

5 РІВНОВАЖНЕ ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

5.1 Мета заняття

Вивчення законів теплового випромінювання та оволодіння методикою розв'язування задач на основі цих законів.

5.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Під час підготовки до практичного заняття вивчити теоретичний матеріал за конспектом лекцій або підручником [2, розд. 1; 4, § 1-7; 5, розд. 9.1], засвоїти зміст фізичних величин, що характеризують теплове випромінювання, і законів теплового випромінювання (закон Кірхгофа, закон Стефана–Больцмана, закони Віна, закон Релея–Джинса, формула Планка), відповісти на контрольні запитання, ретельно розібрати розв'язування задач, що наведені у прикладах.

5.3 Основні закони і формули

1. Потік (потужність) випромінювання

$$\Phi = W/t,$$

де W – енергія випромінювання, t – час.

2. Інтегральна енергетична світність тіла (інтегральна випромінювальна здатність)

$$R_e = \frac{\Phi}{S} = \frac{W}{t \cdot S},$$

де S – площа тіла.

3. Спектральна енергетична світність (спектральна випромінювальна здатність, спектральна густина енергетичної світності) тіла

$$r(\nu, T) = dR_e/d\nu,$$

де R_e – енергетична світність;

ν – частота випромінювання.

4. Зв'язок між довжиною хвилі і частотою теплового випромінювання

$$\lambda = c/\nu,$$

де λ – довжина хвилі, c – швидкість світла.

5. Зв'язок між випромінювальною здатністю в частотному діапазоні $r(\nu, T)$ і діапазоні довжин хвиль $r(\lambda, T)$

$$r(\lambda, T) = r(\nu, T) \frac{c}{\lambda^2}.$$

6. Поглинальна здатність тіла

$$\alpha(\nu, T) = d\Phi'/d\Phi,$$

де $d\Phi$ – потік променевої енергії, що падає на елементарну площу поверхні,

$d\Phi'$ – потік, який поглинається цією площею.

7. Закон Кірхгофа

$$r(\nu, T) / \alpha(\nu, T) = f(\nu, T),$$

де $f(\nu, T)$ – універсальна функція Кірхгофа.

8. Закон Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

де R_e – інтегральна енергетична світність абсолютно чорного тіла,

T – термодинамічна температура,

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ – стала Стефана–Больцмана.

9. Енергетична світність сірого тіла

$$R_e = \alpha(\nu, T) \sigma T^4.$$

10. Закон зміщення Віна

$$\lambda_{\max} = b/T,$$

де λ_{\max} – довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної енергетичної світності абсолютно чорного тіла;

$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

11. Залежність максимальної випромінювальної здатності від температури

$$r_{\max}(\lambda, T) = CT^5,$$

де C – стала ($C = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3 \cdot \text{К}^5$).

12. Формула Планка

$$r(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

де $r(\lambda, T)$ і $r(\nu, T)$ – випромінювальні здатності абсолютно чорного тіла,

λ – довжина хвилі,

ν – частота,

c – швидкість світла у вакуумі,

k – стала Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$),

T – термодинамічна температура,

h – стала Планка ($h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$).

13. Енергія кванта

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda = \hbar\omega,$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

5.4 Контрольні запитання та завдання

1. Що називають тепловим випромінюванням?

2. Назвіть характеристики теплового випромінювання.
3. Яке тіло називають абсолютно чорним, сірим?
4. Яке випромінювання називається рівноважним?
5. Сформулюйте закони теплового випромінювання – закон Кірхгофа, закон Стефана–Больцмана, закон Віна.
6. Поясніть фізичний зміст універсальної функції Кірхгофа.
7. Що таке квант? Чому дорівнює енергія кванта?
8. Запишіть формулу Планка для теплового випромінювання.
9. Дайте визначення радіаційній, кольоровій та яскравісній температурі.

5.5 Приклади розв'язання задач

Задача 1. Поверхня Сонця за своїми властивостями близька до абсолютно чорного тіла. Максимум емісійної здатності припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 0,50$ мкм (у випромінюванні Сонця, що пройшло крізь атмосферу і досягло поверхні Землі, максимум припадає на $\lambda_m = 0,55$ мкм).

Визначити:

- 1) температуру T сонячної поверхні;
- 2) енергію W , що випромінюється Сонцем за 1 секунду у вигляді електромагнітних хвиль;
- 3) масу Δm , що губить Сонце за 1 секунду за рахунок випромінювання;
- 4) приблизний час τ , за який маса Сонця зменшилась би за рахунок випромінювання на 1%, якби температура Сонця залишалася сталою.

