Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет радіоелектроніки

Кафедра фізики

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни «Фізика»

Частина 1

для студентів денної форми навчання напрямку

121. Інженерія програмного забезпечення

(освітня програма: «Програмна інженерія»).

Електронне видання

Затверджено

на засіданні кафедри фізики

Протокол № 1 від 30.08 .2021р.

Харків 2022

Конспект лекцій з дисципліни «Фізика» для студентів денної форми навчання напрямку 121. Інженерія програмного забезпечення (освітня програма: «Програмна інженерія»). [Електронне видання]/Упоряд. В.О. Стороженко, О.В. Мягкий. - Харків: ХНУРЕ, 2020.- 140с.

ЗМІСТ

Вступ

Конспект лекцій, що пропонується, розроблений автором на основі досвіду у викладанні фізики, накопиченого колективом викладачів однойменної кафедри ХНУРЕ. У ньому відображені в досить стислій формі розділи загального курсу фізики, які входять до робочої програми навчання бакалаврів з напряму 121 «Інженерія програмного забезпечення», а саме:

- Основи класичної механіки;
- Класична електродинаміка.

На жаль, кількість годин, виділених для фізики в навчальному плані згаданого вище бакалаврського напряму, не дозволяє розглядати інші розділи загального курсу, але й викладений в конспекті матеріал дозволяє майбутнім спеціалістам засвоїти фізичний підхід до розгляду різноманітних природних явищ, навчитися логічно і системно вирішувати технічні задачі, критично оцінювати результати, отримані у віртуальному світі за допомогою комп'ютера.

Основний наголос у конспекті зроблено на визначеннях фізичних понять та величин, чіткому формулюванні фізичних законів, що є основою наукового підходу до вивчення інших технічних дисциплін. Саме для цього вперше на кафедрі фізики було розроблено глосарій, який наведено в кінці конспекту.

Крім цього, у кінці кожного розділу і підрозділу наведені контрольні запитання, відповіді на які допоможуть студентам оцінити ступінь засвоєння матеріалу і підготуватись до експрес-контролю на практичних заняттях.

1. Класична механіка

1.1. Кінематика

1.1.1. Основні поняття та визначення в механіці.

Механіка

Механіка *- розділ фізики, що вивчає механічний рух.* **Механічний рух** – *зміна положення тіла у просторі відносно інших тіл з перебігом часу.* З цього витікає, що механічний рух поняття відносне.

Матеріальна точка

Найпростішою моделлю є ***матеріальна точка*** – *тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати*. Поняття матеріальної точки абстрактне, але його введення полегшує розв'язання практичних задач. Наприклад, вивчаючи рух планет по орбітам навколо Сонця, можна вважати їх матеріальними точками.

Довільне макроскопічне тіло або систему тіл можна уявити як суму великої кількості дрібних частинок (матеріальних точок), що взаємодіють між собою. В такому разі вивчення руху довільної системи тіл можна звести до вивчення системи матеріальних точок.

Абсолютно тверде тіло

В процесі взаємодії тіл одне з одним вони можуть деформуватися, тобто змінювати свою форму та розміри. Фізичною моделлю тіла є ***абсолютно тверде тіло*** *– тіло, деформаціями якого в умовах даної задачі можна знехтувати*.

Поступальний та обертальний рух

Будь-який рух твердого тіла можна уявити собі як накладання двох видів руху –поступального та обертального. ***Поступальний рух*** *– це рух, при якому будь-яка пряма пов'язана з тілом, що рухається, залишається паралельною самій собі (рис. 1.1а).* ***Обертальний рух*** *– це рух, при якому всі точки тіла описують концентричні кола в площині, перпендикулярній осі обертання.* Вісь обертання може знаходитися як усередині тіла, так і за його межами (рис. 1.1б).

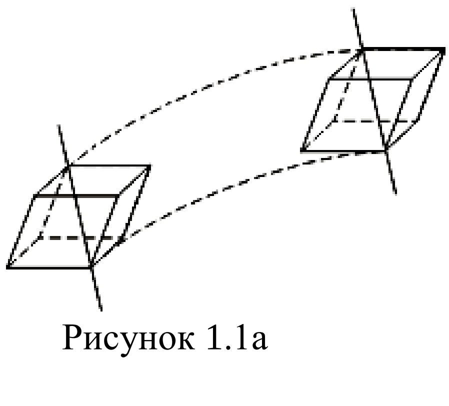


Рисунок 1.1а

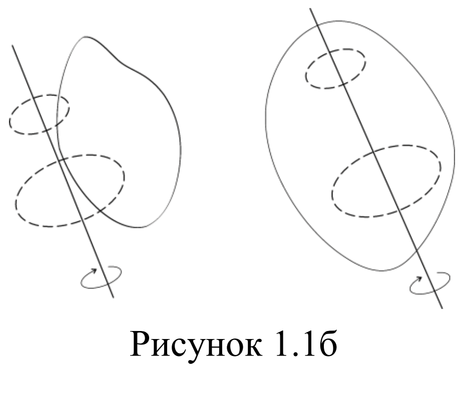


Рисунок 1.1б

Тіло відліку Система відліку

Положення тіла (матеріальної точки) в просторі можна визначити тільки по відношенню до інших тіл, тобто положення тіла відносне. *Тіло, по відношенню до якого розглядається положення даного тіла, називається* ***тілом відліку***. *Тіло відліку, зв'язана з ним система координат та прилади для вимірювання відстані й часу (лінійка та годинник) складають* ***систему відліку.***

У фізиці використовується декілька систем координат: прямокутна (ортогональна), декартова, полярна та сферична. У переважній більшості задач найбільш зручнішою є прямокутна декартова (найчастіше права) система координат. В цій системі положення будь-якої точки М (рис. 1.2) визначається радіусом-вектором $\vec{r}$, який з'єднує початок координат з точкою М.

Траєкторія

Положення матеріальної точки, що рухається, визначається положенням її в просторі та моментом часу перебування її в цій точці.

У процесі руху матеріальна точка описує в просторі ***траєкторію*** – *уявну лінію, уздовж якої рухається матеріальна точка.* В загальному випадку траєкторія матеріальної точки являє собою лінію у просторі, взагалі кажучи, криву.

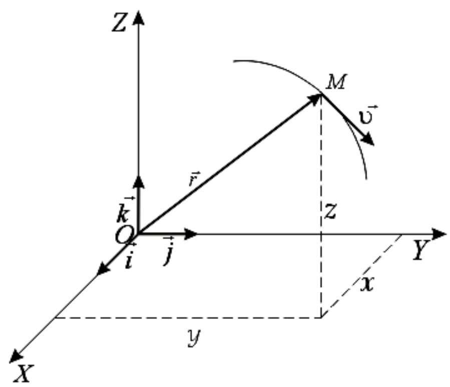


Рисунок 1.2

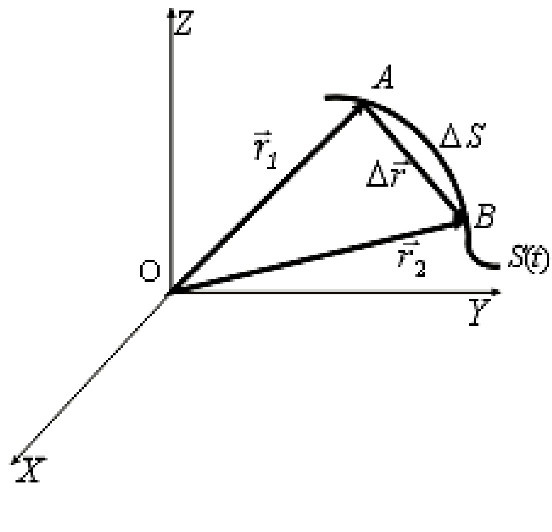


Рисунок 1.3

1.1.2. Кінематика поступального руху

Кінематика

Кінематика – *розділ механіки, що вивчає рух не враховуючи його причин.* Кінематика розподіляється на кінематику поступального руху і обертального. Об'єктом розглядання кінематики поступального руху є не тіло, а матеріальна точка, тому що при поступальному русі усі точки тіла рухаються по однаковим траєкторіям.

Засоби завдання положення матеріальної точки

Рух матеріальної точки можна задати одним з двох способів: векторним та координатним. Перший спосіб означає, що заданий радіус-вектор $\vec{r}$ (рис. 1.2), який характеризується модулем r та двома кутами: $\angle\alpha$ з площиною XY та $\angle\beta$ між проекцією на цю площину і віссю X.

Другий спосіб – координатний, означає, що положення точки, яка рухається, у будь-який момент часу визначається трьома змінними x, y, z (рис. 1.2).

Обидва способи пов'язані між собою очевидними співвідношеннями:

$r_x = x;$

$r_y = y;$

$r_z = z$

Кінематичні характеристики поступального руху

Ознакою присутності руху є вектор ***лінійного переміщення*** $\Delta\vec{r}$ (рис. 1.3):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \tag{1.1}$$

Аналогом переміщення може бути ***шлях s*** *– довжина траєкторії.* Одиницею вимірювання є : [Δr]=[s]=1 м.

Другою кінематичною характеристикою є вектор лінійної миттєвої швидкості:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}\,, \tag{1.2}$$

що *описує, як швидко з часом здійснюється переміщення.*

Інколи використовується середня швидкість:

$$\vec{\upsilon}_{сер} = \langle\vec{\upsilon}_{сер}\rangle = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Напрямок вектора $\vec{\upsilon}_{сер}$ збігається з напрямком вектора переміщення матеріальної точки $\Delta\vec{r}$.

Одиницею вимірювання є: $[\upsilon] = 1м/с = 1м \cdot с^{-1}$.

Третьою характеристикою є ***вектор лінійного миттєвого прискорення:***

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dot{\vec{\upsilon}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \tag{1.3}$$

що *описує зміну швидкості з часом.*

Іноді використовується ***середнє прискорення:*** $\vec{a}_{сер} = \dfrac{\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$.

Прискорення при криволінійному русі

У загальному випадку траєкторія руху є кривою лінією, при цьому швидкість змінює не тільки свою величину, а й напрямок (рис. 1.4).

Миттєве прискорення:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

З урахуванням того, що швидкість направлена по дотичній $\vec{\tau}$ (одиничний вектор), представимо $\vec{\upsilon}$ у вигляді:

$$\vec{\upsilon} = \upsilon \vec{\tau}.$$

Тоді, підставив цей вираз у формулу прискорення, отримаємо:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\upsilon\ \vec{\tau}) = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dt}\upsilon_t = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Перший доданок

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} \tag{1.4}$$

– дотичне, *або **тангенціальне прискорення** спрямоване по дотичній до вектора швидкості і відповідає за зміну швидкості за величиною.*

Другий доданок $\vec{a}_n = \frac{d\vec{\tau}}{dt}\upsilon$ *– доцентрове, або **нормальне прискорення**, визначає зміну швидкості за напрямком.*

Можна казати, що нормальне прискорення визначається формулою:

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}. \tag{1.5}$$

Повне прискорення в загальному випадку криволінійного руху (рис.1.5):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}, \tag{1.6}$$

а його модуль:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

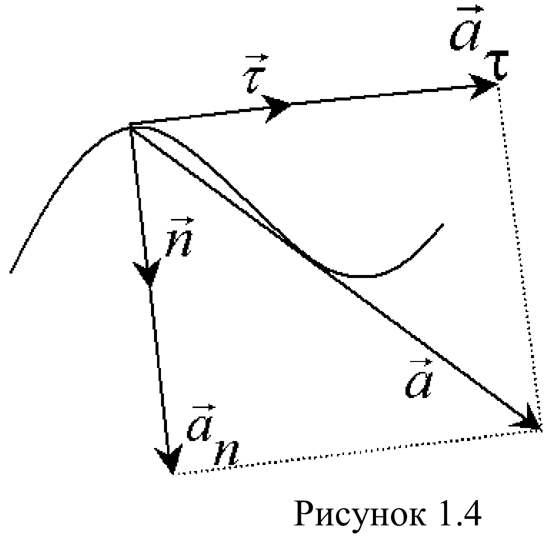


Рисунок 1.4

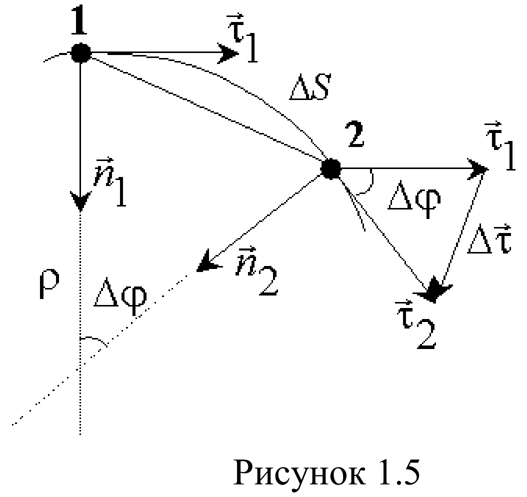


Рисунок 1.5

Основне рівняння кінематики поступального руху

Основною задачею кінематики є *визначення положення матеріальної точки (або тіла), що рухається, у будь який момент часу.* Цю задачу вирішує основне рівняння кінематики поступального руху:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \tag{1.7}$$

де $\vec{r}_0$, $\vec{v}_0$ - початкові значення радіус-вектора та швидкості матеріальної точки.

1.1.3.Кінематика обертального руху твердого тіла

Рух абсолютно твердого тіла, при якому одна із його точок лишається нерухомою, називається обертанням навколо нерухомої точки (центра). Рух у процесі якого лишаються нерухомими дві його точки, називається обертанням навколо прямої осі, що проходить через ці точки. Обертання навколо центра (точки), можна уявити як обертання навколо миттєвої осі. При обертальному русі навколо осі всі точки абсолютно твердого тіла рухаються по колам, центри яких лежать на осі обертання.

Положення точки, що рухається по колу радіуса R, визначається значенням кута повороту $d\varphi$ (рис. 1.6).

Кутове переміщення

Кутове переміщення $d\vec{\varphi}$ – вектор, довжина якого дорівнює величині кута повороту $d\varphi$, а напрямок збігається з віссю обертання й визначається за правилом правого гвинта (рис. 1.6).

Вектори, напрямки яких пов'язують з напрямком обертання називають *псевдовекторами* або *аксіанальними векторами.* Ці вектори не мають визначених точок прикладання: вони можуть відкладатися від будь-якої точки осі обертання. Найчастіше за точку прикладання псевдовектора вибирають початок координат системи відліку. Кутове переміщення $d\vec{\varphi}$ – псевдовектор.

Кутова швидкість

Кутова швидкість $\vec{\omega}$ (рис. 1.7) – вектор чисельно рівний зміні кута за одиницю часу і який збігається за напрямком з вектором кутового переміщення.

Середня кутова швидкість:

$$\vec{\omega}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}, \text{ де } \quad \Delta\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_2 - \vec{\varphi}_1. \tag{1.8}$$

Миттєва кутова швидкість:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}. \tag{1.9}$$

Кутова швидкість характеризує обертання тіла навколо осі. Вектор $\vec{\omega}$- псевдовектор, спрямований уздовж осі обертання тіла.

Якщо $\vec{\omega} = const$ – обертання рівномірне, а якщо $\vec{\omega} \neq const$ – обертання нерівномірне. $[\omega] = 1 рад/с = 1 рад \cdot с^{-1}$.

Період обертання Частота обертання

Якщо обертання рівномірне, то його можна охарактеризувати періодом обертання.

Період обертання T- час, за який тіло здійснює один повний оборот (обертається на кут 2π):

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Частота обертання ν- число обертів, яке тіло здійснює за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

$[T] = 1c, \quad [\nu] = 1/c = 1c^{-1}$.

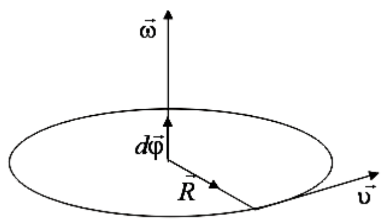


Рисунок 1.6

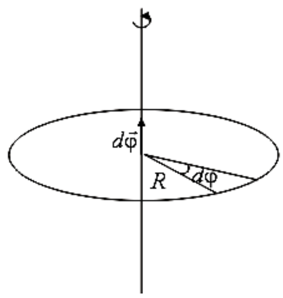


Рисунок 1.7

Кутове прискорення

Середнє кутове прискорення:

$$\vec{\beta}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}.$$

Миттєве кутове прискорення (рис. 1.8):

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{\varphi}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}. \qquad (1.10)$$

Кутове прискорення характеризує швидкість зміни кутової швидкості обертання. Вектор $\vec{\beta}$- псевдовектор, спрямований уздовж осі обертання. Якщо рух прискорений, напрямки $\vec{\omega}$ та $\vec{\beta}$ збігаються (рис. 1.8а), якщо рух уповільнений, то напрямки $\vec{\omega}$ та $\vec{\beta}$ спрямовані по осі обертання назустріч один одному (рис. 1.8б).

$$[\beta] = 1рад/c^2 = 1рад \cdot c^{-2}.$$

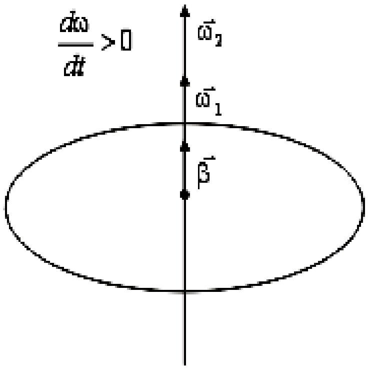


Рисунок 1.8а

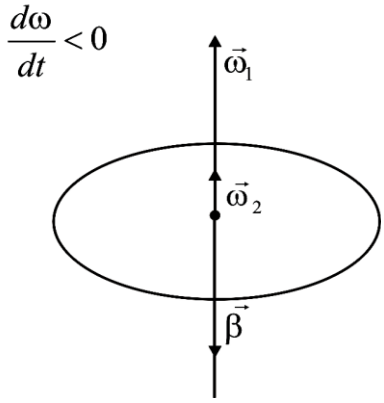


Рисунок 1.8б

Зв'язок між кутовими та лінійними кінематичними характеристиками

Положення точки М, що рухається по колу (рис. 1.9) визначається радіусом – вектором $\vec{r}$, проведеним із початку координат O , що міститься на осі початку обертання, в точку М.

У випадку, коли точки 1 та 2 нескінченно близькі одна до одної вектор лінійного переміщення:

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \times \vec{r}]. \qquad (1.11)$$

Модуль переміщення:

$$|d\vec{r}| = |d\vec{\varphi}| R,$$

де $d\varphi$- модуль кутового переміщення (кут повороту); R- модуль вектора $\vec{R}$, ортогональний до осі обертання й проведений від неї до точки М:

$$R = r\sin\alpha.$$

Тоді

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = [\frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r}] = [\vec{\omega} \times \vec{r}].$$

Лінійна швидкість точки М (рис. 1.9):

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]. \qquad (1.12)$$

Модуль лінійної швидкості:

$$|\vec{\upsilon}| = \omega r \sin\alpha = \omega R.$$

Лінійне прискорення будь-якої точки М тіла, що обертається:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{\omega} \times \vec{r}] = [\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}] + [\vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}] = [\vec{\beta} \times \vec{r}] + [\vec{\omega} \times \vec{\upsilon}] = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

При обертанні від $\vec{\beta}$ до $\vec{r}$ (доцентрове) прискорення $\vec{a}_\tau$ спрямоване по дотичній (рис. 1.10); нормальне (доцентрове) прискорення спрямоване по R до центра (рис. 1.11).

Модуль тангенціального прискорення:

$$|\vec{a}_\tau| = |[\vec{\beta} \times \vec{r}]| = \beta r \sin\alpha = \beta R. \qquad (1.13)$$

Модуль нормального прискорення:

$$|\vec{a}_n| = |[\vec{\omega} \times \vec{\upsilon}]| = \omega\upsilon\sin\alpha = \omega\vec{\upsilon}\sin 90^o = \omega\upsilon = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (1.14)$$

Повне прискорення:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\beta^2 + \omega^4}.$$

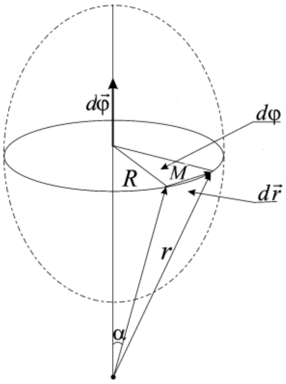


Рисунок 1.9

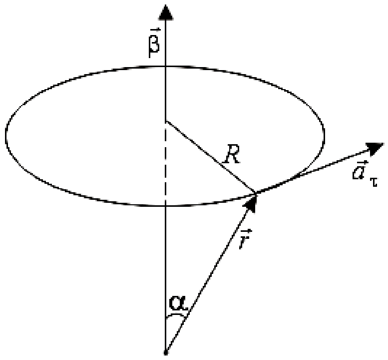


Рисунок 1.10

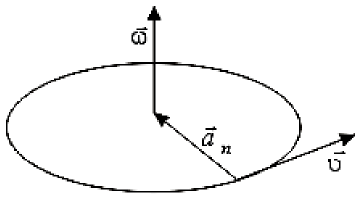


Рисунок 1.11

Основне рівняння кінематики обертального руху

Як і при поступальному русі, основною задачею кінематики є визначення положення тіла, що рухається, у будь який момент часу. Цю задачу вирішує рівняння:

$$\vec{\varphi}(t) = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\beta} t^2}{2}, \tag{1.15}$$

де $\vec{\varphi}_0, \vec{\omega}_0$ - начальні значення кута повороту та кутової швидкості відповідно.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 1.1. Кінематика

1. Дати визначення механічної системи.
2. Дати визначення нормальному прискоренню.
3. Дати визначення поступальному руху.
4. Запишіть кінематичне рівняння поступального руху.
5. Дати визначення обертального руху.
6. Що називається лінійним переміщенням?
7. Дати визначення кутовому переміщенню. Його зв'язок з лінійним переміщенням.
8. Чим задається положення матеріальної точки?
9. Дати визначення лінійної швидкості (миттєвої й середньої).
10. Дати визначення кутовому прискоренню.
11. Дати визначення лінійному прискоренню (миттєвому й середньому).
12. Запишіть кінематичне рівняння обертального руху.
13. Дати визначення тангенціальному прискоренню.
14. Як повне прискорення пов'язане з нормальним і тангенціальним?

