітного випромінювання, а не частинку речовини. Частинки з нульовою масою спокою називаються *квазічастинками*. З іншого боку фотон володіє релятивістською масою, бо згідно спеціальній теорії відносності Ейнштейна маса і енергія пов'язані формулою : $E = mc^2$,

де m – релятивістська маса. Стосовно фотона, підставив його енергію $h\nu$, отримаємо *релятивістську масу фотона*:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Швидкість фотона в любому середовищі однакова і дорівнює швидкості світла в вакуумі : $v_\varphi = c$.

Імпульс фотона згідно відомій з механіки формули $p = mv$

дорівнює : $P = mc = \frac{h\nu}{c}$.

Таким чином електромагнітне випромінювання має усі ознаки корпускулярної природи – це потік частинок (корпускул), які є фотонами (або квантами).

Ефект Комптона

Ще одним явищем де проявляється квантова природа світла є ефект Комптона – *зростання довжини хвилі ЕМВ при розсіяні його у речовині.*

Ефект Комптона більш чітко проявляється при розсіяні ЕМВ рентгенівського діапазону на речовині , наприклад типу парафіну.

При розсіяні ЕМВ довжина хвилі λ , збільшується до λ' в залежності від кута відхилення θ (рис.8.18) :

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda.$$

Величина збільшення $\Delta\lambda$ розраховується по *формулі Комптона* :

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Де λ_c – комптоновская довжина хвили (фізична стала), $\lambda_c = 2{,}4 * 10^{-12}$м ;

θ – кут розсіювання

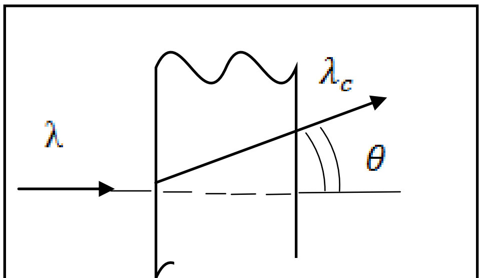


Рис. 8.18

Фізичний механізм ефекта Комптона пояснюється на основі квантових уявлень, а саме пружного зіткнення двох частинок – фотона і електрона речовини.

При зіткненні фотон віддає частку свого імпульсу $\overline{P}$ електрону $\overline{P}_e$ (він називається «електроном віддачі») і по закону збереження імпульсу (рис. 8.19) імпульс фотона зменшується : $\frac{h\nu'}{c} = \frac{h\nu}{c} - P_e$.

А у зв'язку зі зменшенням ν довжина хвилі λ зростає.

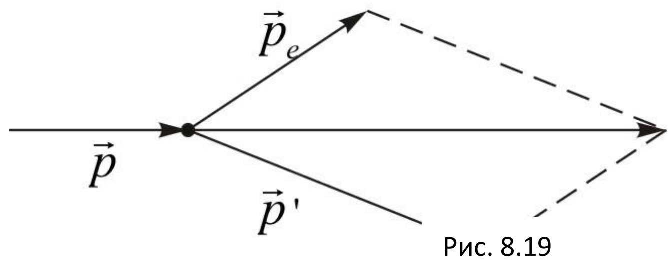


Рис. 8.19

Висновок з розділу «Оптика»

Електромагнітному випромінюванню характерний *корпускулярно- хвильовий дуалізм*, тобто подвійна фізична природа : з одного боку ЕМВ – це хвиля , з другого – потік частинок (фотонів) . Дуалізм ЕМВ проявляється у тому , що в одних явищах ЕМВ веде себе як хвиля (інтерференція , дифракція , поляризація і т.і.) , а в інших – як потік фотонів (теплове випромінювання , фотоефект , ефект Комптона)

Між тим між двома «природами» ЕМВ немає протиріччя : у зав'язку з малою дискретністю ЕМВ (енергія фотонів дуже мала, навіть для рентгенівського діапазону порядка 10^{-22} Дж) ряд явищ хвильової оптики (наприклад, дифракцію) можна пояснити з квантових позицій.

