

2.2. ЕП в діелектриках

2.2.1. Електрична модель молекули діелектрика. Типи діелектриків.

Діелектриком називається речовина, яка не містить вільних зарядів.

Вільними називаються заряди, що можуть рухатись по усьому об'єму речовини. Такими зарядами є електрони в металах, іони в газах і рідинах, заряди

Вільні і зв'язані заряди

плазми. Заряди, які не можуть рухатися по речовині називають *зв'язаними*.

Заряджені частинки входять до складу атомів, молекул, або розташовані у вузлах кристалічної ґратки твердого тіла і неспроможні вільно рухатись.

Як і провідник, в незарядженому стані діелектрик – електронейтральна система: кількість позитивних зв'язаних зарядів дорівнює кількості негативних. Якщо на твердий діелектрик помістити вільний заряд, то він, на відміну від провідника, залишаючись вільним, не буде рухатись, тобто розподіл вільних зарядів на діелектрику зберігається.

Якщо нейтральний діелектрик помістити в зовнішнє електричне поле, то виникнуть суттєві зміни як в полі, так і в самому діелектрику.

Щоб з'ясувати, чому це відбувається, розглянемо електричну модель молекули діелектрика.

Електрична модель молекули діелектрика

Її можна представити як диполь. *Електричний диполь* – система з двох точкових однакових за величиною та протилежних за знаком зарядів, які знаходяться на відстані l один від одного. Позитивний заряд – це сумарний заряд ядер атомів, а негативний – сумарний заряд електронів, а l – відстань між їх центрами тяжіння.

Якщо відстань між зарядами не змінюється, то такий диполь називають жорстким. Для точкового диполя $l \ll r$, де r – відстань від центра диполя до точки спостереження. Величину l називають плечем диполя. Пряма, що проходить крізь обидва заряди називається *віссю диполя*.

Основною характеристикою диполя є електричний *дипольний момент* \vec{p}_e . Він являє собою вектор, який чисельно дорівнює добутку заряду на плече і напрямлений від негативного заряду до позитивного, тобто

$$\vec{p}_e = q\vec{l}, \quad (2.16)$$

де \vec{l} – вектор напрямлений вздовж плеча диполя від негативного до позитивного заряду (рис.2.5).

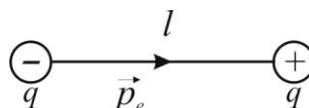


Рисунок 2.5

$[p_e]=1 \text{ Кл}\cdot\text{м}$

**Поле
диполя на
його осі**

На осі диполя (рис 2.6) у точці A згідно принципу суперпозиції

$$\vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

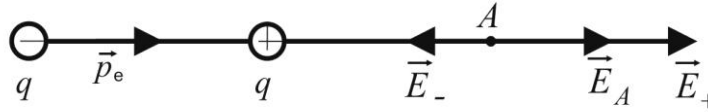


Рисунок 2.6

Потенціал поля в точці A :
$$\varphi_A = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l} \right) = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r(r+l)}$$

За умови $r \gg l$
$$\varphi_A = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2.17)$$

Напруженість
$$E_A = -\frac{d\varphi}{dr} = \frac{2p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3},$$

тобто
$$\vec{E}_A = \frac{2\vec{p}_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (2.18)$$

**Поле
диполя на
перпендикулярі
до його осі**

Потенціал поля диполя в точках площини перпендикулярної до осі диполя, яка проходить через його центр, дорівнює нулю $\varphi = 0$ (рис.2.7).