1.2. Динаміка

1.2.1 Основні динамічні характеристики поступального руху

Динаміка - *розділ механіки, що вивчає рух, як результат взаємодії.* Мірою взаємодії є сила.

Сила

Сила *– векторна величина , яка характеризує міру взаємодії між тілами або тілом і полем.*

Різні типи взаємодії у природі описуються різними видами сил у механіці:

1. Електромагнітна взаємодія → 1. Сила тертя
   2. Сила пружності
2. Гравітаційна взаємодія → 3. Сила тяжіння

Таким чином у механіці розглядаються три види сил: тертя, пружності та тяжіння.

Властивості поняття сили

1. Сила породжується ***двома*** об'єктами: двома тілами, або тілом та полем.
2. Сила повністю визначена, якщо задані її модуль (величина), напрямок дії в просторі та точка прикладання. Пряма, вздовж якої спрямована сила називається лінією дії сили.
3. Одночасно дія на матеріальну точку (тіло) декількох сил еквівалентна дії однієї сили, яка є геометричною сумою всіх сил і називається *рівнодіючою силою:*

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i \tag{1.16}$$

4. $[F]$=1 Н (Ньютон) .

Маса тіла

Як показують досліди, швидкість тіла не можна змінити миттєво. Тіло протидіє спробі змінити стан його руху. Ця властивість тіл називається ***інерцією*** *– властивість тіл зберігати свій стан спокою або руху.*

Маса *– міра інерції, міра гравітаційних властивостей тіла*. Визначити масу тіла можна методом порівняння з еталоном маси при взаємодії тіл. У механіці Ньютона маса має наступні ***властивості***:

- додатна (m>0),
- адитивна ($m=\Sigma m_i$),
- стала ($m=const$ – закон збереження мас)
- $[m]$=1 кг.

Імпульс

Третьою динамічною характеристикою поступального руху є імпульс.

Стан руху матеріальної точки в інерціальній системі відліку характеризується двома фізичними величинами: швидкістю ($\vec{\upsilon}$) та здатністю зберігати цю швидкість – інерцією, мірою якої є маса (m). Але зручніше кількісно характеризувати рух однією більш універсальною величиною - *кількістю руху, що називається* ***імпульсом:***

$$\vec{p}_i = m_i\vec{\upsilon}_i\,, \tag{1.17}$$

де m_i – маса матеріальної точки, υ_i – її швидкість.

Властивості імпульсу:

1. Імпульс системи, яка складається із n матеріальних точок, дорівнює геометричній сумі імпульсів усіх матеріальних точок, що входять до системі:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\vec{\upsilon}_i \tag{1.18}$$

і називається ***результуючим імпульсом системи.***

2. Імпульс зберігається (підпорядковується закону збереження).
3. $[p]$=1 кг·м/с

Центр мас системи

При розгляданні поступального руху система матеріальних точок (або тіло) замінюється матеріальною точкою, яка називається центром мас. *Центр мас (центр інерції) системи матеріальних точок (рис.1.12) – це точка, положення якої задається радіусом-вектором* $\vec{r}$ *і визначається за формулою:*

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_{21} + \ldots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i-1}^{n} m_i\,\vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M}\sum_{i-1}^{n} m_i\,\vec{r}_i\,, \tag{1.19}$$

Де m_i, r_i, M – маси, радіуси-вектори матеріальних точок та маса всієї системи відповідно.

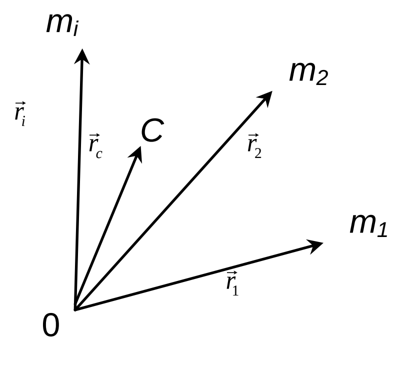


Рисунок 1.12

Координати центра мас:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

Фізичний зміст центру мас – це точка, де зосереджена уся маса системи (тіла), до якої прикладені сили та результуючий імпульс.

1.2.2. Основні динамічні характеристики обертального руху

З простіших експериментів неважко переконатися, що динамічні характеристики поступального руху (сила, маса, імпульс) не придатні для опису обертального руху. Наприклад, при відкритті двері важливу роль грає не тільки сила, а й точка її прикладання.

Момент сили

При обертальному русі *мірою взаємодії є* ***момент сили.***

Якщо на матеріальну точку масою m діє сила $\vec{F}$ (рис.1.13), то *моментом сили* $\vec{F}$ *відносно нерухомої точки О називається векторний добуток радіуса-вектора* $\vec{r}$*, що проведений з початку О до точки, в якій розташована частинка масою* m (тобто до точки прикладання сили $\vec{F}$) на саму цю силу:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]; \qquad (1.20)$$

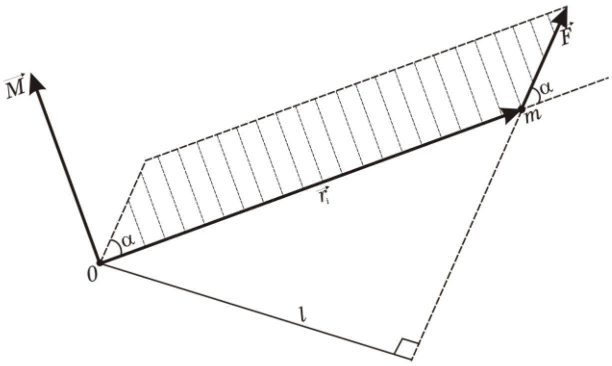


Рисунок 1.13

Вектор $\vec{M}$ напрямлений перпендикулярно площині векторів $\vec{r}$ і $\vec{F}$ за правилом правого гвинта. Модуль моменту сили:

$M = Fr\sin\alpha = Fl$;

де α - кут між векторами $\vec{r}$ і $\vec{F}$, l=$r$sinα - *плече сили* дорівнює довжині перпендикуляра, що опущений з точки О на лінію дії сили.

Властивості моменту сили:

1. Величина відносна, оскільки залежить від вибору осі обертання.
2. Сумується векторно, тобто, якщо на частинку діє кілька сил, то ***результуючий момент*** *усіх сил відносно точки О дорівнює геометричній сумі моментів складових сил відносно тієї ж точки:* $\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i$.
3. [M]=1 Н·м.

Момент інерції матеріальної точки відносно осі

Друга динамічна характеристика обертального руху – ***момент інерції*** *є мірою інерції тіла (або матеріальної точки) при обертальному русі.*

Величина J_i*, що дорівнює добутку маси матеріальної точки* m_i *на квадрат найкоротшої відстані цієї точки до осі, називається моментом інерції матеріальної точки відносно осі:*

$$J_i = m_i R_i^2 . \qquad (1.21)$$

Момент інерції системи матеріальних точок

Момент інерції – величина адитивна , тому *момент інерції матеріальних точок відносно осі дорівнює сумі добутків їх мас на квадрат їх відстані до осі:*

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i R_i^2 . \qquad (1.22)$$

Момент інерції твердого тіла відносно осі

Якщо тверде тіло уявити як систему елементарних матеріальних точок масою dm, то момент інерції буде дорівнювати:

$$J = \int r^2 dm ,$$

де r - довжина перпендикуляру, проведеного від точки з елементарною масою dm до осі обертання, $dm=\rho dV$, де ρ – густина матеріалу тіла, dV – елементарний об'єм, тоді

$$J = \int_V \rho r^2 dV \quad .$$

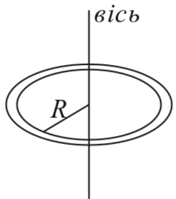
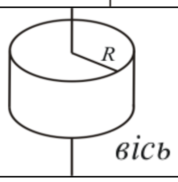
Властивості поняття момент інерції:

1. Величина відносна (залежить від вибору осі обертання).
2. Адитивність.
3. [J] = 1кг·м^2.

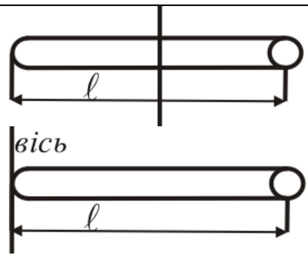
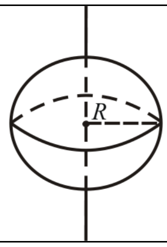
Момент інерції тіл обертання

Для тіл правильної форми (тіл обертання) момент інерції відносно осі симетрії можна розрахувати. Опускаючи процедуру розрахунку, наведемо результати для найбільш поширених у механіці тіл:

Таблиця 1.1

Тіло		Момент інерції
1. Тонке кільце радіусом R		mR^2
2.Суцільний циліндр(диск) радіусом R		$\frac{1}{2}mR^2$

Продовження Таблиці 1.1

3. Тонкий стержень довжиною l		$\frac{1}{12}ml^2$ $\frac{1}{3}ml^2$
4. Тверда куля радіусом R		$\frac{2}{5}mR^2$

Теорема Штейнера

Часто буває, що треба розрахувати момент інерції тіла відносно осі, що не проходить через центр мас. В цьому випадку зручно застосувати *теорему про паралельний перенос осі обертання- теорему Штейнера:*

Момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі: моменту інерції J_c тіла відносно осі паралельній даній, що проходить через центр мас, і добутку маси тіла на квадрат відстані a між осями.

$$J = J_c + ma^2 . \qquad (1.23)$$

Ілюстрацією може служити випадок, показаний вище у таблиці (п.3): якщо вісь обертання для стержня змістити відносно осі симетрії на *l/2*, то по теоремі Штейнера отримаємо:

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2 .$$

Третьою характеристикою динаміки обертального руху, що є *мірою кількості руху* використовується **момент імпульсу.**

Момент імпульсу частинки

Моментом імпульсу частинки відносно точки О (рис. 1.14) називається вектор $\vec{L}_i$, *що дорівнює векторному добутку векторів* $\vec{r}_i$ *і* $\vec{p}_i$

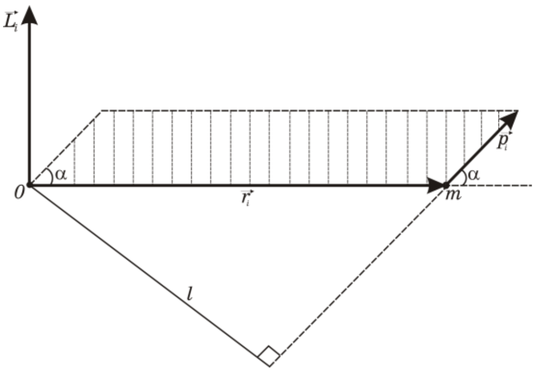


Рисунок 1.14

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i] \qquad (1.24)$$

Модуль цієї величини:

$$L_i = r_i p_i \sin\alpha = l_i p_i;$$

де α - кут між векторами $\vec{r}_i$ і $\vec{p}_i$ (вектори повинні виходити з однієї точки; їх можна переносити тільки вздовж лінії їх дії).

$l_i = r_i \sin\alpha$ - довжина перпендикуляра, спущеного з точки O на лінію подовження напрямку імпульсу $\vec{p}$.

Модуль моменту імпульсу чисельно дорівнює площі паралелограма, побудованого на векторах $\vec{r}_i$ і $\vec{p}_i$ як на сторонах.

Момент імпульсу твердого тіла, що обертається з кутовою швидкістю ω, дорівнює:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \qquad (1.25)$$

Властивості поняття момент імпульсу:

1. Для системи матеріальних частинок (або тіл) **результуючий момент імпульсу** визначається *векторною сумою моментів імпульсів окремих частинок*

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i .$$

2. $\vec{L}$ - відносна величина, бо залежить від вибору осі обертання.
3. Зберігається (підпорядковується закону збереження).
4. $[L]$=1 кг·м^2/с.

1.2.3. Основний закон динаміки поступального та обертального рухів. Закони Ньютона.

Механічна система

Сукупність матеріальних точок (тіл), що розглядається як єдине ціле, має назву *механічної системи.* Сили, що є наслідком взаємодії матеріальних точок механічної системи – *внутрішні*. Сили, з якими зовнішні тіла діють на матеріальні точки механічної системи – *зовнішні.*

Основний закон динаміки поступального руху

Цей закон формулюється наступним чином: ***зміни результуючого імпульсу системи тіл дорівнює рівнодіючої зовнішніх сил, що діють на систему.***

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}\,. \qquad (1.26)$$

де

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,зовн}\,.$$

Основний закон динаміки обертального руху

Замінюючи величини поступального руху на їх аналогії з обертального руху, одержимо ***основний закон динаміки обертального руху***

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,. \qquad (1.27)$$

Швидкість зміни результуючого моменту імпульсу системи тіл дорівнює результуючому моменту імпульсу зовнішніх сил, що діють на систему.

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i^{\,зовн}\,.$$

Окремими випадками основного закону динаміки є закони Ньютона.

Перший закон Ньютона

Будь-яке тіло (частинка) зберігає свій стан спокою або прямолінійного рівномірного руху доти, якщо на нього не діють інші матеріальні об'єкти, або їх дія скомпенсована.

Цей закон стверджує, що для підтримання спокою або рівномірного й прямолінійного руху тіло не потребує жодних зовнішніх впливів, що стан спокою й рівномірного прямолінійного руху – динамічно еквівалентні.

Другий закон Ньютона

Розглянемо рух матеріальної точки під впливом зовнішніх сил. У зв'язку з тим, що маса не залежить від швидкості й від часу, основний закон динаміки поступального руху можна записати так:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{a} = \vec{F}\,.$$

Відповідне формулювання *другого закону Ньютона:*

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} \qquad (1.28)$$

прискорення матеріальної точки ($\vec{a}$) пропорційне рівнодіючої зовнішніх сил $\vec{F}$ та обратно пропорційне масі її m.

Аналогічним чином можна з основного закону динаміки обертального руху отримати другий закон Ньютона для обертального руху

$$J\vec{\beta} = \vec{M}_{зовн} \qquad (1.29)$$

Третій закон Ньютона

Сили, з якими діють одне на одне тіла, що взаємодіють, дорівнюють одна одній за величиною, протилежні за напрямком та діють уздовж прямої, яка з'єднує ці тіла: $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$, тобто всякій дії є протидія.

Третій закон Ньютона стверджує, що сили виникають парами і є силами однієї природи. Вони прикладені до різних матеріальних точок (тіл), тому не урівноважують одна одну(рис 1.15):

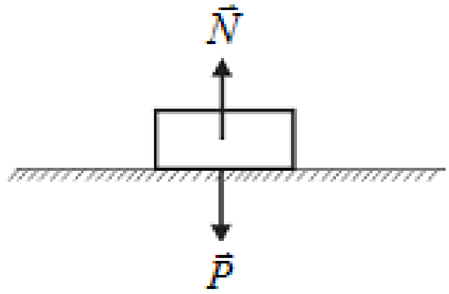


Рисунок 1.15

$$\left|\vec{P}\right| = \left|\vec{N}\right|,$$

де $\vec{P}$ – вага тіла (або сила нормального тиску $\vec{F}_{н.т.}$) прикладена до опори; $\vec{N}$ – сила нормальної реакції опори.

Із третього закону Ньютона випливає, що в будь-якій механічній системі геометрична сума всіх внутрішніх сил дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik} = 0. \qquad (1.30)$$

Межі застосування законів Ньютона

Окрім всесвітніх законів збереження (імпульсу, моменту імпульсу, енергії) усі інші закони мають певні межі застосування. Межею застосування законів Ньютона є **інерціальні системи відліку *(ІСВ)*** – *система відліку, що покоїться, або рухається прямолінійно та рівномірно відносно головної ІСВ*, тілом відліку якої є Сонце (геліоцентрична). На практиці у якості головної ІСВ використовують систему відліку, пов'язану із Землею (геоцентричну). Відносно її можна нарахувати коло нас безліч ІСВ, пов'язаних з тілами, що або покояться, або рухаються рівномірно та прямолінійно відносно поверхні Землі.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 1.2. Динаміка

1. Що таке інерціальна система відліку ? Навести приклад.
2. Що таке імпульс?
3. Що таке маса? Властивості цього поняття.
4. Основний закон динаміки поступального руху. Приклад його застосування.

5. Що таке центр мас? Для чого використовується це поняття?
6. Перший закон Ньютона. Приклад його застосування.
7. Що таке сила? Властивості цього поняття.
8. Другий закон Ньютона. Приклад його застосування.
9. Третій закон Ньютона. Приклад його застосування.
10. Що таке момент сили? Пояснити малюнком.
11. Що таке момент інерції матеріальної точки? Тіла?
12. Що таке момент імпульсу матеріальної точки? Тіла?
13. Другий закон Ньютона для обертального руху.
14. Основний закон динаміки обертального руху.

1.3. Закони збереження

1.3.1. Закони збереження імпульсу та моменту імпульсу.

Закон збереження імпульсу

Розглянемо основний закон динаміки поступального руху (1.26) з позицій відповіді на питання: при якій умові результуючий імпульс буде постійним (не змінюватися з часом)?

Із формули закону $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ очевидно: якщо $\vec{p} = const$, то $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, тобто $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{зовн}$ - рівнодіюча зовнішніх сил повинна дорівнювати 0.

Механічна система, на яку не діють зовнішні сили, або дія яких скомпенсована, є ***замкненою системою.***

Тоді вираз

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_i = const \tag{1.31}$$

є співвідношенням для закону збереження імпульсу.

Це твердження складає зміст закону збереження імпульсу - ***імпульс замкненої системи матеріальних точок (тіл) у процесі руху не змінюється.*** Він може лише *перерозподілятися.*

Закон збереження імпульсу є наслідком *однорідності простору*. Вона проявляється в тім, що фізичні властивості замкненої системи та закону її руху не залежать від вибору положення початку координат системи відліку.

Цей закон є фундаментальним законом природи і має необмежені межі застосування.

Закон збереження моменту імпульсу

Аналогічно з основного закону динаміки обертального руху (1.27) можна отримати закон збереження моменту імпульсу - ***якщо результуючий момент зовнішніх сил відносно нерухомої точки О дорівнює нулю, то момент імпульсу системи матеріальних точок відносно тієї ж точки залишається сталим з часом.***

$$\vec{M}_{зовн} = 0; \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0; \qquad \vec{L} = const. \tag{1.32}$$

Момент імпульсу системи не змінюється внаслідок дії моментів внутрішніх сил, які можуть викликати тільки зміну моментів імпульсу окремих тіл, але повний момент імпульсу системи залишається незмінним.

Закон збереження моменту імпульсу пов'язаний з ізотропністю простору і також є фундаментальним законом природи і не має меж застосування.

Окремий випадок застосування закону збереження моменту імпульсу – *для твердого тіла* (1.25):

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = const \qquad (1.33)$$

Враховуючи, що $J = const$ за означенням, з (1.33) отримаємо:

$$\vec{\omega} = const \qquad (1.34)$$

Тобто якщо діючі на тіло моменти сил скомпенсовані, то воно буде *зберігати кутову швидкість обертання постійною як за модулем, так і за направленням.*

Це явище використовується у спеціальних приладах – *гіроскопах.* Простіший механічний гіроскоп уявляє собою масивне тіло, вісь обертання якого має три ступені свободи. При будь-якій зміні положення основи конструкції напрямок обертання вісі зберігається. Це можна використовувати як компас, або для стабілізації ствола гармати у процесі руху.

1.3.2. Енергія і робота. Кінетична енергія.

Енергія

Рух – невід'ємний стан матерії. У фізиці вводять поняття ***енергії*** *(E) – скалярної фізичної величини, яка є кількісною характеристикою різних форм руху матерії і відповідних їй взаємодій. Енергія являється одним з фундаментальних понять.*

З різними формами руху матерії пов'язані *різні види енергії – механічна, теплова, енергія магнітного поля, хімічна, ядерна та ін.*

Властивості поняття енергії:

1. Належить усім матеріальним об'єктам – і речовині, і полю.
2. Є інтегральною характеристикою, тобто для системи тіл складається

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i .$$

3. Зберігається (підпорядковується закону збереження).
4. [E]=1 Дж.

Види енергії в механіці

В механіці розрізняють два види енергії – кінетичну (T) та потенціальну (W). Повна механічна енергія складається з їх суми:

$$E = T + W. \qquad (1.35)$$

Робота сили

Робота (A) – *скалярна фізична величина, що є мірою зміни енергії тіла в процесі взаємодії з іншими тілами.* Елементарна робота сили $\vec{F}$ (на елементарному переміщенні $d\vec{r}$) визначається формулою

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = F dr \cos\alpha = F_r dr , \qquad (1.36)$$

де α- кут між векторами $d\vec{r}$ і $\vec{F}$, F_r - проекція вектора $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$ (рис.1.16).