Контрольні запитання до розділу 8. Оптика

1. Що таке світло?
2. Що таке монохроматична хвиля?
3. Що таке когерентні хвилі?
4. Що таке оптична густина речовини?
5. Що таке інтерференція?
6. Що таке дифракція?
7. Що таке поляризація світла?
8. Що таке дисперсія світла?
9. Закон поглинання світла.
10. Закон розсіяння світла.
11. Що таке теплове випромінювання?
12. Що таке інтегральна енергетична світність?
13. Що таке інтегральна поглинальна здатність?
14. Що таке АЧТ?
15. Закон Кірхгофа для теплового випромінювання.
16. Закон Стефана-Больцмана.

17. Закон Віна.
18. Гіпотеза Планка.
19. Квантова гіпотеза Ейнштейна.
20. Що таке фотон? Квант?
21. Ефект Комптона.
22. Корпускулярно-хвильовий дуалізм.

ГЛОСАРІЙ ФАХОВИХ ТЕРМІНІВ

Розділ 1. Класична механіка

Динаміка – розділ механіки, що вивчає рух, як результат взаємодії.

Енергія – скалярна фізична величина, яка є кількісною характеристикою різних форм руху матерії і взаємодії.

Замкнена система тіл – система тіл, на яку не діють зовнішні сили, або дія яких (та їх моментів) скомпенсована.

Ізольована система тіл – система тіл, яка не обмінюється енергією з зовнішніми тілами.

Імпульс – векторна фізична величина, яка є мірою кількості руху тіла.

$\vec{P} = m\vec{\vartheta}$

Кінематика – розділ механіки, що вивчає рух, не враховуючи його причин.

Кінетична енергія – енергія тіла, що рухається, яка чисельно дорівнює роботі, що потрібно здійснити для зупинки тіла:

$$T = \frac{m\vartheta^2}{2}$$

Консервативні сили – сили, робота яких не залежить від траєкторії руху, а визначається початковим і кінцевим положенням тіла.

Консервативна система тіл – система тіл, на які діють тільки консервативні сили.

Маса – фізична величина, що є мірою інерції (та гравітаційних властивостей) тіла.

Матеріальна точка – тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Механічний рух – зміна положення тіла у просторі відносно інших тіл з перебігом часу.

Механічна система – сукупність матеріальних точок (або тіл), що розглядається як єдине тіло.

Момент імпульсу – векторна фізична величина, що є мірою кількості руху при обертальному русі.

Для матеріальної точки: $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$.

Для тіла: $\vec{L} = J\vec{\omega}$

Момент інерції – фізична величина, що є мірою інерції при обертальному русі.

Для матеріальної точки: $J = mr^2$.

Момент сили – фізична величина, що є мірою взаємодії при обертальному русі.

$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$

Обертальний рух – рух, при якому всі точки тіла описують концентричні кола в площині, перпендикулярній осі обертання, яка є нерухомою.

Переміщення кутове – векторна фізична величина, що є ознакою присутності обертального руху:

$\Delta\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_2 - \vec{\varphi}_1$

Переміщення лінійне – векторна фізична величина, що є ознакою присутності поступального руху:

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Поступальний рух – рух, при якому пряма, пов'язана з тілом, що рухається, залишається паралельною самій собі.

Потенційна енергія – енергія тіла (системи тіл), яка обумовлена його взаємодією з зовнішніми тілами:

$U = -A_{\text{конс.}}$

Потужність – скалярна величина, що визначає виконану роботу за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t}$$

Прискорення кутове – векторна фізична величина, що описує зміну кутової швидкості з часом.

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Прискорення лінійне – векторна фізична величина, що описує зміну лінійної швидкості з часом.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}$$

Прискорення нормальне – векторна фізична величина, що визначає зміну швидкості за напрямом.

$$\overrightarrow{a_n} = \frac{\vartheta^2}{R}\vec{n}$$

Розділ 2. Електростатика

Вільні заряди – заряди, що можуть вільно переміщуватися по всьому об’єму речовини.

Діелектрик – речовина, що містить лише зв’язані заряди.

Діелектрична проникність – скалярна величина, що показує, в скільки разів діелектрик послабляє зовнішнє електричне поле:

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{E}_{\text{діел.}}}$$

Діелектрична сприйнятливість – скалярна величина, що характеризує здатність діелектрика поляризуватися.

Диполь – система двох зв’язаних між собою точкових зарядів однакової величини, але протилежних знаків.

Еквіпотенціальні поверхні – геометричне місце точок з однаковим значенням потенціалу.

Електроємність – скалярна величина, що характеризує здатність провідника накопичувати заряд:

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Електризація – процес перетворення незарядженого тіла в заряджене.