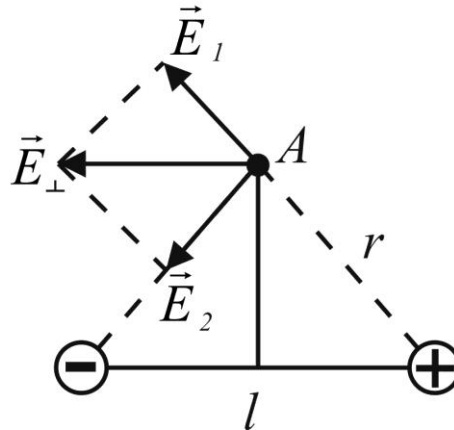


Рисунок 2.7

Знайдемо напруженість E_{\perp} в точці A за принципом суперпозиції полів:

$$\vec{E}_{\perp} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

З урахуванням $E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ маємо:

$$E_{\perp} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Напрямок \vec{E}_\perp протилежний напрямку електричного моменту диполя \vec{p}_e

тобто:

$$\vec{E}_\perp = -\frac{\vec{p}_e}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (2.19)$$

Диполь у зовнішньому електричному полі

Якщо диполь вмістити в однорідне електричне поле, то на його заряди будуть діяти сили рівні за модулем, та протилежні за напрямком (рис.2.8)

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = qE$$

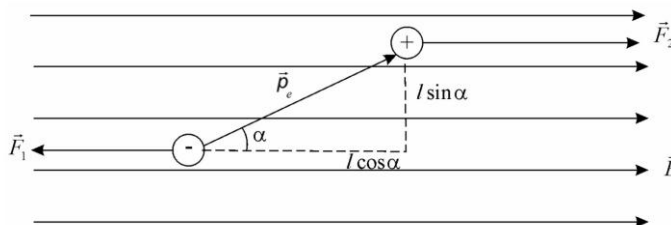


Рисунок 2.8

Ці сили утворюють пару сил, плече якої дорівнює $l \sin \alpha$. Момент цієї пари сил, діючих на диполь в однорідному електростатичному полі, змушує диполь повернутися так, щоб напрямок вектора його електричного моменту \vec{p}_e збігався би з напрямком зовнішнього поля. В такому разі диполь перебуватиме в стані стійкої рівноваги.

Типи діелектриків

У залежності від того, чи має молекула діелектрика дипольний момент, діелектрики діляться на три типа: неполярні, полярні, кристалічні. Діелектрик називається *неполярним*, якщо у відсутності зовнішнього електричного поля “центри тяжіння” позитивних і негативних зарядів збігаються і *дипольний момент молекул \vec{p}_e дорівнює нулю*.

Така молекула веде себе як пружний диполь, довжина плеча якого \vec{l} залежить від величини зовнішнього електричного поля.

У полярних діелектриків молекули являють собою жорсткі диполі, які мають власний, сталий за модулем, дипольний момент \vec{p}_e . Прикладом таких діелектриків є вода, органічні молекули і т.п.

У таких молекул “центри тяжіння” позитивних та негативних зарядів не збігаються навіть у відсутності зовнішнього електричного поля, але в цьому випадку, внаслідок теплового руху, дипольні моменти орієнтовані хаотично і сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю.

Третім типом діелектриків є тверді діелектрики, що мають іонну кристалічну ґратку, наприклад діелектричні кристали типа NaCl, KCl, KBr і т.п. Такі кристали представляють собою просторові ґратки з правильним чергуванням іонів різних знаків, які можна розглядати як систему двох підґраток з негативними і позитивними зарядами.

2.2.2. Поляризація діелектриків. Поляризованість.

Поляризація діелектрика

Явище набуття діелектриком деякого результуючого дипольного моменту під дією зовнішнього електричного поля має назву поляризації діелектрика. Діелектрик в такому стані – поляризований.

В залежності від будови молекул існує три типи поляризації діелектрика: електронна, орієнтаційна і іонна.

Електронна (деформаційна) поляризація

Електронна (деформаційна) поляризація спостерігається у неполярних діелектриках.

В зовнішньому електричному полі відбувається деформація електричних оболонок атомів і молекул. Позитивні і негативні заряди зміщуються у протилежних напрямках, що призводить до зміщення центрів тяжіння позитивних і негативних зарядів. В цьому випадку неполярна молекула набуває індукований електричний момент \vec{p}_e , що збігається за напрямком з напрямком зовнішнього поля \vec{E}_0 (рис. 2.9).

На торцях діелектрика з'являться поверхневі зв'язані заряди різного знаку з поверхневою густиною $+\sigma'$ і $-\sigma'$ (рис. 2.9).