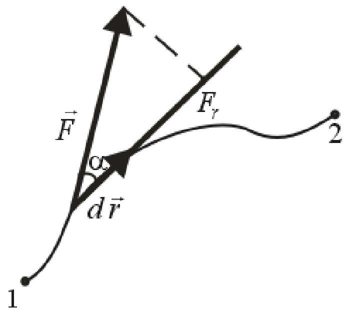


Рисунок 1.16

Робота на ділянці траєкторії 1-2 дорівнює інтегралу:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F \cos\alpha dr = \int_1^2 F_r dr \qquad (1.37)$$

Властивості поняття роботи:

1. Величина δA – алгебраїчна (скалярна); якщо $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ δA –додатна величина; при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ елементарна робота від'ємна; (робота сил опору), коли $\alpha = \frac{\pi}{2}$, δA=0 (в цьому випадку $\vec{F} \perp d\vec{r}$), (випадок, коли сила відіграє роль доцентрової сили).

2. Сумарна робота декількох сил дорівнює роботі їх рівнодіючої сили $dA = \sum_{i=1}^{n} (\vec{F}_i \cdot d\vec{r}) = \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \right) d\vec{r} = \vec{F} d\vec{r}$.

3. $[A]$=1Дж.

Робота при обертанні твердого тіла

Елементарна робота, яку виконує сила $\vec{F}$, що прикладена до тіла, дорівнює:

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = F_\tau dr = RF_\tau d\varphi = M_z d\varphi = \vec{M} d\vec{\varphi}. \qquad (1.38)$$

Робота при повороті на кут $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ дорівнює:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \vec{M} d\vec{\varphi}. \qquad (1.39)$$

Потужність

Для характеристики швидкості, з якою виконується робота, застосовується фізична величина *потужність, це величина роботи, виконаної за одиницю часу*

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Якщо потужність з часом змінюється, то інтенсивність виконання роботи характеризується *миттєвою потужністю*:

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{\upsilon}.$$

Тобто миттєва потужність дорівнює скалярному добутку вектора сили на вектор миттєвої швидкості, з якою рухається частинка. Як і робота, потужність – величина алгебраїчна. Знаючи потужність сили, можна знайти роботу, яку здійснює сила за проміжок часу t:

$$A_{12}=\int_1^2 \vec{F}d\vec{r}=\int_0^t \vec{F}\vec{\upsilon}dt=\int_0^t Pdt .$$

Одиницею потужності в СІ є Ват (Вт). Потужність в один ват – це така величина потужності, коли сила F за 1 секунду виконує роботу в один джоуль:

1Вт=1Дж/1с.

Практично часто користуються такими одиницями як гектоват, кіловат, мегават. Зв'язок між наведеними одиницями такий: 1 гВт=10^2 Вт, 1 кВт=10^3 Вт, 1 МВт=10^6 Вт.

Поняття кінетичної енергії

Кінетична енергія *– це енергія тіла, що рухається, яка чисельно дорівнює роботі, що потрібно здійснити для зупинки тіла:*

$$T=\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right). \qquad (1.40)$$

Властивості поняття кінетичної енергії:

1. Згідно з (1.40) T завжди позитивна.
2. T – величина відносна, оскільки згідно принципу відносності руху υ залежить від обрання системи відліку.
3. $[T]$ = 1 Дж.

Кінетична енергія при обертальному русі

Використовуючи аналогію між динамічними характеристиками поступального та обертального рухів, з формули (1.40) можна одержати вираз для **кінетичної енергії при обертальному русі:**

$$T=\left(\frac{J\omega^2}{2}\right). \qquad (1.41)$$

Якщо рух складний, тобто його можна уявити як накладання двох видів руху – поступального та обертального, то згідно інтегральності поняття енергії, кінетичну енергію можна уявити як суму енергій поступального і обертального рухів:

$$T=\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)+\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) \qquad (1.42)$$

де υ – швидкість поступального руху центра обертання.

1.3.3. Консервативні сили. Потенціальна енергія.

Стаціонарне силове поле

Якщо на частинку в кожній точці простору діє сила, яка змінюється у просторі за деяким законом, то це означає, що частинка перебуває у полі сили, наприклад, в полі сили тяжіння Землі або в полі сил опору в потоці рідини(газу). В умовах, коли *сила в кожній точці силового поля не залежить від часу, це поле називають стаціонарним*. В цьому випадку сила залежить тільки від положення частинки. Очевидно, що силове поле, стаціонарне в одній системі відліку, в іншій може виявитись нестаціонарним.

Потенціальне поле. Консервативні та неконсервативні сили

Робота, яку виконують сили поля при переміщені частинки з точки 1 в точку 2, в загальному випадку залежить від шляху. Але серед стаціонарних силових полів є такі, в яких робота не залежить від шляху, а залежить лише від положення цих точок. Такі поля називають *потенціальними*, а сили – *консервативними*.

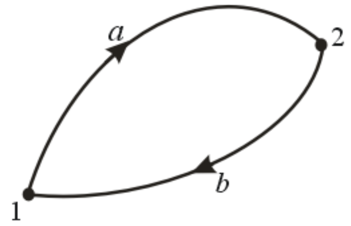


Рисунок 1.17

В потенціальному полі роботу консервативних сил по замкнутому шляху можна поділити на дві довільні частини (рис.1.17) 1*a*2 і 2*b*1.

Зважаючи на те, що поле потенціальне, $A_{1a2}=A_{1b2}$. З іншого боку - $A_{1a2}=A_{2b1}$, звідки $A_{1a2}+A_{2b1}=A_{1a2}-A_{1b2}=0$. Якщо робота сил поля по замкнутому шляху дорівнює нулю, то робота цих сил на шляху між довільними точками 1 і 2 не залежить від форми шляху – поле потенціальне. Таким чином, *для консервативних сил можна навести два визначення: як сил, робота яких не залежить від форми траєкторії частинки, а залежить лише від початкового і кінцевого її положення; як сил, робота яких по замкнутому шляху дорівнює нулю, тобто умова консервативності сили:*

$$\oint_l \vec{F}d\vec{l} = 0\,. \qquad (1.43)$$

Не важко переконатися, що із трьох сил в механіці консервативними є сили пружності та тяжіння, а сила тертя – неконсервативна.

Потенціальна енергія

Потенціальна енергія (W) – це енергія тіла (системи тіл), яка обумовлена його взаємодією із зовнішніми тілами. Математичним визначенням W є формула:

$$W = -A_{к.с.} \qquad (1.44)$$

де $A_{к.с.}$ – робота консервативних сил по переведенню тіла (системи) із початкового (нульового положення в дане.

Під початковим (нульовим) положенням розуміється стан, у якому $W = 0$.

Отже, ***потенціальна енергія*** *– це енергія, нерухомого тіла (системи тіл), обумовлена його взаємодією з іншими тілами.*

Властивості поняття потенційної енергії:

1. W величина відносна, бо значення потенціальної енергії залежить від вибору початкового положення системи. При заміні одного початку відліку на інший потенціальна енергія змінюється на сталу величину, тобто вона визначається не однозначно, а з точністю до довільної сталої.
2. Потенційна енергія визначає *умови стійкого стану тіла* (системи тіл) див.нижче.
3. $[W]$=1 Дж.

Види потенційної енергії в механіці

В механіці розглядають три види потенційної енергії:

- потенціальна енергія частинки m_1 в гравітаційному полі, створеному частинкою m_2:

$$W_p(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r};$$

де G – гравітаційна стала, r – відстань між частинками;

- потенціальна енергія частинки в полі пружних сил:

$$W_p(x) = \frac{kx^2}{2};$$

де k – коефіцієнт пружності, x – деформація;

- потенціальна енергія частинки в полі тяжіння $W_p = mgh$, де h – висота підйому тіла над поверхнею Землі, енергія відраховується від поверхні Землі, де $W_p = 0$.

Зв'язок сили з потенційною енергією

Консервативна сила пов'язана з потенційною енергією градієнтним зв'язком:

$$\vec{F} = -gradW. \tag{1.45}$$

Часто цю формулу записують у вигляді:

$$\vec{F} = -\nabla W_p, \tag{1.46}$$

$\nabla = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k}\right)$, де ∇ - оператор Гамільтона (він же є градієнтом).

Отже, *сила, яка діє на частинку в потенціальному полі, дорівнює взятому зі знаком мінус градієнту потенціальної енергії цієї частинки в даній точці поля.*

Знак мінус вказує на те, що напрямки сили і градієнта потенціальної енергії протилежні. *Вектор сили напрямлений у бік максимального зменшення потенціальної енергії* (рис.1.18).

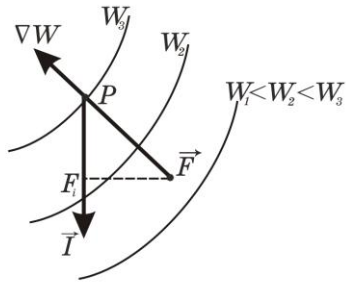


Рисунок 1.18

Принцип стійкості системи

Система тіл (або тіло) знаходиться у стійкому стані, якщо її потенційна енергія має найменше значення із можливих. Наприклад, куля у ямці має найбільш стале положення (у порівнянні з кулею на горі або площині) завдяки меншому значенню потенційної енергії $W=mgh$.

Принцип справедливий не тільки у механіці, але й для любих систем.

1.3.4. Загальний закон збереження енергії. Закон збереження механічної енергії.

Загальний закон збереження енергії

В ізольованій системі тіл енергія передається від одного тіла до другого, перетворюється з одного виду у інший, але її загальна кількість залишається незмінною.

Під ізольованою системою розуміється система тіл, яка не обмінюється енергією із зовнішніми тілами.

Закон збереження і перетворення енергії є одним з основних законів природи і носить *характер заборони*: неможливі процеси, під час яких порушується цей закон, неможливе створення вічного двигуна першого роду, який постійно виконував би роботу без споживання енергії ззовні.

Закон збереження механічної енергії

Повна механічна енергія консервативної системи тіл залишається сталою – закон збереження механічної енергії.

$$E=T+W=const.$$

Під консервативною розуміється система, на тіла якої діють тільки консервативні сили. Як було показано вище неконсервативною силою у механіці є сила тертя. Таким чином механічна енергія буде зберігатися, якщо у системі відсутнє тертя, чого, як видно, не може бути.

На практиці цим законом можна користуватися при умові

$$F_{тертя} \to 0,$$

тобто коли тертям можна знехтувати.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 1.3. Закони збереження:

1. Що таке енергія? Яким об'єктам вона властива?
2. Що таке потенційна енергія?
3. Що таке робота? Властивості цієї величини.
4. Що таке 1 Джоуль?
5. Що таке повна механічна енергія?
6. У якому випадку робота сили негативна?
7. Умова стану стійкої рівноваги системи.
8. Що таке кінетична енергія? Властивості цієї величини.
9. У якому випадку робота сили на кінцевому шляху дорівнює нулю?
10. Які сили називаються консервативними? Приклади таких сил.
11. Загальний закон збереження енергії.
12. Закон збереження енергії в механіці.
13. Закон збереження імпульсу. Навести приклади.
14. Закон збереження моменту імпульсу. Навести приклади.

Лекція № 4 **Тема: Електричне поле у вакуумі**

2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Електростатика – розділ учення про електрику, в якому вивчаються взаємодії та властивості систем електричних зарядів, нерухомих відносно вибраної інерціальної системи відліку.

2.1.Електричне поле у вакуумі

2.1.1 Природа електрики. Закон Кулона

Одним із фудаментальних понять фізики й основним поняттям учення про електрику є *електричний заряд*. *Електричний заряд* є внутрішньою характеристикою деяких елементарних матеріальних частинок, яка зумовлює електромагнітний тип взаємодії. Він не існує поза носіями заряду та є джерелом і об'єктом дії електростатичного поля.

Властивості електричного заряду

1. Існує два типи заряду. Умовно їх назвали позитивними (+) та негативними (-). Однойменно заряджені тіла відштовхуються, а різнойменно заряджені – притягуються.
2. Заряд є величиною *дискретною* (заряд квантується).
3. Елементарний заряд – найменший заряд, який існує в природі. Негативний елементарний заряд e_0^- має електрон, позитивний елементарний заряд e_0^+ – протон. Заряд будь-якого тіла є величиною кратною елементарному заряду.

$q = \pm N \cdot e_0$ (N=1,2,3…), e_0=1,601·10^{-19} Кл.

Для макроскопічних тіл і зарядів можна вважати, що заряд змінюється безперервно.

4. [q] = 1 Кл.

Електризація тіл

У будь-якому електронейтральному тілі кількість елементарних негативних зарядів дорівнює кількості елементарних позитивних. Тіл, які б не мали ніяких зарядів, у природі не існує. Електричні заряди позитивні та негативні з`являються та зникають одночасно (парами).

Перетворення незарядженого тіла у заряджене називається ***електризацією***. Електризацію можна здійснити двома засобами:

- надати (зовні) тілу заряди одного знаку (або відібрати);

• під зовнішнім впливом перерозподілити заряди, що існують у тілі, таким чином, щоб позитивні заряди зібрались на одному краю, а негативні – на іншому.

Закон збереження електричного заряду

Закон збереження електричного заряду*: алгебраїчна сума електричних зарядів у електроізольованій системі не змінюється з часом.*

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const.$$

Електроізольована система – це така система, через граничну поверхню якої не можуть проходити заряджені частинки.

В системі можуть виникати нові електрично заряджені частинки, наприклад електрони внаслідок явища іонізації атомів чи молекул, іони за рахунок явища іонізації або електричної дисоціації і таке інше. Але якщо система електроізольована, то алгебраїчна сума зарядів, які виникли завжди дорівнює нулю.

Закон збереження електричного заряду є одним із фундаментальних законів природи.

Точковий електричний заряд – заряд, що його має тіло, розміри якого малі порівняно з відстанями до інших тіл, з котрими він взаємодіє (заряджена матеріальна точка).

Закон взаємодії нерухомих точкових зарядів експериментально встановлено у 1785 р. Кулоном і носить його ім’я.

Закон Кулона

Сила електростатичної взаємодії двох точкових електричних зарядів, що знаходяться у вакуумі, прямо пропорціональна добутку величин цих зарядів q_1 та q_2, обернено пропорціональна квадрату відстані між ними r, та спрямована вздовж прямої, що їх з’єднує.

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \qquad \vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}, \tag{2.1}$$

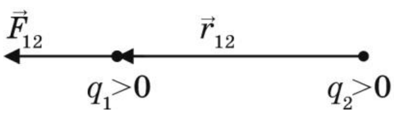


Рисунок 2.1а

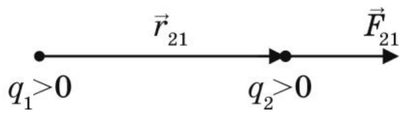


Рисунок 2.1б

де $\vec{F}_{12}$ – сила, що діє на заряд q_1 з боку заряду q_2,

$\vec{r}_{12}$ – радіус-вектор, напрямлений від заряду q_1 до заряду q_2 (рис 2.1а),

$\vec{F}_{21}$ – сила, що діє на заряд q_2 з боку заряду q_1,

$\vec{r}_{21}$ – радіус-вектор, напрямлений від заряду q_2 та q_1 (рис 2.1б).

Напрямок сил визначається знаками зарядів q_1 та q_2 ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$за третім законом Ньютона).

Коефіцієнт k залежить від вибору системи одиниць. У системі Гаусса k=1 і не має розмірності. В системі *СІ* $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, ε_0 – електрична стала ε_0 = $8{,}85 \cdot 10^{12}\ \frac{Ф}{м}$.

У законі Кулона міститься два основних твердження:

– про обернену залежність сили взаємодії від квадрата відстані

– про адитивність дії електричних зарядів. Сила взаємодії двох зарядів не залежить від наявності інших зарядів.

Густина зарядів

Характеристикою неперервного-розподілу зарядів є їх *густина.*

Якщо заряди неперервно-розподілені вздовж лінії, то вводиться *лінійна густина зарядів* τ *:*

$$\tau = \frac{dq}{dl},$$

де dq - заряд малої ділянки лінії dl.

$$[\tau] = 1\frac{Кл}{м}.$$

Якщо електричні заряди неперервно-розподілені по певній поверхні, то *поверхнева густина зарядів* σ:

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

де dq - заряд, розташований на малій ділянці поверхні площею dS.

$$[\sigma] = 1\frac{Кл}{м^2}.$$

При неперервному розподілі зарядів у будь-якому об'ємі *об'ємна густина зарядів* ρ *:*

$$\rho = \frac{dq}{dV},$$

де dq - заряд, який міститься в малому елементі об'ємі dV.

$$[\rho] = 1\frac{Кл}{м^3}.$$

2.1.2.Електричне поле. Напруженість електричного поля

Електричне поле – **вид матерії, яка існує в просторі й часі та через яку здійснюється взаємодія електричних зарядів.** Якщо поле не змінюється у часі, то воно називається **електростатичним** (далі саме воно і розглядається).

Властивості електростатичного поля (ЕПС):

1. ЕПС створюється нерухомими зарядами і виявляється по дії на заряди.
2. ЕПС є потенційним полем (дивись далі).

Напруженість електричного поля

Силовою характеристикою електричного поля є ***вектор напруженості*** $\vec{E}$ **.**

Вектор напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ *дорівнює відношенню сили* $\vec{F}$*, з якою поле діє на одиничний точковий заряд, що міститься в даній точці поля, до величини* q_0 *цього заряду*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \tag{2.2}$$

Властивості напруженості:

1. У загальному випадку у різних точках поля вона різна, тобто *E=f(x,y,z)*. Якщо напруженість однакова електростатичне поле є *однорідним.*
2. [E]=1 В/м (Вольт на метр).

Із формули (2.2) випливає, що сила $\vec{F}$, яка діє з боку електричного поля на будь-який точковий заряд *q*, що знаходиться в цьому полі, дорівнює :

$$\vec{F} = q\vec{E}. \tag{2.3}$$

Напруженість поля, яке утворено точковим зарядом q у вакуумі, згідно з формулами (2.1) та (2.2) дорівнює:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що з’єднує заряд *q* з точкою поля, в якій визначається $\vec{E}$. Якщо $q > 0$ вектор $\vec{E}$ напрямлений по радіус-вектору від заряду (рис 2.2а), якщо *q*<0 – до заряду (рис 2.2б).

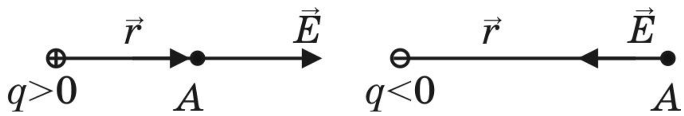


Рисунок 2.2а Рисунок 2.2б

Отже, джерелом електричного поля є нерухомі електричні заряди. Потужність джерела характеризується величиною заряду.

Однорідне електричне поле – поле, в кожній точці якого напруженість $\vec{E}$ однакова за величиною та напрямком. Якщо $\vec{E}$ не змінюється з часом – однорідне поле є *стаціонарним (або постійним).* Поле точкового заряду неоднорідне.

Силові лінії

Для графічного зображення електричних полів застосовують метод силових ліній (ліній напруженості).

Силові лінії *– уявні лінії, дотична до яких в кожній точці поля збігається з напрямком вектора напруженості поля в цій точці.*

Властивості силових ліній:

1. Силові лінії від одного джерела ніде не перетинаються тому, що вектор $\vec{E}$ в кожній точці має лише один напрямок.
2. Силові лінії однорідного поля паралельні та знаходяться одна від одної на однакових відстанях.
3. Густина силових ліній характеризує величину напруженості.
4. Силові лінії починаються на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних, або у нескінченності (так умовились).

Принцип суперпозиції електричних полів

Основна задача електростатики може бути сформульована наступним чином: за заданими розподілом у просторі джерел поля та їх потужності (електричних зарядів) – знайти значення вектора напруженості $\vec{E}$ в усіх точках поля. Ця задача вирішується на основі **принципу суперпозиції електричних полів**: *напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює геометричній сумі напруженостей полів, утворених кожним із цих зарядів окремо, тобто*

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + ... + \vec{E_n}. \tag{2.4}$$

У просторі заряди розподіляються або *дискретно*, або *неперервно*.

- У випадку дискретного розподілу зарядів

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i},$$

де $\vec{E_i}$ - напруженість, яку створює і-тий заряд у заданній точці поля; n - число дискретних зарядів, що входять до складу системи.

- Напруженість електричного поля, яка створюється системою точкових нерухомих зарядів $q_1, q_2, q_3, ...q_n$, є :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r_i},$$

де $\vec{r_i}$ – радіус-вектор, проведений від точкового заряду q_i в точку поля, що розглядається.

- Напруженість електричного поля утвореного неперервно-розподіленими зарядами за принципом суперпозиції дорівнює :

$$E_x = \int dE_x\ ; \quad E_y = \int dE_y\ ; \quad E_z = \int dE_z \tag{2.5}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}\ .$$

Оскільки операція інтегрування скалярна, то результуючу напруженість доводиться знаходити через її проекції на вісі координат.

Лекція № 5 **Тема: ЕП у вакуумі**
ЕП у діелектриках

2.1.3. Теорема Гауса. Циркуляція вектора $\vec{E}$

Потік вектора напруженості

Розглянемо поле вектора напруженості. Оскільки густина ліній напруженості дорівнює модулю вектора $\vec{E}$, то число ліній, що пронизують елементарну площадку *dS*, нормаль $\vec{n}$ якої утворює з вектором $\vec{E}$ кут α., буде дорівнювати $EdS\cos\alpha = E_n dS$, де E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на напрямок вектора $\vec{n}$ (рис2.3).

