Лекція № 7 **Тема: 2.3. Провідники в електричному полі**

2.3.1. Незаряджений провідник у зовнішньому електричному полі. Електричне поле зарядженого провідника.

Провідники – *речовини, які містять в собі велику кількість вільних зарядів*. До них належать метали, розчини кислот, лугів, солей. Але найчастіше під провідниками розуміють метали, тому, що вони найбільш поширені.

Вільними носіями зарядів у металах є електрони провідності, які за відсутності зовнішнього електростатичного поля здійснюють неупорядкований рух у міжвузловому просторі кристалічних грат (решіток). Позитивні іони утворюють кристалічні решітки (грати) і здійснюють неупорядковані коливання навколо вузлів (грат) решітки. Сумарний заряд провідника дорівнює нулю.

Нейтральний провідник в електричному полі

При внесенні незарядженого провідника в зовнішнє (по відношення до нього) електростатичне поле відбувається просторовий перерозподіл зарядів. Рухливі електрони провідності зміщуються в напрямку протилежному до напрямку напруженості зовнішнього поля (рис.2.14,а). Та область із якої пішли електрони, заряджається позитивно, а та, в яку вони прийшли – негативно.

Провідник заряджається. Заряди, що виникли на протилежних кінцях провідника внаслідок їх перерозподілу, називаються *індукованими*. Вони чисельно дорівнюють один одному, протилежні за знаками та розміщені на поверхні провідника. Ці заряди зникають, як тільки провідник видаляється з поля.

Явище перерозподілу зарядів та появи поверхневих зарядів на провіднику, вміщеному в зовнішнє електростатичне поле, називається *електризацією*.

Переміщення вільних зарядів в металі під дією зовнішнього поля $\vec{E}$ продовжуватиметься доти, доки результуюча напруженість поля в провіднику не дорівнюватиме нулю, тобто $\vec{E} = \vec{E}'$, а лінії напруженості зовні провідника не стануть перпендикулярними до його поверхні (рис. 2.14,б).

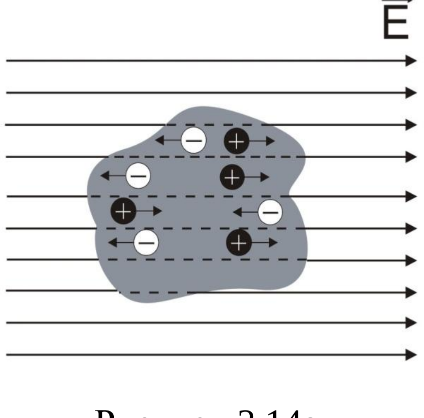

Рисунок 2.14а

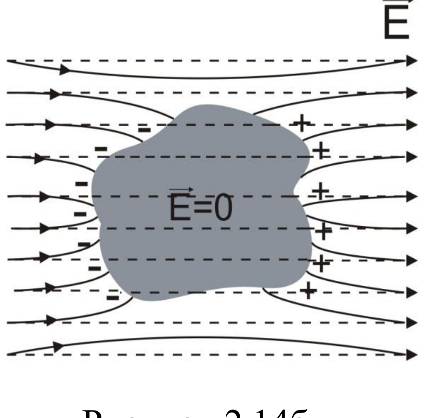

Рисунок 2.14б

Незаряджений провідник, внесений в електростатичне поле, розриває частину ліній напруженості (силових ліній) – вони закінчуються на негативних індукованих зарядах і знову починаються на позитивних точках.

На рис. 2.14 штриховими лініями зображені лінії напруженості зовнішнього поля до внесеного в нього провідника.