Електричний заряд – скалярна величина, що характеризує здатність тіла до електростатичної взаємодії.

Електричне зміщення – векторна величина, що є силовою характеристикою електричного поля, яка не залежить від властивостей речовини:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Електричне поле – силове поле, через яке здійснюється електростатична взаємодія.

Зв’язані заряди – заряди, що входять до складу атомів та молекул тіла і не можуть переміщуватись по його об’єму.

Конденсатор – пристрій для накопичування електричного заряду, що складається з двох провідників, розділених діелектриком.

Напруженість електричного поля – векторна величина, що є силовою характеристикою електричного поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Поляризованість – векторна величина, що є кількісною мірою поляризації діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum P_i}{V}$$

Поляризація – процес, що відбувається в діелектрику при його розташуванні в електричному полі.

Потенціал електричного поля – скалярна величина, що є енергетичною характеристикою електричного поля:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}$$

Провідник – речовина, яка містить велику кількість вільних зарядів.

Силові лінії – криві лінії, дотична до яких у кожній точці збігається з вектором напруженості.

Точковий заряд – заряджена матеріальна точка.

Розділ 3. Постійний струм

Вузол – точка, в якій сходяться три або більше провідників зі струмом.

Густина струму – векторна величина, що характеризує розподіл електричного струму по розрізу провідника:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS}\vec{n}$$

Електричний опір – скалярна фізична величина, що характеризує протидію провідника протіканню струму:

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

Електричний струм – напрямлений та упорядкований рух електричних зарядів.

Електрорушійна сила – скалярна величина, що визначається роботою, яку виконують сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду:

$$E = \frac{A}{q_0}$$

Контур – замкнена послідовність ланцюгів.

Ланцюг – частина контуру між двома вузлами.

Напруга – різниця потенціалів, що виникає на кінцях провідника при протіканні струму.

Об'ємна густина енергії електричного поля – скалярна величина, що дорівнює енергії одиниці об'єму електричного поля:

$$\omega = \frac{dW}{dV}$$

Питома електрична провідність – скалярна фізична величина, що характеризує здібність провідника проводити електричний струм.

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Розгалужене електричне коло – паралельно-послідовне з'єднання ділянок, які містять джерела струму та резистори.

Сила струму – скалярна фізична величина, що дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Сторонні сили – сили не електричної природи, що діють на заряди з боку джерела струму.

Розділ 4. Магнітостатика

Ампер – одиниця вимірювання сили струму, при якій сила взаємодії двох паралельних провідників, розташованих на відстані 1 м один від одного складає $2 * 10^{-7}$Н на 1 м довжини.

Магнітна індукція – векторна величина, що є силовою характеристикою магнітного поля:

$$|\vec{B}| = \frac{M_{max}}{P_m}$$

Магнітний момент – векторна величина, що є основним параметром контура зі струмом:

$$\vec{P} = IS\vec{n}$$

Магнітне поле – силове поле, через яке здійснюється взаємодія між постійними струмами або магнітами.

Магнітний потік – скалярна величина, що характеризує кількість магнітних силових ліній крізь деяку поверхню площею dS:

$$d\Phi = \vec{B}\overrightarrow{dS}$$

Магнітні силові лінії – криві лінії, дотичні до яких у кожній точці збігаються з вектором магнітної індукції.

Сила Ампера – сила, що діє з боку магнітного поля на провідник зі струмом.

Сила Лоренца – сила, що діє з боку магнітного поля на точковий рухомий заряд:

$$\overleftrightarrow{F} = q[\vec{\vartheta}, \vec{B}]$$

<u>Розділ 5. Електромагнітне поле</u>

Вихрове електричне поле – електричне поле, поява якого викликана змінним магнітним полем.

Струм зміщення – віртуальний струм, густина якого являє собою змінне електричне поле:

$$\overrightarrow{J_{\text{см}}} = \frac{d\vec{D}}{\partial t}$$

<u>Розділ 6. Електромагнітні коливання і змінний струм</u>

Вимушені електричні коливання – електричні коливання, що виникають під дією джерела змінної ЕРС, включеного в контур.

Гармонічна частота – кількість коливань за одну секунду.