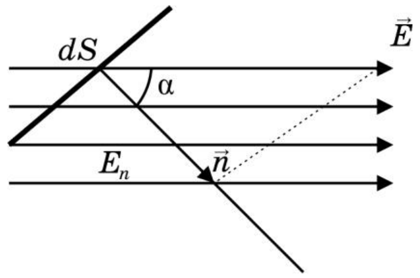


Рисунок 2.3

Елементарним потоком вектора напруженості електростатичного поля *є кількість силових ліній* крізь ділянку поверхні, площа якої $d\vec{S}$

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S}.$$

Визначимо вектор $d\vec{S}$, модуль якого дорівнює величині площі *dS*, а напрямок збігається з напрямком нормалі до площини $\vec{n}$.

$$d\vec{S} = dS\vec{n}$$

Тоді
$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = E\cdot dS\cdot\cos\alpha \qquad (2.6)$$

Потік вектора напруженості Φ ***через поверхню S*** дорівнює алгебраїчній сумі потоків крізь елементарні поверхні *dS*, які складають всю поверхню *S*:

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S EdS\cos\alpha \qquad (2.7)$$

Всі одиничні вектори $\vec{n}$ повинні бути напрямлені в один бік відносно поверхні *S*.

Властивості потоку вектора $\vec{E}$:

1. Потік вектора напруженості Φ_E – *алгебраїчна величина*, тому він залежить не тільки від конфігурації поля $\vec{E}$, а й від вибору напрямку нормалі $\vec{n}$. Для замкнених поверхонь за позитивний напрямок нормалі вибрано саме зовнішню нормаль, тобто нормаль, що напрямлена від поверхні зовні.
2. [Φ]= 1 В·м.

Теорема Гаусса

Для системи точкових зарядів і для довільної поверхні:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \,. \qquad (2.8)$$

Ця формула виражає ***теорему Гаусса*** для електростатичного поля: ***потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі крізь довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині області поля, обмеженій цією поверхнею, поділеній на електричну сталу*** ε_0**.**

Коли електричний заряд, розподілений у просторі з деякою об`ємною густиною $\rho = \frac{dq}{dV}$, тоді сумарний заряд, який знаходиться всередині гауссової поверхні *S*, що охоплює деякий об`єм *V* дорівнює:

$$\sum_i q_i = \int_V \rho dV .$$

Тоді для розподіленого заряда (а це більш загальний випадок) теорема Гаусса запишеться так:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \qquad (2.9)$$

Позитивному заряду відповідає додатній потік напруженості, негативному – від'ємній. Виходячи з цього вважається, що позитивні заряди – *джерела поля*, негативні – *стоки*.

Циркуляція вектора напруженості. Теорема про циркуляцію

Циркуляцією вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ вздовж замкненого контуру *L* називається лінійний (контурний) інтеграл виду:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \oint_L Edl\cos\alpha = \oint_L E_n dl ,$$

де $\vec{E}$ - напруженість електростатичного поля в точках елементарної ділянки контуру dl, $d\vec{l}$ – вектор, проведений у напрямку обходу контуру по дотичній до нього, E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на напрямок $d\vec{l}$.

Враховуючи визначення напруженості $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ циркуляція вектора $\vec{E}$ – це робота сил поля по переміщенню одиничного заряду q_0 вздовж замкненого контуру.

Теорема про циркуляцію: *циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж будь-якого замкненого контуру дорівнює нулю*:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0. \qquad (2.10)$$

Силове поле, що має такі властивості – *потенціальне.* Тобто ця теорема також виражає потенціальний характер електростатичного поля.

Із того, що циркуляція вектора $\vec{E}$ обертається в нуль випливає, що лінії напруженості електростатичного поля не можуть бути замкненими, вони починаються й закінчуються на зарядах або ж уходять у нескінченність.

2.1.4. Потенціал електростатичного поля. Зв'язок напруженості з потенціалом

Потенціальна енергія електростатичного поля

Згідно наданому у механіці визначенню потенціальної енергії кожне заряджене тіло, що знаходиться у електростатичному полі (тобто взаємодіє з іншими зарядами), повинно володіти цією енергією.

Щоб отримати формулу для неї, використаємо зв'язок між консервативною силою і потенціальною енергією (1.45):

$$\vec{F}_{к.с.} = -gradW$$

Підставимо замість $\vec{F}$ силу Кулона (2.1), а оператор градієнта для радіально симетричного поля (точкового заряду) представимо у вигляді:

$$gradW = \frac{dW}{dr}.$$

Тоді отримаємо вираз для ***потенційної енергії двох точкових зарядів***:

$$W = -\int F \cdot dr = -\int \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2} dr = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r} \qquad (2.11)$$

Властивості потенційної енергії електростатичного поля:

1. Є взаємною величиною, тобто одночасно належить двом зарядам.
2. Є алгебраїчною величиною, тобто може бути позитивна і негативна (коли один з зарядів від'ємний).

Потенціал електростатичного поля

Якщо у виразі (2.11) заряд q_1 розглядати як джерело поля, а заряд q_2 як пробний q_0, то можна помітити, що відношення $\frac{W}{q_0}$ не залежить від q_0, тому його можна прийняти за *енергетичну характеристику електростатичного поля.* Воно має назву ***потенціалу.***

Потенціал у будь-якій точці електростатичного поля – *фізична скалярна величина, яка дорівнює відношенню потенціальної енергії* W_n *пробного точкового електричного заряду* q_0*, який помістили в цю точку, до величини* q_0 *цього заряду:*

$$\varphi = \frac{W}{q_0} \qquad (2.12)$$

Підставивши в (2.12) значення потенціальної енергії (2.11), одержимо для потенціалу електростатичного поля, створеного точковим зарядом q у вакуумі, наступний вираз:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \qquad (2.13)$$

де r – відстань від точки поля, потенціал в якій φ, до заряду q.

Властивості поняття потенціалу:

1. Потенціал , як і потенціальна енергія, визначається з точністю до константи, значення якої залежить від вибору початку відліку. Якщо припустити, що $\varphi\to 0$, коли $r\to\infty$, то константа дорівнює нулю.
2. Потенціал поля у різних його точках різний, тобто $\varphi = f(x, y, z)$.
3. Є алгебраїчною величиною – якщо у (2.13) заряд від'ємний, то потенціал негативний.
4. [φ]= 1 В (Вольт).

Принцип суперпозиції для потенціала

При накладенні електростатичних полів, створених різними джерелами, їх потенціали складаються алгебраїчно, тобто:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}.$$

Якщо заряди розподілені в просторі безперервно, то за умови, що $\varphi(\infty)=0$:

$$\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

де $dq = \tau dl$, $dq = \sigma dS$ або $dq = \rho dV$ у випадку лінійного, поверхневого чи об`ємного розподілу зарядів відповідно, r – відстань від елементарного заряду, що розглядається, до точки поля, в якій визначається потенціал φ.

Зв'язок між напруженістю та потенціалом електростатичного поля

Напруженість і потенціал є дві характеристики електростатичного поля. Напруженість – силова характеристика, потенціал – енергетична характеристика поля.

Знайдемо взаємозв'язок між цими величинами, використавши зв'язок між консервативною силою і потенціальною енергією (1.45):

$$\vec{F} = -gradW.$$

Підставляємо $\vec{F}$ із виразу (2.3) а U sp (2.12)

$$q\vec{E} = -grad(q\cdot\varphi),$$

Виносимо q із під градієнта, як константу, та скорочуючи на q, отримаємо кінцеву формулу:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -grad\varphi. \tag{2.14}$$

Вектор напруженості електростатичного поля за модулем дорівнює градієнту потенціалу та напрямлений у бік його зменшення.

Для довільного напрямку

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l},$$

тобто проекція вектора напруженості електростатичного поля на довільний напрямок чисельно дорівнює швидкості зменшення потенціалу поля на одиницю довжини в цьому напрямку.

Для однорідного поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}, \qquad (2.15)$$

де U – напруга між точками 1 та 2.

Еквіпотенціальні поверхні

Графічно розподіл потенціалу електростатичного поля зображують за допомогою *еквіпотенціальних поверхонь* – поверхонь, в усіх точках яких потенціал має однакове значення.

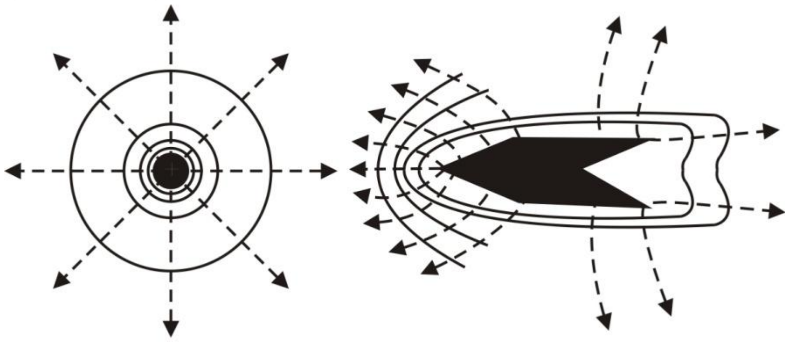


Рисунок 2.4а Рисунок 2.4б

Робота, яку здійснюють сили електростатичного поля при переміщені заряду по еквіпотенціальній поверхні, дорівнює нулю тому, що $\Delta\varphi = 0$ і електростатичні сили, що діють на заряд завжди напрямлені по нормалі до еквіпотенціальної поверхні. Звідки випливає, що вектор $\vec{E}$ завжди перпендикулярний до еквіпотенціальної поверхні, тому й лінії напруженості вектора $\vec{E}$ ортогональні до цих поверхонь. На рис. 2.4 показано вид ліній напруженості (штрихові лінії) та еквіпотенціальних поверхонь (суцільні лінії) полів позитивного точкового заряду (а) та зарядженого металічного циліндра, у якого на одному кінці виступ, а на іншому – впадина (б).

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.1. Електричне поле у вакуумі:

1. Що таке заряд? Елементарний заряд?
2. Що таке заряджене тіло? Незаряджене?
3. Зобразити електричне поле двох однойменних зарядів.
4. Сформулюйте й запишіть теорему Гауса.
5. Межі застосування закону Кулона.
6. Як застосувати закон Кулона до протяжних заряджених тіл?
7. Що таке потенціал? Запишіть формулу для потенціалу точкового заряду.
8. Виведіть із закону Кулона формулу для напруженості поля точкового заряду.
9. Зв'язок напруженості з потенціалом.
10. Що таке напруженість електричного поля? Силові лінії?
11. Що таке еквіпотенциальні поверхні? Як вони зображуються?
12. Що таке електричне поле?

13. Потенціал поля описується функцією: $\varphi = a \cdot r^2$. Одержати функцію для напруженості.

14. Напруженість поля описується функцією: E=q/4$\pi\varepsilon_0 r$. Одержати функцію для потенціалу.

2.2. ЕП в діелектриках

2.2.1. Електрична модель молекули діелектрика. Типи діелектриків.

Діелектриком *називається речовина, яка не містить вільних зарядів.* ***Вільними*** *називаються заряди, що можуть рухатись по усьому об'єму речовини.* Такими зарядами є електрони в металах, іони в газах і рідинах, заряди плазми. *Заряди, які не можуть рухатися по речовині називають* ***зв'язаними.***

Вільні і зв'язані заряди

Заряджені частинки входять до складу атомів, молекул, або розташовані у вузлах кристалічної гратки твердого тіла і неспроможні вільно рухатись.

Як і провідник, в незарядженому стані діелектрик – електронейтральна система: кількість позитивних зв'язаних зарядів дорівнює кількості негативних. Якщо на твердий діелектрик помістити вільний заряд, то він, на відміну від провідника, залишаючись вільним, не буде рухатись, тобто розподіл вільних зарядів на діелектрику зберігається.

Якщо нейтральний діелектрик помістити в зовнішнє електричне поле, то виникнуть суттєві зміни як в полі, так і в самому діелектрику.

Щоб з'ясувати, чому це відбувається, розглянемо електричну модель молекули діелектрика.

Електрична модель молекули діелектрика

Її можна представити як диполь. ***Електричний диполь*** *– система з двох точкових однакових за величиною та протилежних за знаком зарядів, які знаходяться на відстані l один від одного.* Позитивний заряд – це сумарний заряд атомів, а негативний – сумарний заряд електронів, а l – відстань між їх центрами тяжіння.

Якщо відстань між зарядами не змінюється, то такий диполь називають жорстким. Для точкового диполя $l \ll r$, де r – відстань від центра диполя до точки спостереження. Величину l називають плечем диполя. Пряма, що проходить крізь обидва заряди називається *віссю диполя*.

Основною характеристикою диполя є електричний ***дипольний момент*** $\vec{p}_e$**.** Він являє собою вектор, який чисельно дорівнює добутку заряду на плече і напрямлений від негативного заряду до позитивного, тобто

$$\vec{p}_e = q\vec{l}\ , \tag{2.16}$$

де $\vec{l}$ –- вектор напрямлений вздовж плеча диполя від негативного до позивного заряду (рис.2.5).

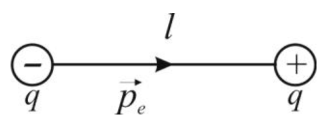


Рисунок 2.5

$[p_e]$=1 Кл·м

Поле диполя на його осі

На осі диполя (рис 2.6) у точці A згідно принципу суперпозиції

$$\vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

Рисунок 2.6

Потенціал поля в точці A: $\varphi_A = \varphi_+ + \varphi_- = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r+l}\right) = \dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r(r+l)}$

За умови $r >> l$ $\qquad \varphi_A = \dfrac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. (2.17)

Напруженість $\qquad E_A = -\dfrac{d\varphi}{dr} = \dfrac{2p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

тобто $\qquad \vec{E}_{\square} = \dfrac{2\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$. (2.18)

Поле диполя на перпендикулярі до його осі

Потенціал поля диполя в точках площини перпендикулярної до осі диполя, яка проходить через його центр, дорівнює нулю $\varphi = 0$ (рис.2.7).

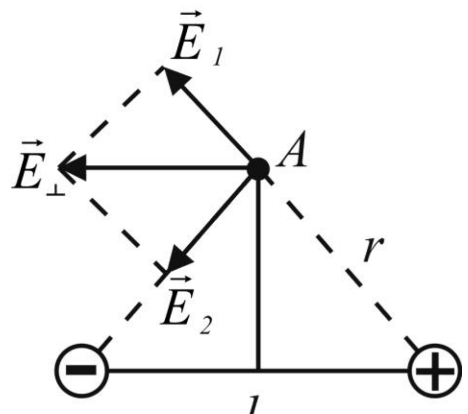


Рисунок 2.7

Знайдемо напруженість $E_\perp$ в точці A. за принципом суперпозиції полів: $\vec{E}_\perp = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

З урахуванням $E_1 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ маємо:

$$E_{\perp}=\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

Напрямок $\vec{E}_{\perp}$ протилежний напрямку електричного моменту диполя $\vec{p}_e$ тобто:

$$\vec{E}_{\perp}=-\frac{\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}. \qquad (2.19)$$

Диполь у зовнішньому електричному полі

Якщо диполь вмістити в однорідне електричне поле, то на його заряди будуть діяти сили рівні за модулем, та протилежні за напрямком (рис.2.8)

$$\left|\vec{F}_1\right|=\left|\vec{F}_2\right|=qE$$

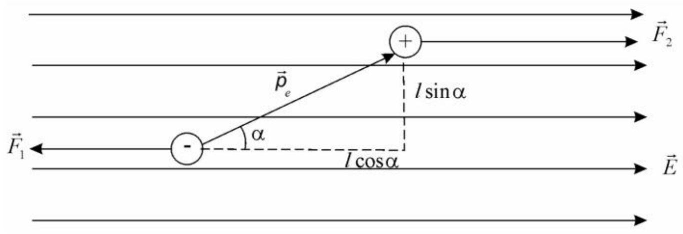


Рисунок 2.8

Ці сили утворюють пару сил, плече якої дорівнює $l\sin\alpha$. Момент цієї пари сил, діючих на диполь в однорідному електростатичному полі, змушує диполь повернутися так, щоб напрямок вектора його електричного моменту $\vec{p}_e$ збігався би з напрямком зовнішнього поля. В такому разі диполь перебуватиме в стані стійкої рівноваги.

Типи діелектриків

У залежності від того, чи має молекула діелектрика дипольний момент, діелектрики діляться на три типа: неполярні, полярні, кристалічні. Діелектрик називається *неполярним*, якщо у відсутності зовнішнього електричного поля “центри тяжіння” позитивних і негативних зарядів збігаються і *дипольний момент молекул* $\vec{p}_e$ *дорівнює нулю.*

Така молекула веде себе як пружний диполь, довжина плеча якого $\vec{l}$ залежить від величини зовнішнього електричного поля.

У полярних діелектриків молекули являють собою жорсткі диполі, які мають власний, сталий за модулем, дипольний момент $\vec{p}_e$. Прикладом таких діелектриків є вода, органічні молекули і т.п.

У таких молекул “центри тяжіння” позитивних та негативних зарядів не збігаються навіть у відсутності зовнішнього електричного поля, але в цьому випадку, внаслідок теплового руху, дипольні моменти орієнтовані хаотично і сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю.

Третім типом діелектриків є тверді діелектрики, що мають іонну кристалічну гратку, наприклад діелектричні кристали типа NaCl, KCl, KBr і т.п. Такі кристали представляють собою просторові гратки з правильним чергуванням іонів різних знаків, які можна розглядати як систему двох підграток з негативними і позитивними зарядами.

2.2.2. Поляризація діелектриків. Поляризованість.

Поляризація діелектрика

Явище набуття діелектриком деякого результуючого дипольного моменту під дією зовнішнього електричного поля має назву поляризації діелектрика. Діелектрик в такому стані – поляризований.

В залежності від будови молекул існує три типи поляризації діелектрика: *електронна, орієнтаційна і іонна*.

Електронна (деформаційна) поляризація

Електронна (деформаційна) поляризація спостерігається у неполярних діелектриків.

В зовнішньому електричному полі відбувається деформація електричних оболонок атомів і молекул. Позитивні і негативні заряди зміщуються у протилежних напрямках, що призводить до зміщення центрів тяжіння позитивних і негативних зарядів. В цьому випадку неполярна молекула набуває *індукований електричний момент* $\vec{p}_e$, що збігається за напрямком з напрямком зовнішнього поля $\vec{E}_0$ (рис. 2.9).

На торцях діелектрика з'являться поверхневі зв'язані заряди різного знаку з поверхневою густиною $+б'$ і $-б'$ (рис. 2.9).

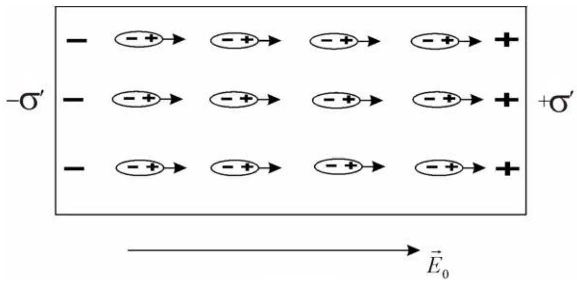


Рисунок 2.9

Орієнтаційна (дипольна) поляризація

Другий тип поляризації – *орієнтаційна або дипольна поляризація характерна для полярних діелектриків.*

В зовнішньому електричному полі на молекулу – диполь діє пара сил (див. п.2.2.1), що намагається зорієнтувати дипольний момент молекули за напрямком напруженості зовнішнього електричного поля $\vec{E}_0$, незважаючи на дезорієнтуючу дію теплового руху (рис. 2.10). В цьому випадку з'являється сумарний дипольний момент діелектрика відмінний від нуля. Крім того, молекули полярних діелектриків набувають додаткових, індукованих зовнішнім полем, дипольних моментів, але електронний механізм поляризації в цьому випадку відіграє незначну роль і ним можна знехтувати. У підсумку на торцях діелектрика з'являються зв'язані заряди, як і при електронній поляризації.

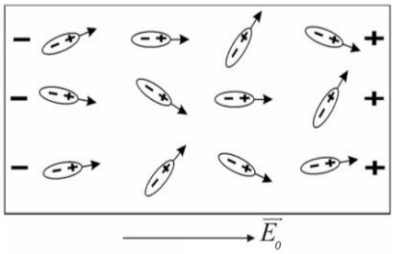


Рисунок 2.10

Іонна поляризація

При дії на іонний кристал електричного поля відбувається зміщення іонів кристалічної гратки: позитивних – в напрямку поля, а негативних - в протилежному напрямку. Це приводить до виникнення дипольного моменту, тобто поляризації кристалла, отже виникненню на поверхнях нескомпенсованих зв'язаних зарядів.

Для всіх типів поляризації визначальним є те, що при внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле в ньому виникає відмінний від нуля дипольний момент.

Вектор поляризації (поляризованість)

Вектор поляризації (поляризованість) $\vec{P}$ - *кількісна міра поляризації діелектрика, що визначається як дипольний момент одиниці об'єму діелектрика*:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{e_i}}{\Delta V} = \frac{\vec{p}_{ev}}{V}, \qquad (2.20)$$

де $\vec{p}_e$ - електричний дипольний момент i – ї молекули, N – загальна кількість молекул в об'ємі ΔV, $\vec{p}_{ev}$ - дипольний момент об'єма ΔV.

Цей об'єм повинен бути достатньо малим, щоб в його межах електричне поле можна було вважати однорідним. В той же час кількість N молекул в ньому повинна бути достатньо великою (N>>1), щоб до нього можна було застосувати статистичні закономірності.

Одиниці вимірювання поляризованості: 1 кулон на квадратний метр.

$$[P] = 1\frac{Кл}{м^2}$$

Діелектрична сприйнятливість

Експериментально доведено, що для ізотропних діелектриків і невеликих електричних полів вектор поляризації $\vec{P}$ лінійно пов'язаний з напруженістю поля $\vec{E}$.

$$\vec{P} = æ\varepsilon_0 \vec{E} \qquad (2.21)$$

де ε_0 = 8,85·10^{-12} Ф/м – електрична стала, æ – скалярна стала, яка називається ***діелектричною сприйнятливістю діелектрика,*** що характеризує здібность діелектрика поляризуватися. æ – безрозмірна величина, завжди додатна (æ >0) і для більшості діелектриків дорівнює декількох одиниць.