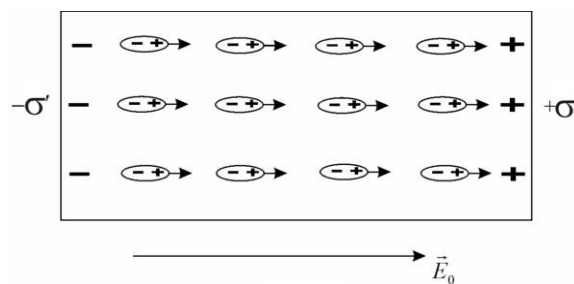


Рисунок 2.9

Орієнтаційна (дипольна) поляризація

Другий тип поляризації – орієнтаційна або дипольна поляризація характерна для полярних діелектриків.

В зовнішньому електричному полі на молекулу – диполь діє пара сил (див. п.2.2.1), що намагається зорієнтувати дипольний момент молекули за напрямком напруженості зовнішнього електричного поля \vec{E}_0 , незважаючи на дезорієнтуючу дію теплового руху (рис. 2.10). В цьому випадку з'являється сумарний дипольний момент діелектрика відмінний від нуля. Крім того, молекули полярних діелектриків набувають додаткових, індукованих зовнішнім полем, дипольних моментів, але електронний механізм поляризації в цьому випадку відіграє незначну роль і ним можна знехтувати. У підсумку на торцях діелектрика з'являються зв'язані заряди, як і при електронній поляризації.

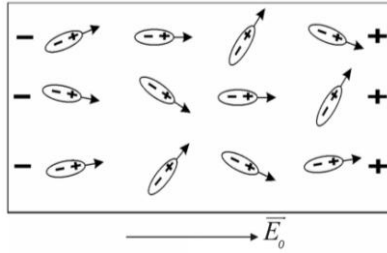


Рисунок 2.10

**Іонна
поляризація**

При дії на іонний кристал електричного поля відбувається зміщення іонів кристалічної ґратки: позитивних – в напрямку поля, а негативних - в протилежному напрямку. Це приводить до виникнення дипольного моменту, тобто поляризації кристалла, отже виникненню на поверхнях некомпенсованих зв'язаних зарядів.

**Вектор
поляризації
(поляризованість)**

Для всіх типів поляризації визначальним є те, що при внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле в ньому виникає відмінний від нуля дипольний момент.

Вектор поляризації (поляризованість) \vec{P} - кількісна міра поляризації діелектрика, що визначається як дипольний момент одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_{e_i}}{\Delta V} = \frac{\vec{P}_{ev}}{V}, \quad (2.20)$$

де \vec{p}_e - електричний дипольний момент i – ї молекули, N – загальна кількість молекул в об'ємі ΔV , \vec{P}_{ev} - дипольний момент об'єма ΔV .

Цей об'єм повинен бути достатньо малим, щоб в його межах електричне поле можна було вважати однорідним. В той же час кількість N молекул в ньому повинна бути достатньо великою ($N \gg 1$), щоб до нього можна було застосувати статистичні закономірності.

Одиниці вимірювання поляризованості: 1 кулон на квадратний метр.

$$[P] = 1 \frac{Кл}{м^2}$$

**Діелектрична
сприйнятливість**

Експериментально доведено, що для ізотропних діелектриків і невеликих електричних полів вектор поляризації \vec{P} лінійно пов'язаний з напруженістю поля \vec{E} .

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E} \quad (2.21)$$

де $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала, \varkappa – скалярна стала, яка називається **діелектричною сприйнятливістю діелектрика**, що характеризує здібність діелектрика поляризуватися. \varkappa – безрозмірна величина, завжди додатна ($\varkappa > 0$) і для більшості діелектриків дорівнює декількох одиниць.

Діелектрична сприйнятливість неполярного діелектрика не залежить від температури, на відміну від полярного діелектрика, в якому ϵ залежить від температури, зменшуючись з її зростанням. Це можна пояснити тим, що тепловий рух заважає вишикувати електричні моменти полярних молекул за напрямком \vec{E} .