Електричне поле зарядженого провідника

Якщо тілу надати надлишковий заряд, то процес перерозподілу зарядів буде тривати доти, доки не виконаються умови рівноваги зарядів:

- напруженість поля всередині зарядженого провідника дорівнює нулю ($\vec{E}=0$). За теоремою Гаусса це означає, що всередині провідника $q=0$. Потенціал всередині провідника $\varphi = const\ (\vec{E}=-\nabla\varphi)$ і всі заряди розміщені на зовнішній поверхні провідника;
- напруженість поля поблизу зарядженого провідника в кожній точці повинна бути напрямлена по нормалі до поверхні, тобто поверхня провідника є *еквіпотенціальною* ($\vec{E}=\vec{E}_n, \vec{E}_\tau=0$);
- напруженість поля поблизу поверхні провідника пов'язана з поверхневою густиною індукованих зарядів. Відомо, що поверхнева густина заряду більша там, де більша кривизна поверхні.

Біля поверхні зарядженого провідника згідно з теоремою Гаусса напруженість:

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

В місця з великими поверхневими густинами напруженість дуже велика. Це призводить до стікання зарядів з металевих вістер (блискавковідводів), до втрати енергії. Це явище використовується для утворення електростатичного захисту. Наприклад, для захисту приладів від зовнішніх полів їх оточують металевими екранами. В цьому випадку зовнішнє поле компенсується усередині екрана індукованими на його поверхні зарядами.

2.3.2. Електроємність. Конденсатори.

Електрична ємність відокремленого провідника

Відокремленим називається провідник, віддалений від інших провідників та заряджених тіл настільки, що він не відчуває впливу їх електричних полів.

Якщо він не заряджений, то його потенціал φ дорівнює 0. Якщо провідник набуває заряд q, то його потенціал зростає.

Отже, потенціал відокремленого провідника $\varphi \sim q$, або $\varphi=\frac{q}{C}$,

де C – коефіцієнт, який називається ***електроємністю провідника – характеристика здібності провідника накопичувати заряд.***

Електроємність відокремленого провідника

$$C=\frac{q}{\varphi} \tag{2.40}$$

Електроємність чисельно дорівнює величині заряду, який треба надати провіднику, щоб його потенціал підвищився на одиницю.

Властивості електроємності:

1. Не залежить від заряду, а визначається розмірами, формою провідника, та ε оточуючого середовища.
2. [*C*]= 1 Ф (Фарад).

За одиницю електричної ємності в 1 Фарад взято ємність такого провідника, в якому зміна заряду в один Кулон зумовлює зміну потенціалу на один Вольт. Фарад – це дуже велика величина.

$$[C]=\frac{1Кл}{1В}=1Ф.$$

Тому на практиці використовуються дрібні одиниці: 1 микроФарад, 1 наноФарад та 1 пікоФарад. $1Ф=10^6\,мкФ=10^{12}\,пФ$

Електроємність Землі дорівнює 700*мкФ*.

1*Ф* – електроємність кулі радіус якої в 1500 разів більше за радіус Землі.

Потенціал відокремленої кулі радіусом *R*, яка знаходиться в однорідному середовищі з діелектричною проникненістю ε, дорівнює

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R}.$$

Тоді електроємність відокремленої кулі (або сфери):

$$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Взаємна електроємність двох провідників

Розглянемо як змінюється електроємність провідника при наближенні до нього іншого незарядженого провідника. Нехай провідник – відокремлена куля. Заряд рівномірно розподілений по поверхні кулі. Напруженість поля в точці *A* (рис. 2.15) дорівнює: $E_r=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$