Діелектрична сприйнятливість неполярного діелектрика не залежить від температури, на відміну від полярного діелектрика, в якому æ залежить від температури, зменшуючись з її зростанням. Це можна пояснити тим, що тепловий рух заважає вишикувати електричні моменти полярних молекул за напрямком $\vec{E}$.

У випадку кристалічних діелектриків вони можуть бути електрично анізотропними. В цьому випадку електрична сприйнятливість æ – величина тензорна, вектори $\vec{P}$ і $\vec{E}$ мають однаковий напрямок лише для визначених напрямків в даному кристалі.

Зв'язок вектора поляризації з поверхневою густиною зв'язаних зарядів

Можна показати, що поляризованість $\vec{P}$ зв'язана з поверхневою густиною зв'язаних зарядів (рис. 2.9) простим співвідношенням

$$P_n = \sigma' \tag{2.22}$$

Проекція поляризованості на зовнішню нормаль до відповідної поверхні (нормальна складова вектора поляризації) дорівнює поверхневій густині зв'язаних зарядів.

Враховуючи, що $\sigma = \dfrac{dq}{ds}$, можна отримати зв'язок між поляризованістю і кількістю зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика

$$q' = -\oint\limits_{S} \vec{P} \cdot d\vec{s}\,, \tag{2.23}$$

що по суті є теоремою Гаусса для вектора $\vec{P}$.

2.2.3. Електричне поле в діелектрику. Теорема Гауса.

Електричне поле в діелектриках $\vec{E}$ створюється як вільними, так і зв'язаними зарядами. Згідно принципу суперпозиції результуюче поле дорівнює:

$$\vec{E} = \vec{E}_{вільн} + \vec{E}'_{зв'яз}$$

Тоді теорема Гаусса для вектора $\vec{E}$ має вигляд

$$\oiint\limits_{S} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_{вільн} + q'), \tag{2.24}$$

де $q_{вільн}$ і q' - вільні і зв'язані заряди, що охоплені поверхнею S.

Величину зв'язаного заряду можна знайти за допомогою теореми Гаусса для вектора поляризації (2.23)

$$q' = -\oint\limits_{S} \vec{P} d\vec{S} \tag{2.25}$$

Поверхня інтегрування S в (2.24) і (2.25) одна і та ж. З (2.24) і (2.25) маємо

$$\oint\limits_{S} \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{вільн}}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint\limits_{S} \vec{P} d\vec{S}$$

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{вільн}$$

Величина

$$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} \qquad (2.26)$$

носить назву ***вектора електричної індукції,*** *або електричного зміщення*. Вектор $\vec{D}$ - допоміжна величина, що спрощує вивчення електричного поля в діелектриках. Розмірність вектора $\vec{D}$ така ж, як і вектора $\vec{P}$

$$[D] = 1\frac{Кл}{м^2}$$

Теорема Гаусса для вектора електричної індукції

Потік вектора електричної індукції крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі сторонніх (вільних зарядів, охоплених цією поверхнею.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{вільн} \ . \qquad (2.37)$$

Зв'язок між векторами $\vec{D}$ і $\vec{E}$

Для ізотропного діелектричного середовища маємо (2.21) $\vec{P} = æ\,\varepsilon_0 \vec{E}$,

З урахуванням (2.26) одержимо

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + æ\,\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + æ) \vec{E}$$

де $\varepsilon = 1 + æ$ - ***діелектрична проникність діелектрика.***

Тобто *зв'язок між вектором електричної індукції $\vec{D}$ і вектором напруженості електричного поля $\vec{E}$ в ізотропному середовищі має вигляд*:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \ . \qquad (2.28)$$

Таким чином $\vec{D}$ **- теж силова характеристика електричного поля** (як і $\vec{E}$), але $\vec{D}$ *не залежить від речовини (тобто від ε).*

Діелектрична проникність ε

Діелектрична проникність діелектрика $\varepsilon = 1 + x$ - одна з основних характеристик діелектрика.

Для вакууму æ=0, а ε =1, для будь-якої речовини ε>1. Значення ε залежить від речовини і змінюється від $\varepsilon \geq 1$ (гази) до $\varepsilon \geq 10^4$ (сегнетоелектрики).

Діелектрична проникність неполярних діелектриків, як і діелектрична сприйнятливість, не залежить від температури (при сталій концентрації молекул), а в полярних – зменшується зі збільшенням температури.

Напруженість електричного поля в діелектрику

Розглянемо дві паралельні нескінчені пластини заряджені зарядом різного знаку з поверхневою густиною $+б$ і $-б$. Поле створене цим зарядом в вакуумі дорівнює (див. підрозділ 2.1) :

$$E_0 = \frac{б}{\varepsilon_0} \qquad (2.29)$$

а величина вектора електричного зміщення

$$\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0 . \qquad (2.30)$$

Розташуємо між пластинами однорідний ізотропний діелектрик (рис. 2.11).

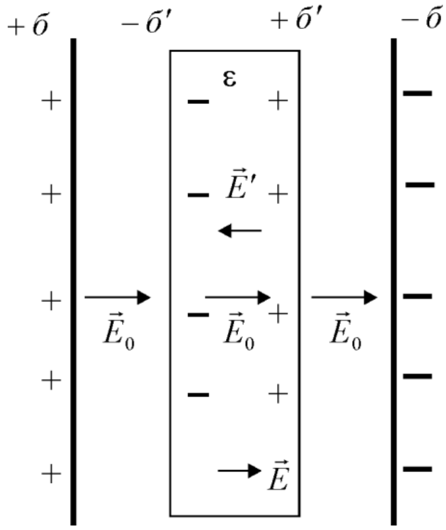


Рисунок 2.11

Внаслідок дії електричного поля діелектрик поляризується і на його поверхнях з'являться зв'язані заряди з густиною $б'$, які створять поле

$$E' = \frac{б'}{\varepsilon_0} . \qquad (2.31)$$

Напруженість поля $\vec{E}$ всередині діелектрика буде сумою двох полів: $\vec{E}_0$, створеного вільними зарядами на пластинах, і поля $\vec{E}'$, створеного поляризованим діелектриком.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' .$$

З урахуванням напрямків полів (рис. 2.11) маємо

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{б'}{\varepsilon_0} . \qquad (2.32)$$

Зважаючи на (2.21) та (2.22) одержимо $P = б' = æ\varepsilon_0 E$ тоді $E = E_0 - æ E$;

$$E = E_0/(1+æ) = E_0/\varepsilon . \qquad (2.33)$$

Напруженість поля всередині діелектрика буде в ε раз менше, ніж в вакуумі. Тобто ***діелектрична проникність ε показує в скільки разів ослаблене поле в діелектрику.***

2.2.4. Електричне поле на межі розподілу двох діелектриків.

Розглянемо два діелектричні середовища з діелектричними проникностями ε_1 і ε_2 (рис. 2.12). Для визначення умов зміни вектора напруженості на межі двох середовищ застосуємо теорему про циркуляцію вектора напруженості

$$\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = 0$$

Замкнений контур, по якому інтегруємо вибираємо поблизу поверхні розділу двох середовищ. Це прямокутний контур з довжиною сторін Δl та Δh $\Delta(\Delta h <<\Delta l)$. Напрямок одиничного вектора вздовж дотичної $\vec{\tau}$ і нормалі $\vec{n}$ показано на (рис. 2.12).

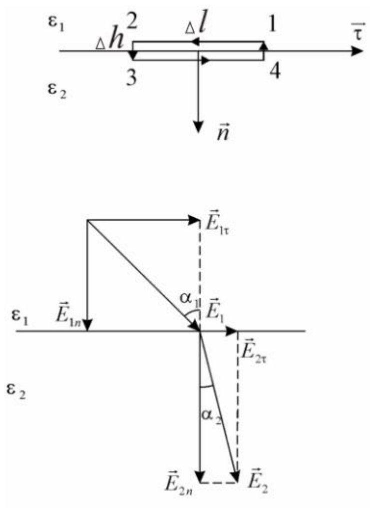


Рисунок 2.12

Вектори $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ розкладемо на дві складові: тангенціальну E_τ та нормальну E_n. Знаходимо циркуляцію вектора $\vec{E}$ по вибраному контуру при $\Delta h \to 0$:

$$\lim_{\Delta h\to 0} \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = E_{2\tau}\Delta l - E_{1\tau}\Delta l = (E_{2\tau} - E_{1\tau})\Delta l = 0,$$

звідки
$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \tag{2.35}$$

Тобто тангенціальна складова вектора напруженості електростатичного поля не змінюється.

З (2.28) маємо

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

$$D_{1\tau} = \varepsilon_1\varepsilon_0 E_{1\tau};$$

$$D_{2\tau} = \varepsilon_2\varepsilon_0 E_{2\tau}$$

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \tag{2.36}$$

Тангенціальні складові вектора електричної індукції змінюються як діелектричні проникності середовищ.

Щоб знайти умови зміни нормальних складових векторів $\vec{D}$ та $\vec{E}$ застосуємо теорему Гаусса для поля в діелектриках

$$\oint\limits_S \vec{D}d\vec{S} = q_{вільн}$$

Замкнена гауссова поверхня – циліндр з площею основи ΔS і висотою $\Delta h \to 0$ (рис. 2.13). Нехай на поверхні розділу середовищ є сторонні (вільні) заряди з поверхневою густиною *б*.

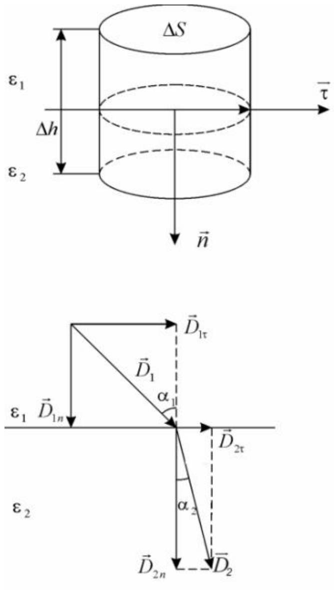


Рисунок 2.13

Тоді потік вектора *D* через поверхню циліндра дорівнює

$$\lim_{\Delta h \to 0} \oint_S \vec{D} d\vec{S} = D_{2n}\Delta S - D_{1n}\Delta S = б_{вільн}\Delta S,$$

$$D_{2n} - D_{1n} = б_{вільн}$$

При переході межі поділу двох діелектричних середовищ нормальна складова вектора електричної індукції $\vec{D}$ *стрибком змінюється на величину, що дорівнює поверхневій густині вільних зарядів* $б_{вільн}$.

Якщо на поверхні немає сторонніх зарядів, то

$$D_{2n} - D_{1n} = 0; \; D_{1n} = D_{2n} \qquad (2.37)$$

Нормальна складова вектора $\vec{D}$ *не змінюється.*

Для вектора напруженості нормальна складова змінюється:

$$D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}; \qquad D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n};$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (2.38)$$

Якщо вектор напруженості поля $\vec{E}$ дотичний до лінії розділу діелектричних середовищ, так що

$$E_1 = E_{1\tau}, \quad E_2 = E_{2\tau}, \quad E_1 = E_2.$$

Це означає, що в цьому випадку вектор напруженості поля не змінюється при переході з одного діелектричного середовища до іншого.

Відповідно (2.27) для вектора діелектричного зміщення, виконується співвідношення:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Закон заломлення ліній напруженості електричного поля

При переході через межу розділу двох діелектричних середовищ лінії напруженості і індукції електростатичного поля заломлюються (рис. 2.6, 2.7). Кути α_1 і α_2, що утворюються лініями напруженості з перпендикуляром до поверхні розділу середовищ

$$tg\alpha_1 = \frac{E_{1\tau}}{E_{1n}}; \quad tg\alpha_2 = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}}; \qquad \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{E_{1\tau}}{E_{2\tau}} \cdot \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

Тоді закон заломлення лінії напруженості електростатичного поля за умовами відсутності на межі вільних зарядів

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; \tag{2.39}$$

Закон заломлення ліній електричного зміщення такий же, як і закон заломлення ліній напруженості.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.2. Електричне поле у діелектрику:

1. Що таке діелектрик? Види діелектриків.
2. Що таке зв'язані заряди? Їхня відмінність від вільних зарядів.
3. Електрична модель молекул діелектрика.
4. Поляризація та її види.
5. Що таке поляризованість? Від чого вона залежить?
6. Що таке діелектрична сприйнятливість? Від чого вона залежить?
7. Складові електричного поля в діелектрику.
8. Що таке поле зв'язаних зарядів? Від чого залежить їхня напруженість?
9. Що таке діелектрична проникність.
10. Діелектрик підсилює зовнішнє поле або послаблює? У скільки разів?
11. Теорема Гауса для діелектрика.
12. Що такий електричний зсув?
13. Що відбувається з електричним полем на межі розділу двох речовин?
14. Закон переломлення силових ліній електричного поля.

Лекція № 7 **Тема: 2.3. Провідники в електричному полі**

2.3.1. Незаряджений провідник у зовнішньому електричному полі. Електричне поле зарядженого провідника.

Провідники *– речовини, які містять в собі велику кількість вільних зарядів*. До них належать метали, розчини кислот, лугів, солей. Але найчастіше під провідниками розуміють метали, тому, що вони найбільш поширені.

Вільними носіями зарядів у металах є електрони провідності, які за відсутності зовнішнього електростатичного поля здійснюють неупорядкований рух у міжвузловому просторі кристалічних грат (решіток). Позитивні іони утворюють кристалічні решітки (грати) і здійснюють неупорядковані коливання навколо вузлів (грат) решітки. Сумарний заряд провідника дорівнює нулю.

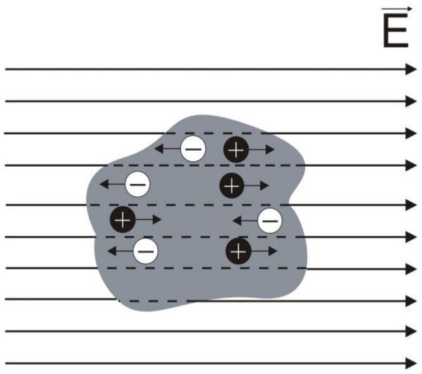
Нейтральний провідник в електричному полі

При внесенні незарядженого провідника в зовнішнє (по відношення до нього) електростатичне поле відбувається просторовий перерозподіл зарядів. Рухливі електрони провідності зміщуються в напрямку протилежному до напрямку напруженості зовнішнього поля (рис.2.14,а). Та область із якої пішли електрони, заряджається позитивно, а та, в яку вони прийшли – негативно.

Провідник заряджається. Заряди, що виникли на протилежних кінцях провідника внаслідок їх перерозподілу, називаються *індукованими*. Вони чисельно дорівнюють один одному, протилежні за знаками та розміщені на поверхні провідника. Ці заряди зникають, як тільки провідник видаляється з поля.

Явище перерозподілу зарядів та появи поверхневих зарядів на провіднику, вміщеному в зовнішнє електростатичне поле, називається *електризацією*.

Переміщення вільних зарядів в металі під дією зовнішнього поля $\vec{E}$ продовжуватиметься доти, доки результуюча напруженість поля в провіднику не дорівнюватиме нулю, тобто $\vec{E} = \vec{E}'$, а лінії напруженості зовні провідника не стануть перпендикулярними до його поверхні (рис. 2.14,б).



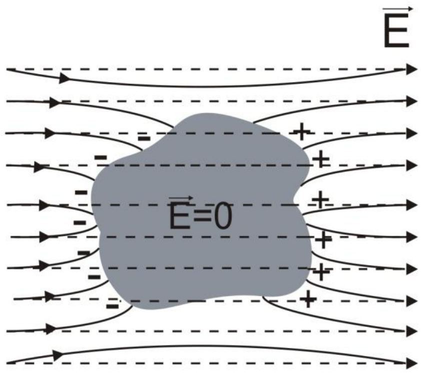


Рисунок 2.14а Рисунок 2.14б

Незаряджений провідник, внесений в електростатичне поле, розриває частину ліній напруженості (силових ліній) – вони закінчуються на негативних індукованих зарядах і знову починаються на позитивних точках.

На рис. 2.14 штриховими лініями зображені лінії напруженості зовнішнього поля до внесеного в нього провідника.

Електричне поле зарядженого провідника

Якщо тілу надати надлишковий заряд, то процес перерозподілу зарядів буде тривати доти, доки не виконаються умови рівноваги зарядів:

- напруженість поля всередині зарядженого провідника дорівнює нулю ($\vec{E}=0$). За теоремою Гаусса це означає, що всередині провідника $q=0$. Потенціал всередині провідника $\varphi = const$ ($\vec{E} = -\nabla\varphi$) і всі заряди розміщені на зовнішній поверхні провідника;
- напруженість поля поблизу зарядженого провідника в кожній точці повинна бути напрямлена по нормалі до поверхні, тобто поверхня провідника є *еквіпотенціальною* ($\vec{E} = \vec{E}_n, \vec{E}_\tau = 0$);
- напруженість поля поблизу поверхні провідника пов'язана з поверхневою густиною індукованих зарядів. Відомо, що поверхнева густина заряду більша там, де більша кривизна поверхні.

Біля поверхні зарядженого провідника згідно з теоремою Гаусса напруженість:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

В місця з великими поверхневими густинами напруженість дуже велика. Це призводить до стікання зарядів з металевих вістер (блискавковідводів), до втрати енергії. Це явище використовується для утворення електростатичного захисту. Наприклад, для захисту приладів від зовнішніх полів їх оточують металевими екранами. В цьому випадку зовнішнє поле компенсується усередині екрана індукованими на його поверхні зарядами.

2.3.2. Електроємність. Конденсатори.

Електрична ємність відокремленого провідника

Відокремленим називається провідник, віддалений від інших провідників та заряджених тіл настільки, що він не відчуває впливу їх електричних полів.

Якщо він не заряджений, то його потенціал φ дорівнює 0. Якщо провідник набуває заряд q, то його потенціал зростає.

Отже, потенціал відокремленого провідника $\varphi \sim q$, або $\varphi = \frac{q}{C}$,

де C – коефіцієнт, який називається ***електроємністю провідника*** – *характеристика здібності провідника накопичувати заряд*.

Електроємність відокремленого провідника

$$C = \frac{q}{\varphi} \qquad (2.40)$$

Електроємність чисельно дорівнює величині заряду, який треба надати провіднику, щоб його потенціал підвищився на одиницю.

Властивості електроємності:

1. Не залежить від заряду, а визначається розмірами, формою провідника, та ε оточуючого середовища.
2. [C]= 1 Ф (Фарад).

За одиницю електричної ємності в 1 Фарад взято ємність такого провідника, в якому зміна заряду в один Кулон зумовлює зміну потенціалу на один Вольт. Фарад – це дуже велика величина.

$$[C] = \frac{1 Кл}{1 B} = 1 Ф.$$

Тому на практиці використовуються дрібні одиниці: 1 микроФарад, 1 наноФарад та 1 пікоФарад. $1Ф = 10^{6} мкФ = 10^{12} пФ$

Електроємність Землі дорівнює $700 мкФ$.

$1Ф$ – електроємність кулі радіус якої в 1500 разів більше за радіус Землі.

Потенціал відокремленої кулі радіусом R, яка знаходиться в однорідному середовищі з діелектричною проникненістю ε, дорівнює

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon R}.$$

Тоді електроємність відокремленої кулі (або сфери):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R.$$

Взаємна електроємність двох провідників

Розглянемо як змінюється електроємність провідника при наближенні до нього іншого незарядженого провідника. Нехай провідник – відокремлена куля. Заряд рівномірно розподілений по поверхні кулі. Напруженість поля в точці A (рис. 2.15) дорівнює: $E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

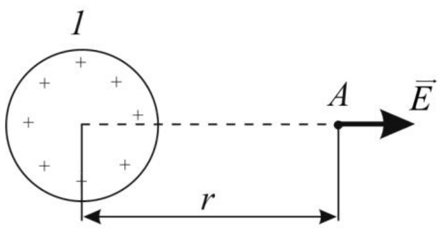


Рисунок 2.15а

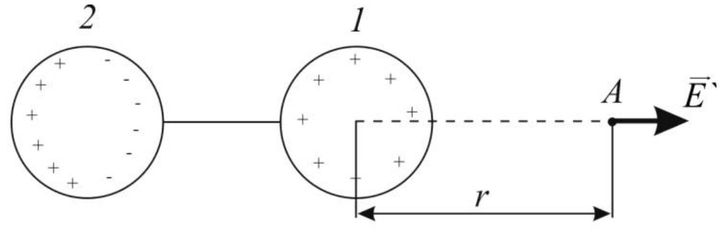


Рисунок 2.15б

Розташуємо ліворуч від цієї кулі ще одну незаряджену кулю (провідник). Під дією поля кулі 1 в кулі 2 пройде електризація (перерозподіл індукованих зарядів). Одночасно пройде й перерозподіл заряду кулі 1 з метою скомпенсування всередині кулі 1 поля зарядів індукованих на кулі 2.

В результаті перерозподілу зарядів поле в точці А зменшується

$$E' < E \;\Rightarrow\; \varphi' < \varphi \quad \text{та} \quad \frac{q}{C'} < \frac{q}{C}, \text{ а це значить що } C' > C.$$

Електроємність невідокремленого провідника завжди більша за ємність того самого провідника, коли він відокремлений.