У випадку кристалічних діелектриків вони можуть бути електрично анізотропними. В цьому випадку електрична сприйнятливість ϵ – величина тензорна, вектори \vec{P} і \vec{E} мають однаковий напрямок лише для визначених напрямків в даному кристалі.

Зв'язок вектора поляризації з поверхневою густиною зв'язаних зарядів

Можна показати, що поляризованість \vec{P} зв'язана з поверхневою густиною зв'язаних зарядів (рис. 2.9) простим співвідношенням

$$P_n = \sigma' \quad (2.22)$$

Проекція поляризованості на зовнішню нормаль до відповідної поверхні (нормальна складова вектора поляризації) дорівнює поверхневій густині зв'язаних зарядів.

Враховуючи, що $\sigma = \frac{dq}{ds}$, можна отримати зв'язок між поляризованістю і кількістю зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика

$$q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}, \quad (2.23)$$

що по суті є теоремою Гаусса для вектора \vec{P} .

2.2.3. Електричне поле в діелектрику. Теорема Гауса.

Електричне поле в діелектриках \vec{E} створюється як вільними, так і зв'язаними зарядами. Згідно принципу суперпозиції результуюче поле дорівнює:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{вільн}} + \vec{E}'_{\text{зв'яз}}$$

Тоді теорема Гаусса для вектора \vec{E} має вигляд

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (q_{\text{вільн}} + q'), \quad (2.24)$$

де $q_{\text{вільн}}$ і q' - вільні і зв'язані заряди, що охоплені поверхнею S .

Величину зв'язаного заряду можна знайти за допомогою теореми Гаусса для вектора поляризації (2.23)

$$q' = -\oint_S \vec{P} d\vec{S} \quad (2.25)$$

Поверхня інтегрування S в (2.24) і (2.25) одна і та ж. З (2.24) і (2.25) маємо

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\text{вільн}}}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{\text{вільн}}$$

Величина

$$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} \quad (2.26)$$

носить назву **вектора електричної індукції**, або електричного зміщення. Вектор \vec{D} - допоміжна величина, що спрощує вивчення електричного поля в діелектриках. Розмірність вектора \vec{D} така ж, як і вектора \vec{P}

$$[D] = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

Теорема Гаусса для вектора електричної індукції

Потік вектора електричної індукції крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі сторонніх (вільних зарядів, охоплених цією поверхнею).

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{вільн}} \quad (2.37)$$

Зв'язок між векторами \vec{D} і \vec{E}

Для ізотропного діелектричного середовища маємо (2.21)

$$\vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

З урахуванням (2.26) одержимо

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \varepsilon) \vec{E}$$

де $\varepsilon = 1 + \varepsilon$ - **діелектрична проникність діелектрика**.

Тобто зв'язок між вектором електричної індукції \vec{D} і вектором напруженості електричного поля \vec{E} в ізотропному середовищі має вигляд:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \quad (2.28)$$

Таким чином \vec{D} - **теж силова характеристика електричного поля** (як і \vec{E}), але \vec{D} не залежить від речовини (тобто від ε).

Діелектрична проникність ε

Діелектрична проникність діелектрика $\varepsilon = 1 + \varepsilon$ - одна з основних характеристик діелектрика.

Для вакууму $\varepsilon = 0$, а $\varepsilon = 1$, для будь-якої речовини $\varepsilon > 1$.

Значення ε залежить від речовини і змінюється від $\varepsilon \geq 1$ (гази) до $\varepsilon \geq 10^4$ (сегнетоелектрики).

Діелектрична проникність неполярних діелектриків, як і діелектрична сприйнятливність, не залежить від температури (при сталій концентрації молекул), а в полярних – зменшується зі збільшенням температури.

