

Лекція 9

3.4. Напруга. Закон Ома для постійного струму.

Напруга

Сила, що діє на заряд q_0 в кожній точці електричного кола, є результатом двох сил – кулонівської та сторонньої:

$$\vec{F} = q_0(\vec{E}_{кул} + \vec{E}_{стор}),$$

де $\vec{E}_{кул}$ – напруженість електричного поля кулонівських сил, $\vec{E}_{стор}$ – напруженість поля сторонніх сил.

Робота, яку здійснює ця сила при переміщенні заряду q_0 на ділянці кола 1-2, є:

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{кул} dl + q_0 \int_1^2 \vec{E}_{стор} dl.$$

З урахуванням виразу (3.5) маємо:

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) + q_0 \varepsilon_{12}. \quad (3.7)$$

Для замкненого кола робота електростатичних сил дорівнює нулю ($\oint_L \vec{E} dl = 0$) тому в цьому випадку $A_{12} = q_0 \varepsilon_{12}$

Падінням напруги, або просто напругою U на даній ділянці 1-2 кола називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, що її здійснюють електростатичні та сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду. Таким чином, згідно з (3.7)

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}. \quad (3.8)$$

Ділянка кола на якій діють сторонні сили – неоднорідна, а на якій діють кулонівські сили – однорідна.

Напруга на кінцях однорідної ділянки кола збігається з різницею потенціалів на цих кінцях.

Закон Ома в інтегральній формі

Закон Ома в інтегральній формі для однорідної ділянки кола 1-2:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}. \quad (3.9)$$

де U – напруга (різниця потенціалів) на цій ділянці кола, R – електричний опір цієї ділянки.

Закон Ома для неоднорідної ділянки кола, як це видно з (3.8) має вигляд:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12} + r}. \quad (3.10)$$

Закон Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (3.11)$$

де r – внутрішній опір джерела сторонніх сил, R – опір зовнішнього кола, ε – ЕРС сторонніх сил.

Правило знаків для ЕРС джерел електричної енергії, ввімкнутих на ділянці 1 – 2: якщо всередині джерела струм іде від катода до анода, тобто напрямок напруженості поля сторонніх сил у джерелі збігається з напрямком струму на ділянці кола, то $\varepsilon_{12} > 0$, якщо струм всередині джерела йде від анода до катода, то $\varepsilon_{12} < 0$ (рис. 3.4 а,б)

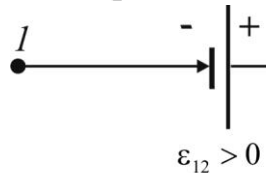


Рисунок 3.4а

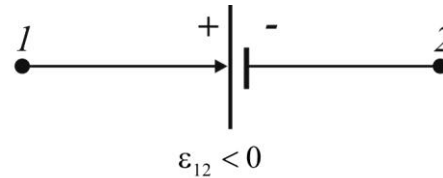


Рисунок 3.4б

Закон Ома в диференціальній формі

Уявно виділимо в околі будь-якої точки всередині ізотропного провідника елементарний циліндричний об'єм (рис. 3.5) з твірними, паралельними вектору густини струму \vec{j} в даній точці. Через поперечний переріз циліндра проходить струм $I = j dS$. Напруга, що прикладена до циліндра, дорівнює $E dl$, де E – напруженість поля в даному місці.

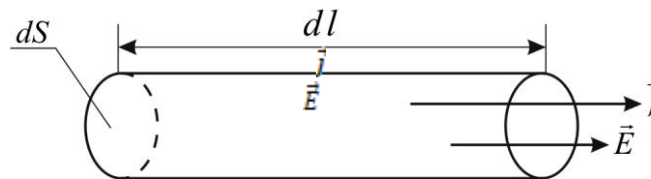


Рисунок 3.5

Опір циліндра дорівнює $R = \rho \frac{dl}{dS}$. Підставимо ці значення в формулу (3.9), отримаємо:

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl.$$

Носії заряду в кожній точці рухаються в напрямі вектора \vec{E} , тому напрями \vec{j} та \vec{E} збігаються. (Зауважимо, що в анізотропних тілах напрями векторів \vec{j} та \vec{E} можуть не збігатися.)