Взаємна електроємність *двох провідників чисельно дорівнює заряду, який треба перенести з одного провідника на інший для того, щоб різниця потенціалів між ними змінилася на одиницю*

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \tag{2.41}$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів двох близько розташованих один до одного провідників, заряджених однаковими за величиною та протилежними за знаками зарядами q та $-q$.

Властивості взаємної електроємності:

1. Взаємна електроємність залежить від розміру і форми провідників, їх взаєморозташування та ε оточуючого середовища.
2. [C]= 1 Ф (Фарад).

Плоский конденсатор

Конденсатор *– пристрій для накопичення заряда, який складається з двох провідників (обкладок), розділених діелектриком.* Обкладкам надають таку форму і так розміщують їх одну відносно одної, щоб поле, яке утворюють заряди, що накопичуються на них, було зосереджене всередині конденсатора. Електроємність конденсатора являє собою взаємну ємність його обкладок (2.41).

Плоский конденсатор складається з двох паралельних пластин, площиною S кожна, розташованих на малій відстані d одна від одної пластини мають заряди $+q$ та $-q$ (рис. 2.16)

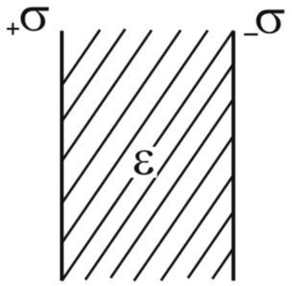


Рисунок 2.16

Якщо відстань між пластинами значно менша за їх лінійні розміри, то електричне поле між ними можна вважати еквівалентним полю між двома нескінченними площинами

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Різниця потенціалів між обкладками

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int E_x dx.$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E_x dx = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

Тоді ємність плоского конденсатора С буде дорівнювати:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (2.42)$$

З метою підвищення ємності та варіювання її можливих значень конденсатори з'єднують в батареї шляхом паралельного чи послідовного з'єднання.

Паралельне з'єднання конденсаторів

У паралельно з'єднаних конденсаторів (рис. 2.17) різниця потенціалів на обкладках конденсаторів однакова та дорівнює $(\varphi_1 - \varphi_2) = U$.

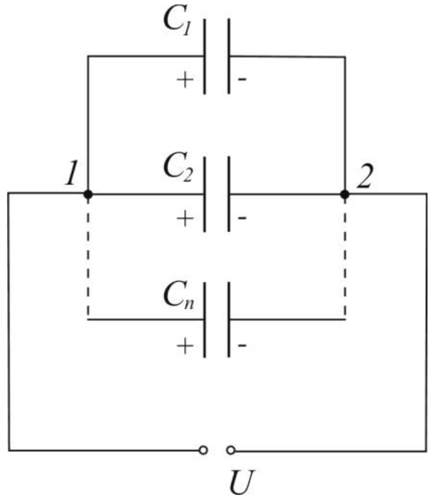


Рисунок 2.17

Якщо ємності окремих конденсаторів $C_1, C_2 ... C_n$, то їхні заряди дорівнюють відповідно:

$$q_1 = C_1 U;$$
$$q_2 = C_2 U;$$
$$.........................$$
$$q_n = C_n U$$

Заряд батареї конденсаторів

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = (C_1 + C_2 + ... + C_n)U$$

Електрична ємність батареї

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (2.43)$$

тобто при паралельному з’єднанні конденсаторів ємність дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів.

Послідовне з’єднання конденсаторів

У послідовно з’єднаних конденсаторів (рис. 2.18) заряди всіх обкладинок однакові за модулем, а різниця потенціалів на зажимах батареї дорівнює:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i \text{ ,або } U = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

Отже,

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2} \dots U_n = \frac{q}{C_n}$$

Тоді

$$U = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}\right).$$

Оскільки

$$U = \frac{q}{C},$$

То

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n},$$

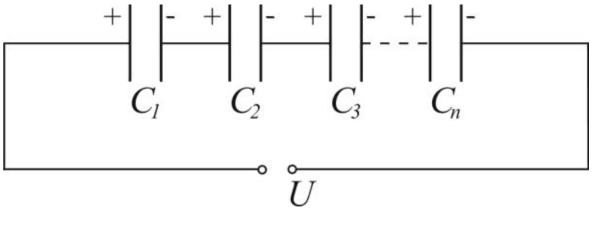


Рисунок 2.18

або

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (2.44)$$

тобто при послідовному з’єднанні конденсаторів величина обернена результуючій електроємності батареї конденсаторів, дорівнює сумі величин, обернених електроємностям окремих конденсаторів.

Таким чином, при послідовному з’єднанні конденсаторів результуюча ємність C завжди менша за мінімальну ємність, що входить до складу батареї.

Якщо в батарею з’єднують n конденсаторів з однаковою електроємністю C_0, то при паралельному їх з’єднанні $C = nC_0$, а при послідовному $C = \frac{C_0}{n}$.

2.3.3 Енергія взаємодії точкових зарядів. Енергія зарядженого провідника.

Енергія взаємодії нерухомих точкових зарядів

Розглянемо систему двох нерухомих точкових зарядів q_1 та q_2, що знаходяться на відстані r один від одного. Їх взаємодія визначається кулонівською силою, яка є консервативною. Тому їх взаємодію можна описати ще й потенціальною енергією взаємодії.

Кожний з цих зарядів в полі іншого заряду має потенціальну енергію:

$$W_{p_1} = q_1\varphi_{12}, \quad W_{p_2} = q_2\varphi_{21}, \qquad (2.45)$$

де φ_{12} та φ_{21}- відповідно потенціали, створені зарядом q_2 в точці, де знаходиться заряд q_1 та зарядом q_1, в точці, де знаходиться заряд q_2.

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r}, \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}.$$

Енергія зарядів q_1 та q_2 відповідно

$$W_{p_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}q_1, \quad W_{p_2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}q_2 \qquad (2.46)$$

Очевидно, що ці енергії дорівнюють одна одній

$$W_{p_1} = W_{p_2} = W_p.$$

Отже

$$W_p = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}).$$

У випадку n нерухомих зарядів енергія взаємодії системи точкових зарядів W_p дорівнює:

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i \qquad (2.47)$$

де φ_i – потенціал поля, створеного в точці, де знаходиться заряд q_i всіма іншими зарядами.

Енергія зарядженого відокремленого провідника

Щоб зарядити провідник треба виконати роботу проти кулонівських сил електростатичного відштовхування між однойменно зарядженими частинками. Елементарна робота δA, яка виконується зовнішніми силами при перенесенні заряду dq із нескінченності на відокремлений провідник, дорівнює

$$\delta A = \varphi dq = C\varphi d\varphi,$$

де C та φ – електроємність та потенціал провідника.

При збільшенні потенціалу провідника від 0 до φ, тобто при наданні провіднику заряда $q = C\varphi$, виконується робота

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Відповідно енергія зарядженого відокремленого провідника

$$W_e = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \tag{2.48}$$

2.3.4. Енергія зарядженого конденсатора. Енергія електричного поля.

Енергія зарядженого конденсатора

Як будь-який заряджений провідник конденсатор має енергію.

Нехай $+q$ і $+\varphi_1$ – заряд і потенціал позитивно зарядженої обкладки конденсатора, а $-q$ і $-\varphi_2$ – заряд і потенціал негативно зарядженої обкладки.

Тоді енергія двох обкладинок

$$W = \frac{1}{2}(q_+\varphi_+ + q_-\varphi_-)$$

Враховуючи, що $q = -q$, маємо

$$W = \frac{1}{2}\left[(+q)\varphi_1 + (-q)\varphi_2\right] = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}q\Delta\varphi,$$

де $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між обкладками. Маючи на увазі те, що $C = \dfrac{q}{\Delta\varphi}$, отримаємо вираз для енергії конденсатора:

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \tag{2.49}$$

Знайдемо силу притягання обкладок конденсатора одна до одної.

Нехай відстань між обкладинками x змінюється на dx. Діюча сила виконує роботу

$$dA = F \cdot dx,$$

Потенціальна енергія при цьому зменшується, тоді

$$Fdx = -dW_p,$$

звідки

$$F = -\frac{dW_p}{dx}.$$

Потенціальна енергія такого плоского конденсатора дорівнює:

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}x. \qquad (2.50)$$

Продиференціювавши цей вираз знайдемо силу притягання між обкладками конденсатора

$$F = -\frac{dW_p}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad (2.51)$$

Знак мінус вказує на притягуючий характер сили *F*.

Енергія електростатичного поля

Розглянемо плоский конденсатор і запишемо його енергію

$$W_e = \frac{C\Delta\varphi^2}{2}$$

Ємність плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$,

тоді енергія конденсатора $W_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}\Delta\varphi^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 V$,

де $\frac{\Delta\varphi}{d} = E$ – напруженість електростатичного поля конденсатора, *V* – об'єм обмежений пластинами конденсатора.

Енергія електростатичного поля

$$W_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V. \qquad (2.52)$$

Об’ємна густина енергії електростатичного поля (енергія одиниці об’єму)

$$w = \frac{dW_e}{dV} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad (2.53)$$

Якщо поле однорідне, то його енергія розподіляється зі сталою об’ємною густиною w у просторі.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.3. Провідники у електричному полі:

1. Що таке провідник? Як на нього впливає електричне поле?
2. Що таке електроємність провідника?
3. Охарактеризуйте електричне поле всередині провідника.
4. Що таке взаємна електроємність? Від чого вона залежить?
5. Як поводиться незаряджений провідник у зовнішньому електричному полі?
6. Від чого залежить електроємність конденсатора?

7. Охарактеризуйте електричне поле зарядженого провідника.
8. Знайдіть загальну електроємність з'єднаних конденсаторів (надається схема).
9. Чому надлишковий заряд провідника розташовується тільки на його поверхні?
10. Чому дорівнює напруженість поля біля поверхні провідника, зарядженого з поверхневою густиною заряду $+\sigma$?
11. Чому дорівнює енергія кулі радіусом R=0,l м и с зарядом q=0,5Кл?
12. Чи є присутнім електричне поле в аудиторії? Як обчислити його енергію?
13. Від чого залежить електроємність провідника?
14. Пластину площею S, що має заряд q піднесли до такої ж незарядженої пластини на відстань d. Яку енергію буде мати конденсатор, що утворився?

3. Постійний електричний струм

3.1. Електричний струм і його характеристики

Електричний струм *– напрямлений та упорядкований (напрямлений) рух електричних зарядів.* В металах електричний струм являє собою дрейф вільних електронів проти електричного поля, в електролітах – іонів різних знаків у протилежних напрямках, у напівпровідниках – електронів і дирок, у газах – електронів та іонів.

Заряди, що створюють електричний струм, називають носіями струму.

Струм, що виникає під дією електричного поля в середовищах, які є провідниками, називається ***струмом провідності.***

Упорядкований рух заряджених макроскопічних тіл (провідників чи діелектриків) називається ***конвекційним струмом.***

При виникненні упорядкованого руху електричних зарядів у провіднику рівноважний розподіл зарядів порушується, і поверхня провідника перестає бути еквіпотенціальною. Упорядкований рух зарядів (струм) буде здійснюватися доти доки всі точки провідника не стануть еквіпотенціальними.

Для виникнення та існування електричного струму в середовищі, яке є провідником, необхідні такі умови:

- наявність у середовищі вільних зарядів (носіїв струму) – заряджених частинок, які могли б упорядковано рухатися;
- існування зовнішнього електричного поля, енергія якого витрачалася б на упорядковане переміщення цих зарядів. Для підтримання струму енергія зовнішнього поля повинна неперервно поповнюватися, тобто необхідне джерело електричної енергії – пристрій, в якому відбувається перетворення якогось виду енергії в енергію електричного поля.

Основні характеристики струму

Для полегшення аналізу проходження струму у провідниках користуються *лініями струму*.

Лінією струму називають лінію, в кожній точці якої в даний момент часу дотична збігається з напрямом упорядкованого руху електричних зарядів. Лінії струму утворюють замкнені циліндричні поверхні, які називають *трубками струму*. При цьому носії заряду під час руху не перетинають бокових поверхонь трубок струму.

Кількісними характеристиками електричного струму є скалярна величина – сила струму I та векторна величина – густина струму $\vec{j}$.

Силою струму *називається скалярна фізична величина I, що дорівнює відношенню заряду* dq, *який переноситься в результаті упорядкованого руху через поперечний переріз провідника за малий проміжок часу* dt, *до величини цього проміжку:*

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Властивості сили струму:

1. За напрям електричного струму береться напрям упорядкованого руху позитивних зарядів (так умовилися).
2. [*I*] = 1А (Ампер – основна одиниця СІ).

Струм, величина й напрямок якого з часом не змінюються, називається *постійним струмом*. Для постійного струму :

$$I = \frac{q}{t},$$

де q – електричний заряд, який переноситься через поверхню, що розглядається, за скінчений проміжок часу від 0 до t.

У загальному випадку електричний струм може бути розподілений по перерізу провідника, через який він проходить, нерівномірно. *Розподіл електричного струму по розрізу провідника характеризується вектором* ***густини струму*** $\vec{j}$ **.**

Густина струму визначається формулою

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \cdot \vec{n};$$

де $\vec{n}$ - одинична нормаль до площі перерізу.

Якщо електричний струм розподілений рівномірно по перерізу провідника, через який він проходить, то густина струму:

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу.

За напрям вектора густини сили струму взято напрям вектора швидкості $\vec{u}^{+}$ упорядкованого руху позитивних носіїв струму (зарядів).

Властивості густини струму:

1. Густина струму в металах дорівнює:

$$\vec{j} = n^{-}e^{-}\vec{u}^{-} \tag{3.1}$$

де n^{-} – концентрація вільних електронів,

$\vec{u}^{-}$ – швидкість упорядкованого руху електронів.

2. Зв’язок $\vec{j}$ з силою струму:

$$I = \int_{s} \vec{j}d\vec{S} \tag{3.2}$$

3. $[j]=1\frac{A}{м^2}$

3.2.Сторонні сили. Електрорушійна сила (ЕРС).

Сторонні сили

Якщо заряди рухаються тільки під дією електростатичного поля, то переміщення зарядів від більшого потенціалу до меншого призведе до зникнення поля. Струм також зникне.

Для досить довгого існування струму необхідно від кінця провідника з меншим потенціалом (носії зарядів уявляються позитивними) безперервно відводити заряди, що їх приносить струм, а до кінця з більшим потенціалом безперервно їх підводити (рис. 3.1).

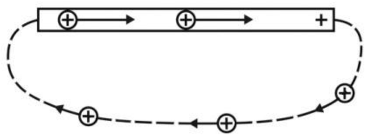


Рисунок 3.1

Іншими словами, треба здійснити круговорот зарядів, при якому вони рухалися би по замкненому шляху.

Відомо, що циркуляція вектора напруженості електростатичного поля

$$\oint E_l dl = 0 .$$

Тому для підтримання постійного струму необхідно, щоб у замкненому колі були б не тільки ділянки, на яких позитивні заряди рухаються в бік зменшення потенціалу φ, а й ділянки, на яких перенос позитивних зарядів відбувався би в напрямі збільшення потенціалу φ, тобто проти сил електростатичного поля (на рис. 3.1 – це пунктирна частина кола).

Переміщення носіїв струму на таких ділянках вимагає присутності сил неелектричного походження, так званих *сторонніх сил*.

Природа сторонніх сил різноманітна (хімічні процеси; дифузія носіїв зарядів у неоднорідному середовищі, електричні (але не електростатичні) поля, що виникають за рахунок змінних за часом магнітних полів, тощо). Електричне поле сторонніх сил у колі створюється включенням до нього джерела *електричного струму*.

Сили не електростатичного походження, що діють на заряди з боку джерел струму, називають ***сторонніми.***

Електрорушійна сила

Сторонні сили виконують роботу по переміщенню електричних зарядів.

Фізична величина, що визначається роботою, яку здійснюють сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду *називається* ***електрорушійною силою (ЕРС)*** ε*, яка діє в колі:*

$$\varepsilon = \frac{A}{q_0}. \qquad (3.3)$$

Ця робота виконується за рахунок енергії, що витрачається в джерелі струму, тому величину ε називають ще електрорушійною силою джерела струму, яке увімкнено в коло.

Стороння сила $\vec{F}_{стор}$ дорівнює:

$$\vec{F}_{стор} = \vec{E}_{стор} q_0,$$

де $E_{стор}$ - напруженість поля сторонніх сил.

Робота сторонніх сил на ділянці кола 1-2 дорівнює:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{стор} d\vec{l} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l}, \qquad (3.4)$$

де $d\vec{l}$ - вектор, модуль якого дорівнює довжині dl малої ділянки кола

Електрорушійна сила, яка діє на ділянці кола 1-2, є лінійний інтеграл:

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l}. \qquad (3.5)$$

Властивості електрорушійної сили:

1. Електрорушійна сила, що діє в замкненому колі, дорівнює:

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l} \qquad (3.6)$$

Отже, ЕРС у замкненому колі дорівнює циркуляції вектора напруженості поля сторонніх сил і є характеристикою джерела сторонніх сил

2. $[\varepsilon] - B(Вольт)$.
3.

3.3. Електричний опір та проводимість.

Опір провідника

Експериментально встановлено, що провідник протидіє протіканню струму через нього. Мірою здатності провідника протидіяти протіканню струму є опір *R*.

Властивості опору:

1. Опір провідника залежить від його форми, розмірів та властивостей матеріалу, із якого він виготовлений, і дорівнює:

$$R = \rho \frac{l}{s},$$

де ρ – питомий опір, *l* – довжина провідника, *S* – площа його поперечного перерізу.

2. [R] = 1Ом.

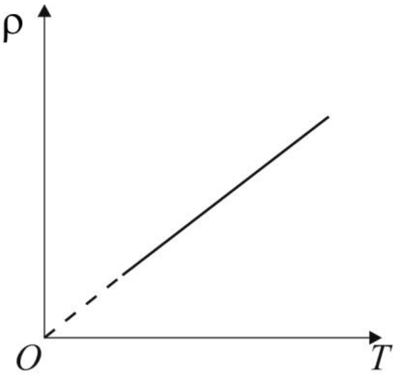
Одиниця 1 Ом є дуже малою величиною, тому на практиці використовують кратні одиниці: килоОм, мегаОм, гигаОм – 1 кОм = 10^3 Ом; 1 МОм = 10^6 Ом; 1 Гом = 10^9 Ом.

Питомий опір є характеристикою матеріалу провідника і вимірюється [ρ] = Ом·м.

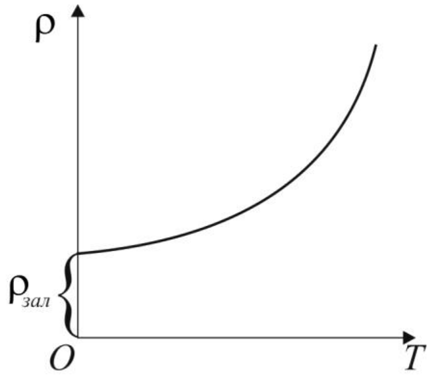
Його особливою властивістю є залежність від температури *Т*, яка при недуже низьких температурах лінійна:

$\rho \sim T$.

При низьких температурах (у кріогенній області) спостерігається відхилення від лінійної залежності.



а



б

Рисунок 3.2а Рисунок 3.2б

Рисунок 3.2а ілюструє залежність ρ від *Т* для ідеально чистих металів, а рисунок 3.2б – для реальних металів.

У реальних металів при *Т=0* спостерігається залишковий опір, величина якого залежить від чистоти матеріалу та наявності механічних напружень у зразку.

Крім питомого опору для характеристики здібності матеріалу проводити струм використовують ***питому електричну провідність*** (електропровідність) провідника – величину, обернену його питомому опору:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

$[\sigma] = См/м$ (Сименс на метр).

Надпровідність

Надпровідність – явище, яке полягає в тому, що поблизу температури абсолютного нуля опір провідника при деякій, характерній для конкретної речовини температурі (критичній), стрибком зменшується до нуля (рис.3.3), тобто метал стає абсолютним провідником.

При $T = T_k$, $\rho = 0$, $\sigma = \frac{1}{\rho} = \infty$

Це явище вперше було виявлене в 1911 році голландським вченим Камерлінг-Оннесом у ртуті.

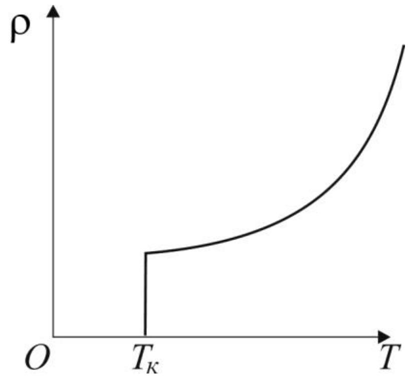


Рисунок 3.3

Явище надпровідності пояснюється на основі квантової теорії.

Послідовне і паралельне з’єднання резисторів

В електро- і радіотехніці опір матеріалів враховується як резистори – елементи з певним опором. Для отримання необхідного значення опору використовують паралельне з’єднання резисторів (по аналогії зі з’єднанням конденсаторів – п.2.3.2).

При послідовному з’єднанні опір зростає: $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$.

При паралельному – зменшується: $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$.

Лекція 9

3.4. Напруга. Закон Ома для постійного струму.

Напруга

Сила, що діє на заряд q_0 в кожній точці електричного кола, є результуючою двох сил – кулонівської та сторонньої:

$\vec{F} = q_0(\vec{E}_{кул} + \vec{E}_{стор})$,

де $\vec{E}_{кул}$ – напруженість електричного поля кулонівських сил, $\vec{E}_{стор}$ – напруженість поля сторонніх сил.