Напруженість електричного поля в діелектрику

Розглянемо дві паралельні нескінченні пластини заряджені зарядом різного знаку з поверхневою густиною $+b$ і $-b$. Поле створене цим зарядом в вакуумі дорівнює (див. підрозділ 2.1) :

$$E_0 = \frac{b}{\varepsilon_0} \quad (2.29)$$

а величина вектора електричного зміщення

$$\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0. \quad (2.30)$$

Розташуємо між пластинами однорідний ізотропний діелектрик (рис. 2.11).

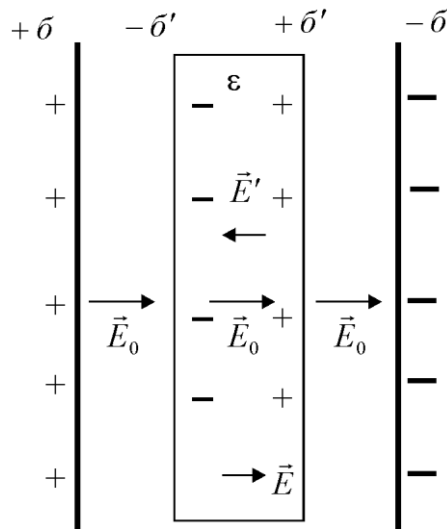


Рисунок 2.11

Внаслідок дії електричного поля діелектрик поляризується і на його поверхнях з'являться зв'язані заряди з густиною σ' , які створять поле

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (2.31)$$

Напруженість поля \vec{E} всередині діелектрика буде сумою двох полів: \vec{E}_0 , створеного вільними зарядами на пластинах, і поля \vec{E}' , створеного поляризованим діелектриком.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

З урахуванням напрямків полів (рис. 2.11) маємо

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (2.32)$$

Зважаючи на (2.21) та (2.22) одержимо $P = \sigma' = \epsilon_0 \epsilon E$ тоді $E = E_0 - \epsilon E$;

$$E = E_0 / (1 + \epsilon) = E_0 / \epsilon. \quad (2.33)$$

Напруженість поля всередині діелектрика буде в ϵ раз менше, ніж в вакуумі. Тобто діелектрична проникність ϵ показує в скільки разів ослаблене поле в діелектрику.

2.2.4. Електричне поле на межі розподілу двох діелектриків.

Розглянемо два діелектричні середовища з діелектричними проникностями ϵ_1 і ϵ_2 (рис. 2.12). Для визначення умов зміни вектора напруженості на межі двох середовищ застосуємо теорему про циркуляцію вектора напруженості

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Замкнений контур, по якому інтегруємо вибираємо поблизу поверхні розділу двох середовищ. Це прямокутний контур з довжиною сторін Δl та Δh

$\Delta(\Delta h \ll \Delta l)$. Напрямок одиничного вектора вздовж дотичної $\vec{\tau}$ і нормалі \vec{n} показано на (рис. 2.12).

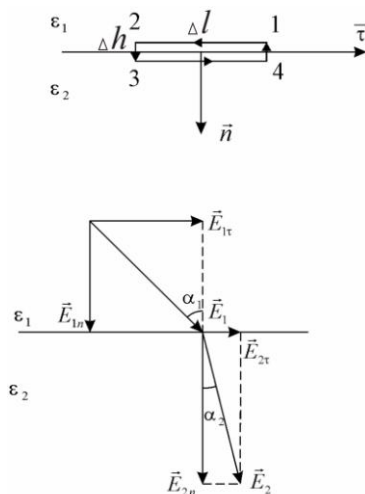


Рисунок 2.12

Вектори \vec{E}_1 і \vec{E}_2 розкладемо на дві складові: тангенціальну E_τ та нормальну E_n . Знаходимо циркуляцію вектора \vec{E} по вибраному контуру при $\Delta h \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_L \vec{E} d\vec{l} = E_{2\tau} \Delta l - E_{1\tau} \Delta l = (E_{2\tau} - E_{1\tau}) \Delta l = 0,$$

звідки $E_{1\tau} = E_{2\tau}$. (2.35)

Тобто тангенціальна складова вектора напруженості електростатичного поля не змінюється.