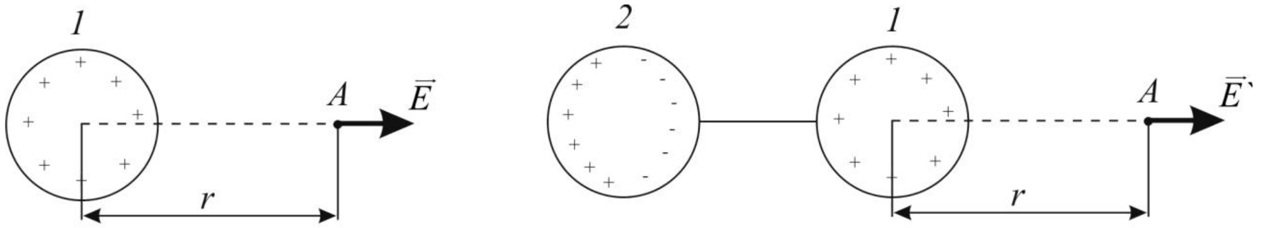

Рисунок 2.15а Рисунок 2.15б

Розташуємо ліворуч від цієї кулі ще одну незаряджену кулю (провідник). Під дією поля кулі 1 в кулі 2 пройде електризація (перерозподіл індукованих зарядів). Одночасно пройде й перерозподіл заряду кулі 1 з метою скомпенсування всередині кулі 1 поля зарядів індукованих на кулі 2.

В результаті перерозподілу зарядів поле в точці А зменшується

$$E'<E\ \Rightarrow\ \varphi'<\varphi\ \text{ та }\ \frac{q}{C'}<\frac{q}{C},\ \text{а це значить що } C'>C.$$

Електроємність невідокремленого провідника завжди більша за ємність того самого провідника, коли він відокремлений.

Взаємна електроємність *двох провідників чисельно дорівнює заряду, який треба перенести з одного провідника на інший для того, щоб різниця потенціалів між ними змінилася на одиницю*

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \tag{2.41}$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів двох близько розташованих один до одного провідників, заряджених однаковими за величиною та протилежними за знаками зарядами q та $-q$.

Властивості взаємної електроємності:

1. Взаємна електроємність залежить від розміру і форми провідників, їх взаєморозташування та ε оточуючого середовища.
2. [C]= 1 Ф (Фарад).

Плоский конденсатор

Конденсатор *– пристрій для накопичення заряда, який складається з двох провідників (обкладок), розділених діелектриком.* Обкладкам надають таку форму і так розміщують їх одну відносно одної, щоб поле, яке утворюють заряди, що накопичуються на них, було зосереджене всередині конденсатора. Електроємність конденсатора являє собою взаємну ємність його обкладок (2.41).

Плоский конденсатор складається з двох паралельних пластин, площиною S кожна, розташованих на малій відстані d одна від одної пластини мають заряди $+q$ та $-q$ (рис. 2.16)

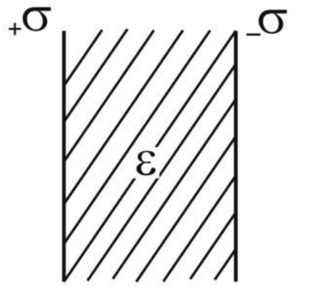

Рисунок 2.16

Якщо відстань між пластинами значно менша за їх лінійні розміри, то електричне поле між ними можна вважати еквівалентним полю між двома нескінченними площинами

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}.$$

Різниця потенціалів між обкладками

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int E_x dx.$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E_x dx = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

Тоді ємність плоского конденсатора С буде дорівнювати:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (2.42)$$

З метою підвищення ємності та варіювання її можливих значень конденсатори з'єднують в батареї шляхом паралельного чи послідовного з'єднання.

Паралельне з'єднання конденсаторів

У паралельно з'єднаних конденсаторів (рис. 2.17) різниця потенціалів на обкладках конденсаторів однакова та дорівнює $(\varphi_1 - \varphi_2) = U$.

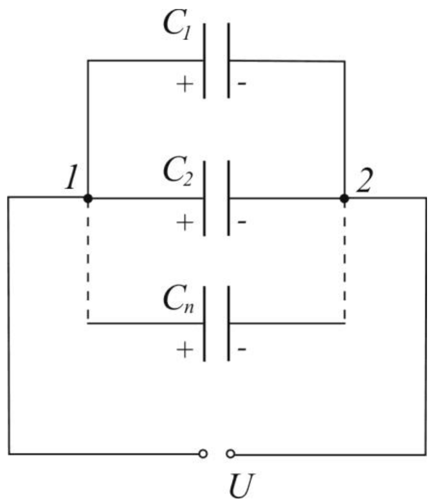

Рисунок 2.17

Якщо ємності окремих конденсаторів $C_1, C_2 ... C_n$, то їхні заряди дорівнюють відповідно:

$$q_1 = C_1 U;$$
$$q_2 = C_2 U;$$
....
$$q_n = C_n U$$

Заряд батареї конденсаторів

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = (C_1 + C_2 + ... + C_n)U$$

Електрична ємність батареї

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (2.43)$$

тобто при паралельному з'єднанні конденсаторів ємність дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів.