Робота, яку здійснює ця сила при переміщенні заряду q_0 на ділянці кола 1-2, є:

$$A_{12} = q_0\int_1^2 \vec{E}_{кул}dl + q_0\int_1^2 \vec{E}_{стор}dl .$$

З урахуванням виразу (3.5) маємо:

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) + q_0\varepsilon_{12}. \qquad (3.7)$$

Для замкненого кола робота електростатичних сил дорівнює нулю ($\oint_L \vec{E}dl = 0$) тому в цьому випадку $A_{12} = q_0\varepsilon_{12}$

Падінням напруги, або просто напругою U на даній ділянці 1-2 кола називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, що її здійснюють електростатичні та сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду. Таким чином, згідно з (3.7)

$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$. (3.8)

Ділянка кола на якій діють сторонні сили – неоднорідна, а на якій діють кулонівські сили – однорідна.

Напруга на кінцях однорідної ділянки кола збігається з різницею потенціалів на цих кінцях.

Закон Ома в інтегральній формі

Закон Ома в інтегральній формі для однорідної ділянки кола 1-2:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}. \qquad (3.9)$$

де U – напруга (різниця потенціалів) на цій ділянці кола, R – електричний опір цієї ділянки.

Закон Ома для неоднорідної ділянки кола, як це видно з (3.8) має вигляд:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12} + r}. \qquad (3.10)$$

Закон Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{3.11}$$

де r – внутрішній опір джерела сторонніх сил, R – опір зовнішнього кола, ε – *ЕРС* сторонніх сил.

Правило знаків для ЕРС джерел електричної енергії, ввімкнутих на ділянці *1 – 2*: *якщо всередині джерела струм іде від катода до анода*, тобто напрямок напруженості поля сторонніх сил у джерелі збігається з напрямком струму на ділянці кола, то $\varepsilon_{12} > 0$, якщо струм всередині джерела йде від анода до катода, то $\varepsilon_{12} < 0$ (рис. 3.4 а,б)

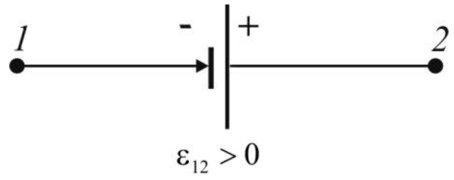


Рисунок 3.4а

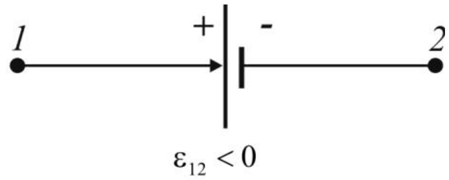


Рисунок 3.4б

Закон Ома в диференціальній формі

Уявно виділимо в околі будь-якої точки всередині ізотропного провідника елементарний циліндричний об'єм (рис. 3.5) з твірними, паралельними вектору густини струму $\vec{j}$ в даній точці. Через поперечний переріз циліндра проходить струм $I = jdS$. Напруга, що прикладена до циліндра, дорівнює Edl, де E – напруженість поля в даному місці.

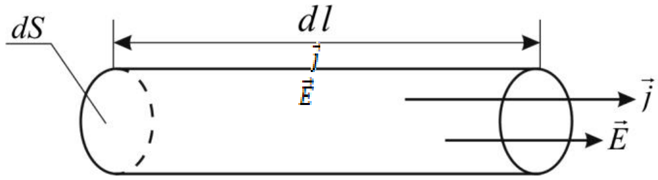


Рисунок 3.5

Опір циліндра дорівнює $R = \rho\frac{dl}{ds}$. Підставимо ці значення в формулу (3.9), отримаємо:

$$jdS = \frac{dS}{\rho dl}Edl.$$

Носії заряду в кожній точці рухаються в напрямі вектора $\vec{E}$, тому напрями $\vec{j}$ та $\vec{E}$ збігаються. (Зауважимо, що в анізотропних тілах напрями векторів $\vec{j}$ та $\vec{E}$ можуть не збігатися.)

Таким чином, можна записати:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E}. \tag{3.12}$$

Формула (3.12) виражає *закон Ома в диференціальній формі для ділянки кола.*

При наявності сторонніх сил узагальнений закон Ома в диференціальній (локальній) формі має вигляд:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{стор}) \qquad (3.13)$$

3.5. Розгалужені кола. Правила Кірхгофа

Розгалужене коло

Під *розгалуженим електричним колом* розуміють складне (паралельно-послідовне) з'єднання ділянок, що містять джерела струму та опори.

Розгалужені кола складаються з наступних елементів:

Вузол - *точка, в якій сходяться три або більше провідників із струмами.*

Ланцюг - *частина контуру між двома вузлами*.

Контур – *замкнена послідовність ланцюгів.*

Для розрахунку розгалуженого кола застосовують правила Кірхгофа.

Перше правило Кірхгофа: *алгебраїчна сума сил струмів у вузлі дорівнює нулю.*

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0, \qquad (3.13)$$

де n – кількість струмів, які сходяться у вузлі.

Для вузла, в якому сходяться n=6 струмів (рис. 3.6) рівняння (3.13) запишеться так:

$I_1 + I_2 + I_5 - I_3 - I_4 - I_6 = 0$

При цьому струм, що входить у вузол, береться зі

Знаком «+», що виходить – зі знаком «-».

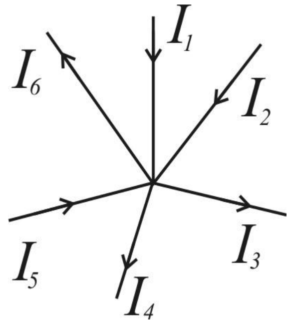


Рисунок 3.6

Виконання формули (3.13) у вузлах розгалуженого кола є необхідною умовою проходження постійних струмів у колі.

Перше правило Кірхгофа виражає закон збереження заряду в будь-якій точці кола постійного струму.

Друге правило Кірхгофа: *у замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги (добутків сил струмів на опіри відповідних ділянок) дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, які діють у цьому контурі.*

$$\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_k \,, \qquad (3.14)$$

де n – кількість ділянок у контурі, m – кількість ЕРС, що діють у контурі.

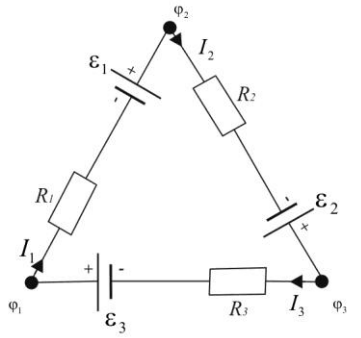


Рисунок 3.7

Друге правило Кірхгофа є узагальненням закону Ома (3.11) на розгалужені електричні кола.

Розглянемо замкнений контур (рис 3.7) в якому внутрішнім опором джерел струму можна знехтувати. В узгодженні з законом Ома для кожної ділянки кола маємо:

$$I_1R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1$$
$$I_2R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2$$
$$I_3R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3$$

Складемо ці рівняння, одержимо рівність:

$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$

яка виражає друге правило Кірхгофа.

3.6. Робота і потужність постійного струму. Закон Джоуля-Ленца.

Розглянемо довільну ділянку однорідного провідника з опором R і напругою U на його кінцях. Якщо по ділянці проходить струм I, то через поперечний переріз провідника за час dt переноситься електричний заряд

$$dq = Idt$$

При цьому сили кулонівські та сторонні здійснюють роботу по перенесенню заряду dq.

Робота струму

Елементарна робота, що виконується при перенесенні заряду dq дорівнює:

$$dA = Udq = IUdt \,. \qquad (3.15)$$

Для постійного струму, сила якого I, за скінчений проміжок часу t робота струму на зовнішній ділянці кола:

$$A = IU\int_0^t dt = IUt \tag{3.16}$$

Згідно із законом Ома можна записати:

$$A = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \tag{3.17}$$

Якщо $I \neq const$, тобто струм змінюється з часом, то робота струму за час t буде дорівнювати

$$A = \int_0^t I^2(t)Rdt \tag{3.18}$$

Завдяки енергії джерела струму, загальна робота (сума робіт з перенесення заряду q по зовнішній і внутрішній частинах електричного кола), яку виконують кулонівські та сторонні сили разом більша за роботу струму на зовнішній ділянці $A_{заг} > A$. Робота по замкненому колу при постійному струмі I за час t буде дорівнювати:

$$A_{заг} = \varepsilon q = \varepsilon It \tag{3.19}$$

На підставі закону Ома для повного кола

$$A_{заг} = \frac{\varepsilon^2 t}{R+r}. \tag{3.20}$$

Потужність струму

Потужністю електричного струму називається величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t}.$$

У зовнішній частині кола, згідно з (3.16) та (3.17):

$$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}, \tag{3.21}$$

або з урахуванням Закону Ома корисна потужність споживача на опорі R буде дорівнювати

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} \tag{3.22}$$

Загальна потужність джерела струму із (3.20):

$$P_{дж} = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)} \tag{3.23}$$

При проходженні струму по нерухомому провіднику останній нагрівається; тобто частина роботи струму перетворюється у внутрішню енергію провідника. Виділення теплоти в провіднику можна пояснити наступним чином. Відомо, що носіями заряду в металах є електрони провідності, а іони розміщенні у вузлах кристалічної гратки. Коли електрони стикаються з іонами відбувається перетворення енергії упорядкованого руху електронів у енергію хаотичного (не упорядкованого) руху іонів і електронів. Тобто, енергія джерела струму передається електронам, а через них і кристалічній гратці провідника у вигляді кінетичної енергії неупорядкованого руху (коливань) частинок. Ця енергія виділяється в провіднику у вигляді тепла.

Такого висновку дійшли англійський фізик Джеймс Джоуль (1818-1889) та російський фізик Емілій Ленц (1804-1865).

Закон Джоуля-Ленца

Закон Джоуля-Ленца формулюється так: ***кількість теплоти, що виділяється у провіднику при проходженні по ньому постійного електричного струму, прямо пропорційна добуткові квадрата сили струму, опору провідника та часу проходження струму:***

$$Q = I^2 Rt . \qquad (3.24)$$

Кількість теплоти, виділеної у провіднику за час t дорівнює роботі, виконаній струмом за цей же час. Згідно з (3.16) та (3.17)

$$Q = \frac{U^2}{R} t , \text{ або } Q = IUt .$$

Якщо струм з часом змінюється, то згідно з (3.18) маємо:

$$Q = \int I^2 R dt \qquad (3.25)$$

Закон Джоуля-Ленца у диференціальній формі

Закон Джоуля Ленца, записаний формулою (3.25) виражає сумарну (інтегральну) кількість теплоти, що виділяється в провіднику. Але можна визначити й кількість теплоти, що виділяється в окремих місцях провідника, якщо відомі локальні характеристики струму та електричного поля в провіднику.

Скориставшись законом Ома в диференціальній формі і співвідношенням ($\sigma = \frac{1}{\rho}$) одержимо *закон Джоуля – Ленца в диференціальній (локальній) формі:*

$$w = \sigma E^2 \qquad (3.26)$$

або

$$w = \vec{j}\,\vec{E} \qquad (3.27)$$

Контрольні запитання і завдання до розділу 3. Постійний струм:

1. Що таке електричний струм? Умови його виникнення.
2. Закон Ома для замкнутого ланцюга.

3. Що таке сила струму? Як I виразити через щільність струму $\vec{j}$?
4. У скільки разів алюмінієвий дріт має бути товше мідного, щоб мати з ним однаковий опір? $\rho_{меди} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\, Ом \cdot м,\ \rho_{аллюм} = 2{,}6 \cdot 10^{-8}\, Ом \cdot м$
5. Як зміниться щільність струму, якщо діаметр провідника зменшити в 5 разів?
6. Закон Ома в диференціальній формі.
7. З якою швидкістю тече струм у провіднику, якщо концентрація вільних зарядів $n=6 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$, а густина току $j=10^7$ А/м^2?
8. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі.
9. Що таке сторонні сили? Яка їхня роль у ланцюзі зі струмом?
10. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі.
11. Закон Ома для однорідної ділянки ланцюга.
12. Чому дорівнює провідність речовини, якщо при напруженості поля $E=2 \cdot 10^{-6}$ В/м у ньому виникає щільність струму $j=100$ А/м^2?
13. Закон Ома для неоднорідної ділянки ланцюга.
14. Які сили діють на заряд при протіканні струму в замкнутому ланцюзі?

4.1. Магнітне поле у вакуумі.

4.1.1. Магнітне поле. Закон Біо-Савара-Лапласа

Магнітне поле

Магнітне поле – це силове поле, завдяки якому здійснюється взаємодія між провідниками зі струмом, абомагнітами.

Властивості магнітного поля:

1. Утворюється струмами або магнітами та виявляється по дії на струми, або магніти.
2. Є соленоідальним, а не потенційним (як електростатичне поле).

Елементарне джерело магнітного поля

Якщо елементарним джерелом електричного поля є точковий заряд, то елементарним джерелом магнітного поля є *контур зі струмом* (рис. 4.1). Його основним параметром є магнітний момент $\vec{P}_m$

$$\vec{P}_m = I\vec{S} = IS\vec{n}\,,$$

де напрямок нормалі визначається за правилом ***правого гвинта****: поступальний рух гвинта вказує напрямок $\vec{n}$, якщо обертальний рух гвинта за стрілкою годинника співпадає з напрямком струму.*

Дія магнітного поля на контур зі струмом

Якщо внести контур зі струмом у однорідне магнітне поле, то на контур буде діяти момент сил $\vec{M}$, що буде повертати контур таким чином, щоб напрямок $\vec{P}_m$ співпадав з напрямом поля.

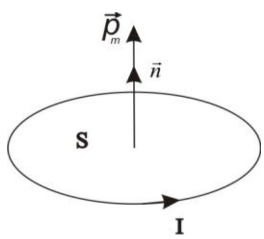


Рисунок 4.1.

При повороті площини контуру з струмом відносно напряму магнітного поля (МП) величина $\vec{M}$ буде змінюватись від максимального значення $M_{\max}$ (якщо $\vec{p}_m \perp МП$), до нуля (коли $\vec{p}_m \uparrow\uparrow МП$). В останньому випадку, при $\vec{M}=0$, $\vec{p}_m \uparrow\uparrow МП$ спостерігається стійка рівновага контуру у магнітному полі. Якщо $\vec{p}_m$ і $МП$ мають протилежні напрями ($\vec{M}=0$, $\vec{p}_m \uparrow\downarrow МП$), рівновага нестійка.

Вектор магнітної індукції

Силовою характеристикою магнітного поля є вектор ***магнітної індукції*** $\vec{B}$**,** модуль якого визначається співвідношенням:

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{M_{\max}}{P_m}, \tag{4.1}$$

де $M_{\max}$ - максимальне значення моменту сил, що діють на контур.

Властивості вектора магнітної індукції:

1. Підпорядковується принципу суперпозиції магнітних полів, а саме: $\vec{B}$ *магнітного поля, створеного кількома токами (магнітами) дорівнює векторній сумі індукцій полів, створених окремими токами (магнітами)*

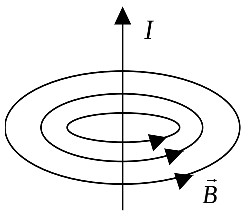
$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i \, .$$

2. $[B]$=1Тл (Тесла).

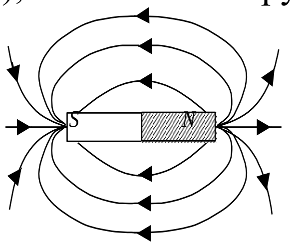
Магнітні силові лінії

Аналогічно електричному полю, магнітне поле можна зобразити за допомогою *ліній магнітної індукції – ліній, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора* $\vec{B}$. *Їх напрямок визначається за допомогою правила свердлика: якщо вістря свердлика напрямлене вздовж струму, то його ручка обертається в напрямку ліній магнітної індукції. Лінії магнітної індукції завжди замкнені та охоплюють провідник із струмом, тобто магнітне поле не має джерел, а є вихровим*. У цьому суттєва відмінність силових ліній магнитного поля від силових ліній електричного поля, які починаються і закінчуються на електричних зарядах, що є джерелами електричного поля.

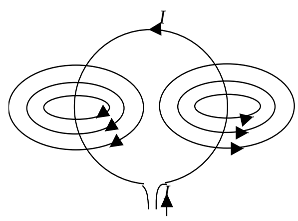
На рис. 4.2 зображені силові ліній вектора магнітної індукції для прямого струму (а), постійного магніту (б), та колового струму (в).



Рисуноку 4.2а



Рисуноку 4.2б



Рисуноку 4.2б

Закон Біо-Савара-Лапласа

Закон Біо-Савара-Лапласа для провідника, елемент струму $I\vec{dl}$ якого створює в точці спостереження A індукцію магнітного поля $d\vec{B}$ (рис. 4.3), має вигляд:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}, \tag{4.2}$$

де $\vec{r}$ - радіус-вектор, проведений від елемента провідника $d\vec{l}$ в точку спостереження A; I - сила струму в провіднику; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$ - магнітна стала.

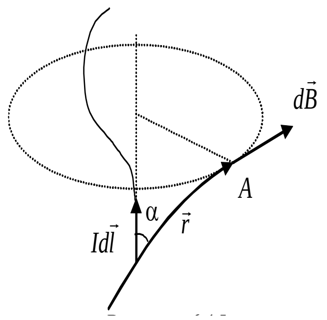


Рисунок 4.3

Напрямок $d\vec{B}$ перпендикулярний векторам $d\vec{l}$ та $\vec{r}$ і співпадає з дотичною до силової лінії магнітної індукції. Силовою лінією вектора $\vec{B}$ є коло, центр якого розташований по осі $\vec{dl}$. Напрям вектора $d\vec{B}$ можна знайти за правилом правого гвинта (або свердлика): напрямок обертання головки гвинта вказує напрямок $d\vec{B}$, якщо поступальний рух гвинта відповідає напрямку елемента струму $d\vec{l}$.

Модуль вектора $d\vec{B}$ визначається, як:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}, \qquad (4.3)$$

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ та $\vec{r}$.

Користуючись формулою (4.3) можна розрахувати магнітне поле любого провідника зі струмом. Для цього необхідно провідник розподілити на ділянки dl і про інтегрувати по l:

$$B = \int_l dB. \qquad (4.4)$$

При цьому у загальному вигляді інтегрування необхідно здійснювати по окремих проекціях вектора B

$$B_x = \int dB_x; \quad B_y = \int dB_y; \quad B_z = \int dB_z,$$

оскільки операція інтегрування скалярна.

Модуль вектора B можна знайти за формулою:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

Таким чином, розрахована індукція магнітного поля, створеного прямим провідником нескінченої ділянки дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}, \qquad (4.5)$$

де b – відстань від провідника до точки, де визначається B

4.1.2. Закон Ампера. Взаємодія двох паралельних струмів.

Закон Ампера

Розглянемо силу, з якою магнітне поле діє на провідник з струмом. Ампер експериментально довів закон: ***сила дії магнітного поля на елемент струму дорівнює векторному добутку елемента струму на вектор магнітної індукції***

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]. \tag{4.6}$$

Під елементом струму слід розуміти елемент довжини провідника $d\vec{l}$, по якому тече струм *I*.

У скалярній формі

$dF_A = IBdl\sin\alpha$,

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$ (рис. 4.4).

Закон Ампера в інтегральній формі має вигляд:

$$F_A = IBl\sin\alpha \tag{4.7}$$

Іе *l* – довжина прямолінійного провідника.

Визначення напрямку сили Ампера

Напрямок сили Ампера можна визначити за ***правилом лівої руки***: *якщо ліву руку розташувати так, щоб лінії індукції магнітного поля входили в долоню, а чотири випрямлені пальці показували напрямок струму в провіднику, то поставлений під прямим кутом великий палець покаже напрямок дії сили Ампера.*

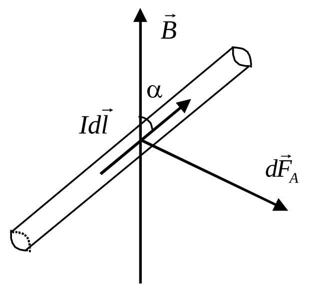


Рисунок 4.4

Сила взаємодії паралельних струмів

Треба знайти амперову силу, з якою взаємодіють у вакуумі два паралельні нескінченно до[illegible]ики з струмами I_1 та I_2, якщо відстань між провідниками b. Кожен з провідників створює магнітне поле, індукція якого у місці розташування іншого згідно (4.5) дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}.$$

Це магнітне поле діє на провідник з силою Ампера (4.7) $F = IBl\sin\alpha$, де відповідно до рис. 4.5 $\sin\alpha = 1$.

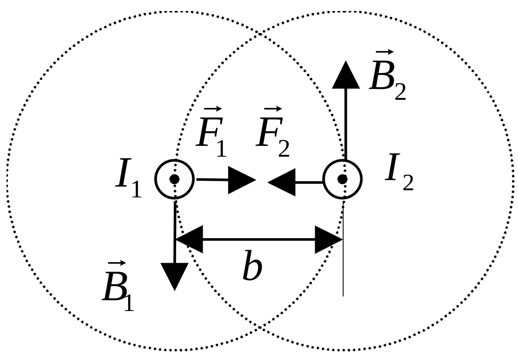


Рисунок 4.5а

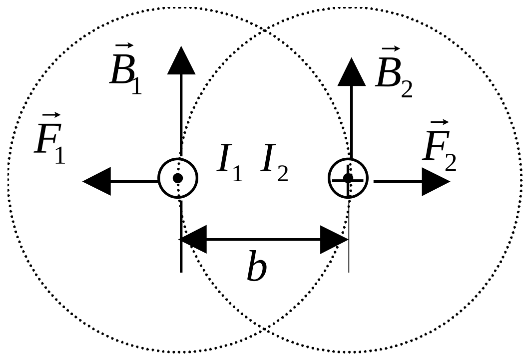


Рисунок 4.5б

Якщо підставити сюди значення *B*, отримаємо

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} l\,, \qquad (4.8)$$

що є **формулою для сили взаємодії двох паралельних струмів.**

При цьому, якщо струми I_1 та I_2 в обох провідниках збігаються за напрямом, то провідники притягуються один до одного (рис. 4.5,а), якщо напрямки струмів протилежні, то провідники відштовхуються (рис. 4.5, б).