З (2.28) маємо

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ D_{1\tau} &= \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1\tau}; \\ D_{2\tau} &= \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2\tau} \\ \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Тангенціальні складові вектора електричної індукції змінюються як діелектричні проникності середовищ.

Щоб знайти умови зміни нормальних складових векторів \vec{D} та \vec{E} застосуємо теорему Гаусса для поля в діелектриках

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{вільн}}$$

Замкнена гауссова поверхня – циліндр з площею основи ΔS і висотою $\Delta h \rightarrow 0$ (рис. 2.13). Нехай на поверхні розділу середовищ є сторонні (вільні) заряди з поверхневою густиною σ .

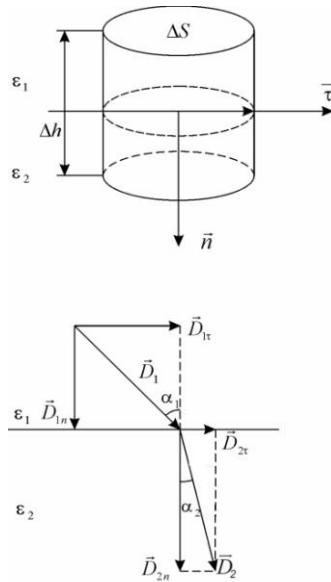


Рисунок 2.13

Тоді потік вектора D через поверхню циліндра дорівнює

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \oint_S \vec{D} d\vec{S} = D_{2n} \Delta S - D_{1n} \Delta S = \bar{\rho}_{\text{вільн}} \Delta S,$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \bar{\rho}_{\text{вільн}}$$

При переході межі поділу двох діелектричних середовищ нормальна складова вектора електричної індукції \vec{D} стрибком змінюється на величину, що дорівнює поверхневій густині вільних зарядів $\bar{\rho}_{\text{вільн}}$.

Якщо на поверхні немає сторонніх зарядів, то

$$D_{2n} - D_{1n} = 0; \quad D_{1n} = D_{2n} \quad (2.37)$$

Нормальна складова вектора \vec{D} не змінюється.

Для вектора напруженості нормальна складова змінюється:

$$D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}; \quad D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n};$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (2.38)$$

Якщо вектор напруженості поля \vec{E} дотичний до лінії розділу діелектричних середовищ, так що

$$E_1 = E_{1\tau}, \quad E_2 = E_{2\tau}, \quad E_1 = E_2.$$

Це означає, що в цьому випадку вектор напруженості поля не змінюється при переході з одного діелектричного середовища до іншого.

Відповідно (2.27) для вектора діелектричного зміщення, виконується співвідношення:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

**Закон
заломлення
ліній
напруженості
електричного
поля**

При переході через межу розділу двох діелектричних середовищ лінії напруженості і індукції електростатичного поля заломлюються (рис. 2.6, 2.7). Кути α_1 і α_2 , що утворюються лініями напруженості з перпендикуляром до поверхні розділу середовищ

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{E_{1\tau}}{E_{1n}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}}; \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{1\tau}}{E_{2\tau}} \cdot \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

Тоді закон заломлення ліній напруженості електростатичного поля за умовами відсутності на межі вільних зарядів

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; \quad (2.39)$$

Закон заломлення ліній електричного зміщення такий же, як і закон заломлення ліній напруженості.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.2. Електричне поле у діелектрику:

1. Що таке діелектрик? Види діелектриків.
2. Що таке зв'язані заряди? Їхня відмінність від вільних зарядів.
3. Електрична модель молекул діелектрика.
4. Поляризація та її види.
5. Що таке поляризованість? Від чого вона залежить?
6. Що таке діелектрична сприйнятливість? Від чого вона залежить?
7. Складові електричного поля в діелектрику.
8. Що таке поле зв'язаних зарядів? Від чого залежить їхня напруженість?
9. Що таке діелектрична проникність.
10. Діелектрик підсилює зовнішнє поле або послаблює? У скільки разів?
11. Теорема Гауса для діелектрика.
12. Що такий електричний зсув?
13. Що відбувається з електричним полем на межі розділу двох речовин?
14. Закон переломлення силових ліній електричного поля.