Послідовне з'єднання конденсаторів

У послідовно з'єднаних конденсаторів (рис. 2.18) заряди всіх обкладинок однакові за модулем, а різниця потенціалів на зажимах батареї дорівнює:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i \text{ ,або } U = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

Отже,

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2} \ldots U_n = \frac{q}{C_n}$$

Тоді

$$U = q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}).$$

Оскільки

$$U = \frac{q}{C},$$

То

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

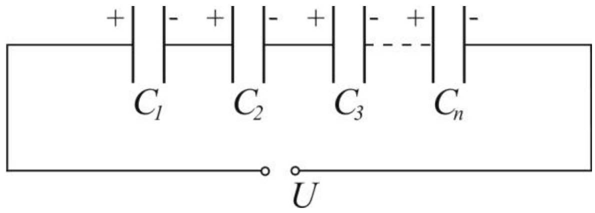

Рисунок 2.18

або

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \tag{2.44}$$

тобто при послідовному з'єднанні конденсаторів величина обернена результуючій електроємності батареї конденсаторів, дорівнює сумі величин, обернених електроємностям окремих конденсаторів.

Таким чином, при послідовному з'єднанні конденсаторів результуюча ємність C завжди менша за мінімальну ємність, що входить до складу батареї.

Якщо в батарею з'єднують n конденсаторів з однаковою електроємністю C_0, то при паралельному їх з'єднанні $C = nC_0$, а при послідовному $C = \frac{C_0}{n}$.

2.3.3. Енергія взаємодії точкових зарядів. Енергія зарядженого провідника.

Енергія взаємодії нерухомих точкових зарядів

Розглянемо систему двох нерухомих точкових зарядів q_1 та q_2, що знаходяться на відстані r один від одного. Їх взаємодія визначається кулонівською силою, яка є консервативною. Тому їх взаємодію можна описати ще й потенціальною енергією взаємодії.

Кожний з цих зарядів в полі іншого заряду має потенціальну енергію:

$$W_{p_1} = q_1\varphi_{12}, \quad W_{p_2} = q_2\varphi_{21}, \tag{2.45}$$

де φ_{12} та φ_{21}- відповідно потенціали, створені зарядом q_2 в точці, де знаходиться заряд q_1 та зарядом q_1, в точці, де знаходиться заряд q_2.

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r}, \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}.$$

Енергія зарядів q_1 та q_2 відповідно

$$W_{p_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}q_1, \quad W_{p_2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}q_2 \tag{2.46}$$

Очевидно, що ці енергії дорівнюють одна одній

$$W_{p_1} = W_{p_2} = W_p.$$

Отже

$$W_p = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}).$$

У випадку n нерухомих зарядів енергія взаємодії системи точкових зарядів W_p дорівнює:

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i \tag{2.47}$$

де φ_i – потенціал поля, створеного в точці, де знаходиться заряд q_i всіма іншими зарядами.

Енергія зарядженого відокремленого провідника

Щоб зарядити провідник треба виконати роботу проти кулонівських сил електростатичного відштовхування між однойменно зарядженими частинками. Елементарна робота δA, яка виконується зовнішніми силами при перенесенні заряду dq із нескінченності на відокремлений провідник, дорівнює

$$\delta A = \varphi dq = C\varphi d\varphi,$$

де C та φ – електроємність та потенціал провідника.

При збільшенні потенціалу провідника від *0* до φ, тобто при наданні провіднику заряда $q = C\varphi$, виконується робота

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Відповідно енергія зарядженого відокремленого провідника

$$W_e = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \tag{2.48}$$

2.3.4. Енергія зарядженого конденсатора. Енергія електричного поля.