Визначення одиниці сили струму – Ампера

Ця формула застосовується для означення одиниці сили струму – ампера, як основної одиниці в СІ.

Один ампер – сила незмінного струму, який, проходячи по двох паралельних провідниках нескінченної довжини і малого поперечного перерізу, розташованих на відстані* 1 м *один від одного у вакуумі, створює силу взаємодії між ними, яка дорівнює $2\cdot 10^{-7}$ Н ***на кожний метр довжини.***

Дійсно, якщо підставити у формулу (4.8) $I_1=I_2=1A$, а $b=1$м, то можна отримати умову для визначення 1А:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2\cdot 10^{-7}\, H/м\,.$$

4.1.3. Магнітне поле рухомого заряду. Дія магнітного поля на рухомий заряд.

Магнітне поле рухомого заряду

За допомогою закону Біо-Савара-Лапласа враховуючи, що $I = \dfrac{dq}{dt}$, а $\dfrac{dl}{dr} = \upsilon$, одержимо вираз для магнітної індукцій поля заряду, що рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{B}_q = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\left[\vec{\upsilon},\vec{r}\right]}{r^3} \qquad (4.9)$$

Вектор $\vec{B}$ в кожній точці простору напрямлений перпендикулярно площині, в якій лежать вектори $\vec{\upsilon}$ і $\vec{r}$ (рис.4.6)

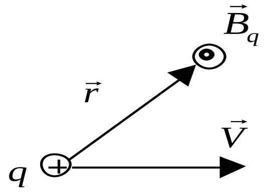


Рисунок 4.6

Дія магнітного поля на рухомий заряд

Якщо в законі Ампера (4.6) замінити силу струму на її визначення $I = \frac{dq}{dt}$, а також урахувати, що $\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{\upsilon}$, можна отримати вираз для сили, що діє з боку магнітного поля на заряд q, що рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}$

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]. \quad (4.10)$$

Цю силу називають **силою Лоренца**.

В скалярному вигляді

$$F_Л = q\upsilon B \sin\alpha,$$

де α - кут між напрямком магнітного поля та швидкості заряду.

Напрямок сили Лоренца (правило лівої руки).

Напрямок сили Лоренца можна знайти *за **правилом лівої руки***: *якщо ліву руку розташувати так, щоб силові лінії входили в долоню, чотири витягнуті пальці показували напрямок швидкості позитивного заряду, тоді відігнутий під прямим кутом великий палець вкаже напрямок сили Лоренцо* (рис. 4.7).

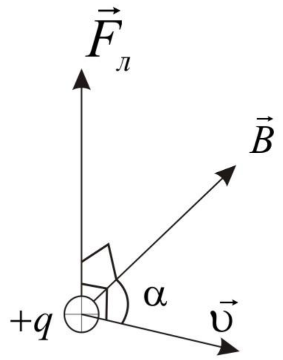


Рисунок 4.7

Властивості сили Лоренца

Сила Лоренца має наступні властивості:

1. $\vec{F}_Л$ перпендикулярна $\vec{\upsilon}$ (тобто є центроспрямованою силою), тому не здійснює роботи і не змінює енергію та швидкість зарядженої частинки.

2. $\vec{F}_Л$ відхиляє заряд від початкового напрямку і вимушує рухатися по колу або спіралі.

Крім того, можна зробити такі висновки відносно сили Лоренца:

- *Величина і напрямок сили Лоренца* $\vec{F}_Л$ *залежить від швидкості зарядженої частинки і від величини і напрямку магнітного поля* $\vec{B}$.

- *Якщо заряджена частина рухається паралельно напрямку магнітного поля, сила Лоренца дорівнює нулю.*
- *Якщо кут між вектором швидкості заряду* $\vec{\upsilon}$ *і вектором* $\vec{B}$ *відмінний від нуля, то сила Лоренца перпендикулярна площині, в якій лежать вектори* $\vec{\upsilon}$ *і* $\vec{B}$.
- *Сила Лоренца діє на позитивний і негативний заряди в протилежних напрямках.*

Сила Лоренца широко використовується у техніці для фокусування пучків заряджених частинок: у прискорювачах різного типу, у електронно-проміневих трубках та т.і.

4.1.4. Закон повного струму та його застосування.

Згадаємо, що в електростатиці робота при переміщенні пробного заряду в електростатичному полі не залежить від форми шляху і по довільному замкнутому контуру дорівнює нулю. Таке поле є потенціальним. При цьому циркуляція вектора напруженості електричного поля дорівнює нулю

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0 .$$

Закон повного струму для вектора $\vec{B}$

На відміну від електростатичного поля силові лінії магнітного поля замкнені, тому циркуляція вектора $\vec{B}$ по замкненому контуру не дорівнює 0. *Теорема про циркуляцію вектора* $\vec{B}$, *або* ***закон повного струму*** формулюється так: *циркуляція вектора* $\vec{B}$ *по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої* μ_0 *на алгебраїчну суму струмів, охоплених цим контуром*:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i , \qquad (4.11)$$

де n - число провідників з струмами, охоплених контуром L довільної форми. Додатним вважається струм, напрямок якого складає з напрямком обходу контуру правий гвинт. Наприклад, на рис. 4.8 струми I_1 та I_3 - додатні, а струм I_2 - від'ємний.

Назва закону пояснюється тим, що у правій частині (4.11) враховуються усі струми, охоплені контуром, тобто «повний струм».

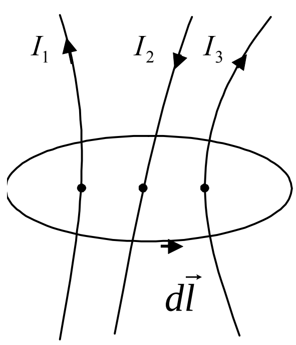


Рисунок 4.9

Наслідком (4.11) є те, *що* ***робота при перенесенні пробного одиничного елемента струму у магнітному полі в загальному випадку відмінна від нуля. Це є характерним для вихрового поля.***

Магнітне поле довгого соленоїда

За допомогою закона повного струму визначимо *магнітне поле довгого соленоїда.* Розглянемо соленоїд довжиною l, з кількістю витків N і струмом у витках I.

Довжина соленоїда набагато більша його діаметра, тобто можна вважати соленоїд нескінченно довгим. Тоді всередині соленоїда магнітне поле є однорідним, зовні – дуже слабким (рис.4.9), яким можна знехтувати.

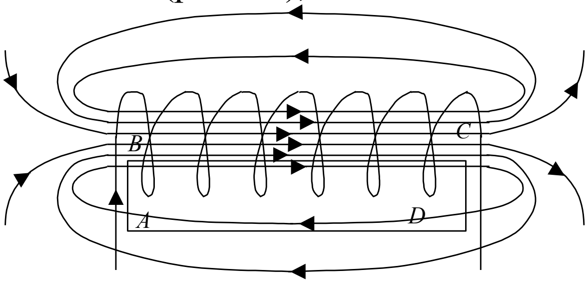


Рисунок 4.9

Для знаходження вектора магнітної індукції – беремо контур $ABCDA$ (рис.4.10). За теоремою про циркуляцію вектора $\vec{B}$ інтеграл по замкненому контуру можна розглядати як суму чотирьох інтегралів

$$\oint\limits_{ABCDA} B_e dl = \int\limits_{AB} B_e dl + \int\limits_{BC} B_e dl + \int\limits_{CD} B_e dl + \int\limits_{DA} B_e dl .$$

На ділянках AB і CD $B_e = 0$ ($\vec{B} \perp d\vec{l}$), на ділянці DA (зовні соленоїда) $B = 0$, а на ділянці BC циркуляція вектора $\vec{B}$ дорівнює Bl, тобто

$$\int\limits_{BC} B_e dl = Bl = \mu_0 NI .$$

Звідки

$$\oint\limits_{ABCDA} B_e dl = \mu_0 NI$$

Величина магнітної індукції поля всередині соленоїда (у вакуумі) дорівнює

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 nI , \qquad (4.12)$$

де $n = \frac{N}{l}$ - лінійна густина витків соленоїда.

4.1.5. Теорема Гауса для магнітного поля. Робота у магнітному полі.

Магнітний потік

Магнітним потоком $d\Phi$ називають *кількість силових ліній* $\vec{B}$*, що пронизують деяку поверхню площею* dS

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS = BdS\cos\alpha, \qquad (4.13)$$

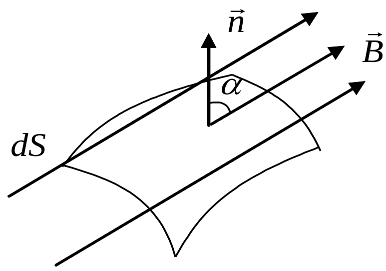


Рисунок 4.10

де $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$, $\vec{n}$ - одиничний вектор зовнішньої нормалі до площини dS, B_n - проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі, α - кут між векторами $\vec{n}$ і $\vec{B}$ (рис. 4.10). Площа dS вибирається настільки малою, щоб її можна було вважати плоскою, а магнітне поле однорідним.

Повний магнітний потік крізь довільну поверхню

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Властивості магнітного потоку:

1. Є алгебраїчною величиною, тобто може бути $\Phi > 0$ і $\Phi < 0$ (у залежності від кута α).
2. *Одиницею магнітного потоку є Вебер* (Вб**)**.

$[\Phi] = 1Тл \cdot м^2 = 1Вебер = 1Вб$

Теорема Гаусса для магнітного поля

Зважаючи на те, що магнітні силові лінії завжди замкнені, можна сформулювати ***теорему Гаусса для магнітного поля: магнітний потік крізь будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю***:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0. \qquad (4.14)$$

Оскільки кожна лінія вектора $\vec{B}$ замкнена, то, якщо вона ввійде в замкнену поверхню, то повинна і вийти з неї.

Магнітний потік крізь поверхню обмежену контуром, що складається з N витків має назву **потокозчеплення** цього контура і дорівнює

$$\Psi = N\Phi.$$

Робота по переміщенню провідника зі струмом у магнітному полі

Відомо, що магнітне поле діє на провідник зі струмом з силою Ампера (4.7): $F_A = IBl\sin\alpha$

Отже при переміщенні провідника (рис. 4.11) повинна виконуватись робота:

$$dA = F_A dx = IBl \cdot dx \cdot \sin\alpha, \qquad (4.15)$$

де $\angle\alpha$ – кут між $\vec{B}$ (направлено до нас) та I дорівнює 90°.

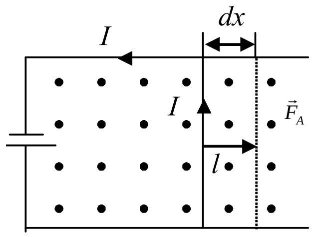


Рисунок 4.11

Враховуючи, що (у 4.15) $ldx=dS$, а $BdS=d\Phi$, отримаємо вираз для роботи: $dA=Id\Phi$, або в інтегральному вигляді

$$A=I\Phi \tag{4.16}$$

де - Ф - *магнітний потік, що перетинає провідник при своєму русі у магнітному полі.*

Робота по переміщенню контуру зі струмом

Як було показано у підрозділі 4.1.1, дія магнітного поля на контур зі струмом міститься у повороті останнього до певного стану. При цьому магнітний потік крізь поверхню контуру

$\Phi = BS\cos\alpha$

змінюється, оскільки змінюється $\angle\alpha$ між $\vec{B}$ та $\vec{n}$ (рис.4.10).

Виявляється, що робота, яка при цьому виконується магнітним полем буде дорівнювати

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi \tag{4.17}$$

де $\Delta\Phi$ - зміна магнітного потоку крізь поверхню контуру.

Формулі (4.17) можна надати інший вигляд:

$$A = IBS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1),$$

Де α_1, α_2 – кут, що задає начальне і кінцеве положення контуру.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 4.1. Магнітне поле у вакуумі:

1. Що таке магнітне поле? Його властивості.
2. Сила Ампера, що діє на прямий провідник зі струмом.
3. Що таке вектор магнітної індукції? Його властивості.
4. Що таке 1 Ампер?
5. Закон Біо-Савара-Лапласа (формула й малюнок).
6. Що таке сила Лоренца? Її властивості.
7. Закон повного струму (теорема про циркуляцію $\vec{B}$)
8. Принцип суперпозиції полів.
9. Магнітне поле прямого струму: формула й малюнок.
10. Що таке магнітні силової лінії? Правила їхньої побудови.
11. Теорема Гауса для магнітного поля.
12. Робота з переміщення провідника зі струмом у магнітному полі.
13. Що є елементарним джерелом магнітного поля? Його основний параметр?
14. Взаємодія 2-х паралельних струмів.
15. Магнітне поле кругового струму: формула та малюнок.
16. Магнітне поле соленоїда: формула та малюнок.

ГЛОСАРІЙ ФАХОВИХ ТЕРМІНІВ

Розділ 1. Класична механіка

Динаміка – розділ механіки, що вивчає рух, як результат взаємодії.

Енергія – скалярна фізична величина, яка є кількісною характеристикою різних форм руху матерії і взаємодії.

Замкнена система тіл – система тіл, на яку не діють зовнішні сили, або дія яких (та їх моментів) скомпенсована.

Ізольована система тіл – система тіл, яка не обмінюється енергією з зовнішніми тілами.

Імпульс – векторна фізична величина, яка є мірою кількості руху тіла.

$$\vec{P} = m\vec{\vartheta}$$

Кінематика – розділ механіки, що вивчає рух, не враховуючи його причин.

Кінетична енергія – енергія тіла, що рухається, яка чисельно дорівнює роботі, що потрібно здійснити для зупинки тіла:

$$T = \frac{m\vartheta^2}{2}$$

Консервативні сили – сили, робота яких не залежить від траєкторії руху, а визначається початковим і кінцевим положенням тіла.

Консервативна система тіл – система тіл, на які діють тільки консервативні сили.

Маса – фізична величина, що є мірою інерції (та гравітаційних властивостей) тіла.

Матеріальна точка – тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Механічний рух – зміна положення тіла у просторі відносно інших тіл з перебігом часу.

Механічна система – сукупність матеріальних точок (або тіл), що розглядається як єдине тіло.

Момент імпульсу – векторна фізична величина, що є мірою кількості руху при обертальному русі.

Для матеріальної точки: $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$.

Для тіла: $\vec{L} = J\vec{\omega}$

Момент інерції – фізична величина, що є мірою інерції при обертальному русі.

Для матеріальної точки: $J = mr^2$.

Момент сили – фізична величина, що є мірою взаємодії при обертальному русі.

$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$

Обертальний рух – рух, при якому всі точки тіла описують концентричні кола в площині, перпендикулярній осі обертання, яка є нерухомою.

Переміщення кутове – векторна фізична величина, що є ознакою присутності обертального руху:

$\Delta\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_2 - \vec{\varphi}_1$

Переміщення лінійне – векторна фізична величина, що є ознакою присутності поступального руху:

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Поступальний рух – рух, при якому пряма, пов'язана з тілом, що рухається, залишається паралельною самій собі.

Потенційна енергія – енергія тіла (системи тіл), яка обумовлена його взаємодією з зовнішніми тілами:

$U = -A_{\text{конс.}}$

Потужність – скалярна величина, що визначає виконану роботу за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t}$$

Прискорення кутове – векторна фізична величина, що описує зміну кутової швидкості з часом.

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Прискорення лінійне – векторна фізична величина, що описує зміну лінійної швидкості з часом.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}$$

Прискорення нормальне – векторна фізична величина, що визначає зміну швидкості за напрямом.

$$\overrightarrow{a_n} = \frac{\vartheta^2}{R}\vec{n}$$

Розділ 2. Електростатика

Вільні заряди – заряди, що можуть вільно переміщуватися по всьому об'єму речовини.

Діелектрик – речовина, що містить лише зв'язані заряди.

Діелектрична проникність – скалярна величина, що показує, в скільки разів діелектрик послабляє зовнішнє електричне поле:

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{E}_{\text{діел.}}}$$

Діелектрична сприйнятливість – скалярна величина, що характеризує здатність діелектрика поляризуватися.

Диполь – система двох зв'язаних між собою точкових зарядів однакової величини, але протилежних знаків.

Еквіпотенціальні поверхні – геометричне місце точок з однаковим значенням потенціалу.

Електроємність – скалярна величина, що характеризує здатність провідника накопичувати заряд:

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Електризація – процес перетворення незарядженого тіла в заряджене.

Електричний заряд – скалярна величина, що характеризує здатність тіла до електростатичної взаємодії.

Електричне зміщення – векторна величина, що є силовою характеристикою електричного поля, яка не залежить від властивостей речовини:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$$

Електричне поле – силове поле, через яке здійснюється електростатична взаємодія.

Зв’язані заряди – заряди, що входять до складу атомів та молекул тіла і не можуть переміщуватись по його об’єму.

Конденсатор – пристрій для накопичування електричного заряду, що складається з двох провідників, розділених діелектриком.

Напруженість електричного поля – векторна величина, що є силовою характеристикою електричного поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Поляризованість – векторна величина, що є кількісною мірою поляризації діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum P_i}{V}$$

Поляризація – процес, що відбувається в діелектрику при його розташуванні в електричному полі.

Потенціал електричного поля – скалярна величина, що є енергетичною характеристикою електричного поля:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}$$

Провідник – речовина, яка містить велику кількість вільних зарядів.

Силові лінії – криві лінії, дотична до яких у кожній точці збігається з вектором напруженості.

Точковий заряд – заряджена матеріальна точка.

Розділ 3. Постійний струм

Вузол – точка, в якій сходяться три або більше провідників зі струмом.

Густина струму – векторна величина, що характеризує розподіл електричного струму по розрізу провідника:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS}\vec{n}$$

Електричний опір – скалярна фізична величина, що характеризує протидію провідника протіканню струму:

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

Електричний струм – напрямлений та упорядкований рух електричних зарядів.

Електрорушійна сила – скалярна величина, що визначається роботою, яку виконують сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду:

$$E = \frac{A}{q_0}$$

Контур – замкнена послідовність ланцюгів.

Ланцюг – частина контуру між двома вузлами.

Напруга – різниця потенціалів, що виникає на кінцях провідника при протіканні струму.

Об'ємна густина енергії електричного поля – скалярна величина, що дорівнює енергії одиниці об'єму електричного поля:

$$\omega = \frac{dW}{dV}$$

Питома електрична провідність – скалярна фізична величина, що характеризує здібність провідника проводити електричний струм.

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Розгалужене електричне коло – паралельно-послідовне з'єднання ділянок, які містять джерела струму та резистори.

Сила струму – скалярна фізична величина, що дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Сторонні сили – сили не електричної природи, що діють на заряди з боку джерела струму.

Розділ 4. Магнітостатика

Ампер – одиниця вимірювання сили струму, при якій сила взаємодії двох паралельних провідників, розташованих на відстані 1 м один від одного складає $2 * 10^{-7}$Н на 1 м довжини.

Магнітна індукція – векторна величина, що є силовою характеристикою магнітного поля:

$$|\vec{B}| = \frac{M_{max}}{P_m}$$

Магнітний момент – векторна величина, що є основним параметром контура зі струмом:

$$\vec{P} = IS\vec{n}$$

Магнітне поле – силове поле, через яке здійснюється взаємодія між постійними струмами або магнітами.

Магнітний потік – скалярна величина, що характеризує кількість магнітних силових ліній крізь деяку поверхню площею dS:

$$d\Phi = \vec{B}\overrightarrow{dS}$$

Магнітні силові лінії – криві лінії, дотичні до яких у кожній точці збігаються з вектором магнітної індукції.

Сила Ампера – сила, що діє з боку магнітного поля на провідник зі струмом.

Сила Лоренца – сила, що діє з боку магнітного поля на точковий рухомий заряд:

$$\overleftrightarrow{F} = q[\vec{\vartheta}, \vec{B}]$$

ЛІТЕРАТУРА

Базова література

1. Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина 1. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка: навч. посібник/ В.О. Стороженко та ін.- Харків:ТОВ «Компанія СМІТ», 2006.-320 с.

2. Загальна фізика з прикладами і задачами. Частина 2. Електрика та магнетизм: навч. посібник./ І.М. Кібець та ін. - Харків: «Компанія СМІТ», 2009.-424 с.

Методичні вказівки до практичних занять

1. Методичні вказівки до ПЗ з курсу фізики (частина 1)/Упоряд.: В.О.Стороженко та ін. –Харків:ХНУРЕ, 2013.-152с.

Методичні вказівки до лабораторних робіт

1. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Частина 1. Механіка та молекулярна фізика./ О.В. Вишнівецький та ін.- Харків: ХНУРЕ, 2009.-84с.

2. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Частина 2. Електрика і магнетизм. / О.М. Коваленко та ін.- Харків: ХНУРЕ, 2006- 96с.

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів

1. Запитання та відповіді до лабораторних робіт з фізики. Частина1.Механіка та молекулярна фізика/ С.С. Авотін та ін.- Харків:ХНУРЕ,2004.- 44с.

2. Запитання та відповіді до лабораторних робіт з фізики. Частина 2. Електрика та магнетизм / А.І. Рибалка та ін.-Харків: ХНУРЕ, 2004.-60с.