Таким чином, можна записати:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}. \quad (3.12)$$

Формула (3.12) виражає закон Ома в диференціальній формі для ділянки кола.

При наявності сторонніх сил узагальнений закон Ома в диференціальній (локальній) формі має вигляд:

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_{стор}) \quad (3.13)$$

3.5. Розгалужені кола. Правила Кірхгофа

Розгалужене коло

Під розгалуженим електричним колом розуміють складне (паралельно-послідовне) з'єднання ділянок, що містять джерела струму та опори.

Розгалужені кола складаються з наступних елементів:

Вузол - точка, в якій сходяться три або більше провідників із струмами.

Ланцюг - частина контуру між двома вузлами.

Контур – замкнена послідовність ланцюгів.

Для розрахунку розгалуженого кола застосовують правила Кірхгофа.

Перше правило Кірхгофа: алгебраїчна сума сил струмів у вузлі дорівнює нулю.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (3.13)$$

де n – кількість струмів, які сходяться у вузлі.

Для вузла, в якому сходяться $n=6$ струмів (рис. 3.6) рівняння (3.13) запишеться так:

$$I_1 + I_2 + I_5 - I_3 - I_4 - I_6 = 0$$

При цьому струм, що входить у вузол, береться зі

Знаком «+», що виходить – зі знаком «-».

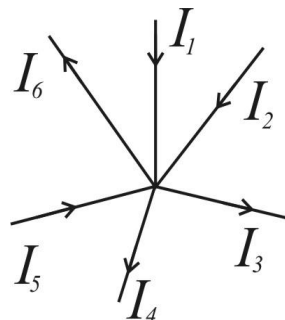


Рисунок 3.6

Виконання формули (3.13) у вузлах розгалуженого кола є необхідною умовою проходження постійних струмів у колі.

Перше правило Кірхгофа виражає закон збереження заряду в будь-якій точці кола постійного струму.

Друге правило Кірхгофа: у замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги (добутків сил струмів на опори відповідних ділянок) дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, які діють у цьому контурі.

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^m \varepsilon_k, \quad (3.14)$$

де n – кількість ділянок у контурі, m – кількість ЕРС, що діють у контурі.

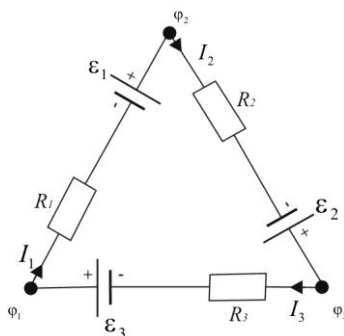


Рисунок 3.7

Друге правило Кірхгофа є узагальненням закону Ома (3.11) на розгалужені електричні кола.

Розглянемо замкнений контур (рис 3.7) в якому внутрішнім опором джерел струму можна знехтувати. В узгодженні з законом Ома для кожної

$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1$$

ділянки кола маємо: $I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2$

$$I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3$$

Складемо ці рівняння, одержимо рівність:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$

яка виражає друге правило Кірхгофа.

3.6. Робота і потужність постійного струму. Закон Джоуля-Ленца.

Розглянемо довільну ділянку однорідного провідника з опором R і напругою U на його кінцях. Якщо по ділянці проходить струм I , то через поперечний переріз провідника за час dt переноситься електричний заряд

$$dq = Idt$$

При цьому сили кулонівські та сторонні здійснюють роботу по перенесенню заряду dq .

Робота струму

Елементарна робота, що виконується при перенесенні заряду dq дорівнює:

$$dA = Udq = IUdt. \quad (3.15)$$

Для постійного струму, сила якого I , за скінчений проміжок часу t робота струму на зовнішній ділянці кола:

$$A = IU \int_0^t dt = IUt \quad (3.16)$$

Згідно із законом Ома можна записати:

$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (3.17)$$

Якщо $I \neq const$, тобто струм змінюється з часом, то робота струму за час t буде дорівнювати

$$A = \int_0^t I^2(t) R dt \quad (3.18)$$

Завдяки енергії джерела струму, загальна робота (сума робіт з перенесення заряду q по зовнішній і внутрішній частинах електричного кола), яку виконують кулонівські та сторонні сили разом більша за роботу струму на зовнішній ділянці $A_{\text{заг}} > A$. Робота по замкненому колу при постійному струмі I за час t буде дорівнювати:

$$A_{\text{заг}} = \mathcal{E}q = \mathcal{E}It \quad (3.19)$$

На підставі закону Ома для повного кола

$$A_{\text{заг}} = \frac{\mathcal{E}^2 t}{R + r}. \quad (3.20)$$

Потужність струму

Потужністю електричного струму називається величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t}.$$