Енергія зарядженого конденсатора

Як будь-який заряджений провідник конденсатор має енергію.

Нехай $+q$ і $+\varphi_1$ – заряд і потенціал позитивно зарядженої обкладки конденсатора, а $-q$ і $-\varphi_2$ – заряд і потенціал негативно зарядженої обкладки.

Тоді енергія двох обкладинок

$$W=\frac{1}{2}(q_{+}\varphi_{+}+q_{-}\varphi_{-})$$

Враховуючи, що $q=-q$, маємо

$$W=\frac{1}{2}\left[(+q)\varphi_1+(-q)\varphi_2\right]=\frac{1}{2}q(\varphi_1-\varphi_2)=\frac{1}{2}q\Delta\varphi\ ,$$

де $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між обкладками. Маючи на увазі те, що $C=\dfrac{q}{\Delta\varphi}$, отримаємо вираз для енергії конденсатора:

$$W=\frac{q\Delta\varphi}{2}=\frac{C\Delta\varphi^2}{2}=\frac{q^2}{2C}\,. \qquad (2.49)$$

Знайдемо силу притягання обкладок конденсатора одна до одної.

Нехай відстань між обкладинками x змінюється на dx. Діюча сила виконує роботу

$$dA=F\cdot dx,$$

Потенціальна енергія при цьому зменшується, тоді

$$Fdx=-dW_p\,,$$

звідки

$$F=-\frac{dW_p}{dx}\,.$$

Потенціальна енергія такого плоского конденсатора дорівнює:

$$W_p=\frac{q^2}{2C}=\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}x\,. \qquad (2.50)$$

Продиференціювавши цей вираз знайдемо силу притягання між обкладками конденсатора

$$F=-\frac{dW_p}{\partial x}=-\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad (2.51)$$

Знак мінус вказує на притягуючий характер сили F.

Енергія електростатичного поля

Розглянемо плоский конденсатор і запишемо його енергію

$$W_e=\frac{C\Delta\varphi^2}{2}$$

Ємність плоского конденсатора $C=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$,

тоді енергія конденсатора

$$W_e=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}\Delta\varphi^2=\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 Sd=\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 V\ ,$$

де $\dfrac{\Delta\varphi}{d}=E$ – напруженість електростатичного поля конденсатора, V – об'єм обмежений пластинами конденсатора.

Енергія електростатичного поля

$$W_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V . \qquad (2.52)$$

Об'ємна густина енергії електростатичного поля (енергія одиниці об'єму)

$$w = \frac{dW_e}{dV} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} \qquad (2.53)$$

Якщо поле однорідне, то його енергія розподіляється зі сталою об'ємною густиною w у просторі.

Контрольні запитання і завдання до підрозділу 2.3. Провідники у електричному полі:

1. Що таке провідник? Як на нього впливає електричне поле?
2. Що таке електроємність провідника?
3. Охарактеризуйте електричне поле всередині провідника.
4. Що таке взаємна електроємність? Від чого вона залежить?
5. Як поводиться незаряджений провідник у зовнішньому електричному полі?
6. Від чого залежить електроємність конденсатора?
7. Охарактеризуйте електричне поле зарядженого провідника.
8. Знайдіть загальну електроємність з'єднаних конденсаторів (надається схема).
9. Чому надлишковий заряд провідника розташовується тільки на його поверхні?
10. Чому дорівнює напруженість поля біля поверхні провідника, зарядженого з поверхневою густиною заряду $+\sigma$?
11. Чому дорівнює енергія кулі радіусом R=0,l м и с зарядом q=0,5Кл?
12. Чи є присутнім електричне поле в аудиторії? Як обчислити його енергію?
13. Від чого залежить електроємність провідника?
14. Пластину площею S, що має заряд q піднесли до такої ж незарядженої пластини на відстань d. Яку енергію буде мати конденсатор, що утворився?