Діюче значення змінного струму – такий постійний струм, що викликає ту ж саму теплову дію, що й даний змінний струм.

$$I_{\text{д.}} = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$$

Добротність – скалярна величина, що характеризує здібність контура підтримувати вільні коливання у ньому:

$$Q = \frac{\omega}{2\beta}$$

Електричні коливання – коливання заряду на конденсаторі та сили струму у контурі.

Електромагнітні коливання - взаємозв'язані коливання електричного поля в конденсаторі та магнітного поля в котушці коливального контуру.

Загасаючі електричні коливання – коливання електричного струму, амплітуда яких зменшується у часі за експоненціальним законом.

Змінний струм – електричний струм, сила якого змінюється з часом за періодичним законом

Коефіцієнт загасання – скалярна величина, що характеризує швидкість загасання коливань:

$$\beta = \frac{R}{2L}$$

Коливальний контур – електричний ланцюг, який містить конденсатор, котушку індуктивності (ідеальний контур) та резистор (реальний контур).

Коливання – будь-який процес, що повторюється.

Період – тривалість одного коливання.

Резонанс – явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при збіганні частоти джерела струму із резонансною частотою.

Резонанс напруг – явище різкого зростання амплітуди напруг на реактивних опорах при збіганні частоти джерела струму із власною частотою контура.

Резонанс струмів – явище різкого зростання струмів крізь реактивні опори при збіганні частоти джерела струму із власною частотою контура.

Фаза коливань – кутова міра часу при коливаннях.

$$\varphi = \omega t + \alpha$$

Циклічна частота – кількість коливань протягом часу 2π секунд.

Розділ 7. Електромагнітні хвилі (ЕМХ)

Вектор Умова-Пойнтінга – векторна величина, що характеризує густину потоку енергії, що переносить ЕМХ:

$\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]$

Густина потоку енергії ЕМХ – кількість енергії, яку переносить ЕМХ крізь поперечну поверхню одиничної площини за одиницю часу:

$$\omega = \frac{W}{St}$$

Групова швидкість – швидкість розповсюдження хвильового пакета:

$$U = \frac{d\omega}{dk}$$

Довжина хвилі – відстань, яку проходить хвиля за один період.

$\lambda = \vartheta T$

Електромагнітна хвиля – процес розповсюдження електромагнітних коливань у просторі з протягом часу.

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля – енергія одиниці об'єму електромагнітного поля:

$$\omega = \frac{1}{\mathrm{C}}\mathrm{EH}$$

Повздовжна хвиля – хвиля, у якої напрямок розповсюдження збігається з напрямком коливань.

Поперечна хвиля – хвиля, у якої напрямок розповсюдження перпендикулярний напрямку коливань.

Стояча хвиля – результат суперпозиції бігучої та відбитої хвиль.

Фазова швидкість – швидкість розповсюдження фази хвилі:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt}$$

Фронт хвилі – геометричне місце точок, до яких дійшли коливання в даний момент часу.

Хвиля – процес розповсюдження коливань у просторі із бігом часу.

Хвильове число – визначає кількість довжин хвиль, що розміщуються на відстані 2π метрів:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ЛІТЕРАТУРА

Базова література

1. Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина 1. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка: навч. посібник/ В.О. Стороженко та ін.- Харків:ТОВ «Компанія СМІТ», 2006.-320 с.

2. Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина 2. Електрика та магнетизм: навч. посібник./ І.М. Кібець та ін. - Харків: «Компанія СМІТ», 2009.-424 с.

Методичні вказівки до практичних занять

1. Методичні вказівки до ПЗ з курсу фізики (частина 1)/Упоряд.: В.О.Стороженко та ін. –Харків:ХНУРЕ, 2013.-152с.

Методичні вказівки до лабораторних робіт

1. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Частина 1. Механіка та молекулярна фізика./ О.В. Вишнівецький та ін.- Харків: ХНУРЕ, 2009.-84с.

2. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Частина 2. Електрика і магнетизм. / О.М. Коваленко та ін.- Харків: ХНУРЕ, 2006- 96с.

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів

1. Запитання та відповіді до лабораторних робіт з фізики. Частина1.Механіка та молекулярна фізика/ С.С. Авотін та ін.- Харків:ХНУРЕ,2004.- 44с.

2. Запитання та відповіді до лабораторних робіт з фізики. Частина 2. Електрика та магнетизм / А.І. Рибалка та ін.-Харків: ХНУРЕ, 2004.-60с.