У зовнішній частині кола, згідно з (3.16) та (3.17):

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}, \quad (3.21)$$

або з урахуванням Закону Ома корисна потужність споживача на опорі R буде дорівнювати

$$P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2} \quad (3.22)$$

Загальна потужність джерела струму із (3.20):

$$P_{\text{дж}} = \frac{\mathcal{E}^2}{(R + r)} \quad (3.23)$$

При проходженні струму по нерухомому провіднику останній нагрівається; тобто частина роботи струму перетворюється у внутрішню енергію провідника. Виділення теплоти в провіднику можна пояснити наступним чином. Відомо, що носіями заряду в металах є електрони провідності, а іони розміщені у вузлах кристалічної ґратки. Коли електрони стикаються з іонами відбувається перетворення енергії упорядкованого руху електронів у енергію хаотичного (не упорядкованого) руху іонів і електронів. Тобто, енергія джерела струму передається електронам, а через них і кристалічній ґратці провідника у вигляді кінетичної енергії неупорядкованого руху (коливань) частинок. Ця енергія виділяється в провіднику у вигляді тепла.

Такого висновку дійшли англійський фізик Джеймс Джоуль (1818-1889) та російський фізик Емілій Ленц (1804-1865).

Закон Джоуля-Ленца

Закон Джоуля-Ленца формулюється так: *кількість теплоти, що виділяється у провіднику при проходженні по ньому постійного електричного*

струму, прямо пропорційна добуткові квадрата сили струму, опору провідника та часу проходження струму:

$$Q = I^2 R t . \quad (3.24)$$

Кількість теплоти, виділеної у провіднику за час t дорівнює роботі, виконаній струмом за цей же час. Згідно з (3.16) та (3.17)

$$Q = \frac{U^2}{R} t, \text{ або } Q = I U t .$$

Якщо струм з часом змінюється, то згідно з (3.18) маємо:

$$Q = \int I^2 R dt \quad (3.25)$$

**Закон Джоуля-Ленца
у диференціальній
формі**

Закон Джоуля Ленца, записаний формулою (3.25) виражає сумарну (інтегральну) кількість теплоти, що виділяється в провіднику. Але можна визначити й кількість теплоти, що виділяється в окремих місцях провідника, якщо відомі локальні характеристики струму та електричного поля в провіднику.

Скориставшись законом Ома в диференціальній формі і співвідношенням ($\sigma = \frac{1}{\rho}$) одержимо закон Джоуля – Ленца в диференціальній (локальній) формі:

$$w = \sigma E^2 \quad (3.26)$$

або

$$w = \vec{j} \vec{E} \quad (3.27)$$

Контрольні запитання і завдання до розділу 3. Постійний струм:

1. Що таке електричний струм? Умови його виникнення.
2. Закон Ома для замкнутого ланцюга.
3. Що таке сила струму? Як I виразити через щільність струму \vec{j} ?
4. У скільки разів алюмінієвий дріт має бути товше мідного, щоб мати з ним однаковий опір? (~~1/3~~).
5. Як зміниться щільність струму, якщо діаметр провідника зменшити в 5 разів?
6. Закон Ома в диференціальній формі.
7. З якою швидкістю тече струм у провіднику, якщо концентрація вільних зарядів $n=6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, а густина току $j=10^7 \text{ А/м}^2$?
8. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі.
9. Що таке сторонні сили? Яка їхня роль у ланцюзі зі струмом?
10. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі.
11. Закон Ома для однорідної ділянки ланцюга.
12. Чому дорівнює провідність речовини, якщо при напруженості поля $E=2 \cdot 10^{-6} \text{ В/м}$ у ньому виникає щільність струму $j=100 \text{ А/м}^2$?

13. Закон Ома для неоднорідної ділянки ланцюга.
14. Які сили діють на заряд при протіканні струму в замкнутому ланцюзі?