Дані: $\lambda_m = 0,50$ мкм; $t = 1$ с; $\frac{\Delta m_1}{M_c} = 0,01$; $M_c = 1,98 \cdot 10^{30}$ кг (маса

Сонця); $r_c = 6,95 \cdot 10^8$ м (радіус Сонця); $c = 3 \cdot 10^8$ м/с (швидкість світла);

$T - ?$ $W - ?$ $\Delta m - ?$ $\tau - ?$

Аналіз і розв'язання

Температуру T сонячної поверхні можна визначити за законом зміщення Віна:

$$T = \frac{b}{\lambda} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{0,50 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 5,8 \text{ (кК)}. \quad (5.1)$$

Енергія, що випромінюється Сонцем, дорівнює добутку потоку енергії на час, за який цей потік випромінюється, тобто:

$$W = \Phi \cdot t. \quad (5.2)$$

Потік енергії Φ , що випромінюється Сонцем, дорівнює добутку випромінювальності (енергетичної світності) на площу S його поверхні:

$$\Phi = R_e \cdot S.$$

Енергетичну світність R_e знаходимо із закону Стефана–Больцмана:

$$R_e = \sigma \cdot T^4. \quad (5.3)$$

Площа сонячної поверхні

$$S = 4\pi r_c^2. \quad (5.4)$$

Підставляючи (5.1), (5.3), (5.4) у формулу (5.2), отримаємо

$$W = 4\pi r_c^2 \cdot \sigma b^4 t / \lambda^4 = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ (Дж)}. \quad (5.5)$$

Масу Δm , що губить Сонце кожної секунди за рахунок випромінювання електромагнітних хвиль, знайдемо з таких міркувань.

Оскільки маса Сонця зменшується кожної секунди на величину Δm , то при цьому виділяється енергія $\Delta E = (\Delta m)c^2$, де c – швидкість електромагнітного випромінювання.

Ця ж енергія електромагнітних хвиль, випромінюваних за час t , дорівнює добутку потоку енергії Φ (потужність випромінювання) на час t (5.2). Таким чином, $W = c^2 \Delta m t$, звідки, з урахуванням (5.5):

$$\Delta m = \frac{W}{c^2} = \frac{4\pi r_c^2 \cdot \sigma b^4 \cdot t}{c^2 \cdot \lambda^4}.$$

Виконавши обчислення за цією формулою, отримаємо

$$\Delta m = 4,3 \text{ Гкг}.$$

Оскільки кожної секунди маса Сонця зменшується за рахунок випромінювання на $4,3 \text{ Гкг}$, то зменшення маси Сонця на 1% (тобто $\Delta m_1 = 0,01 M_c$) відбудеться за час

$$\tau = \frac{0,01 M_c}{\Delta m} = \frac{1,98 \cdot 10^{28} \text{ кг}}{4,3 \cdot 10^9 \text{ кг/с}} \approx 10^{11} \text{ років}.$$

Задача 2. Внаслідок зміни температури абсолютно чорного тіла максимум спектральної густини випромінювальності $r_{\max}(\lambda, T)$ змістився з $\lambda_1 = 2,4 \text{ мкм}$ на $\lambda_2 = 0,8 \text{ мкм}$. Як і у скільки разів змінилася випромінювальність R_e тіла і максимальна спектральна густина випромінювальності $r_{\max}(\lambda, T)$?

Дані: $\lambda_1 = 2,4 \text{ мкм}$; $\lambda_2 = 0,8 \text{ мкм}$;

$$\frac{R_{e2}}{R_{e1}} = ? \quad \frac{r_{\max 2}(\lambda, T)}{r_{\max 1}(\lambda, T)} = ?$$

Аналіз і розв'язання

Випромінювальність (енергетичну світність) абсолютно чорного тіла знайдемо із закону Стефана–Больцмана:

$$R_e = \sigma \cdot T^4.$$

Для температури T_1 , якій відповідає максимум спектральної випромінювальності $r(\lambda, T)$ на довжині хвилі $\lambda_1 = 2,4 \text{ мкм}$ випромінюваність $R_{e1} = \sigma T_1^4$. Для температури T_2 , якій відповідає максимум спектральної випромінювальності $r(\lambda, T)$ на довжині хвилі $\lambda_2 = 0,8 \text{ мкм}$, відповідно знаходимо $R_{e2} = \sigma T_2^4$.

Тоді

$$R_{e2}/R_{e1} = T_2^4/T_1^4. \quad (5.6)$$

Температури T_1 і T_2 визначимо із закону зміщення Віна:

$$\lambda_m = b/T.$$

Тоді

$$T_1 = b/\lambda_1; T_2 = b/\lambda_2.$$

Підставивши T_1 і T_2 у формулу (5.6), отримаємо

$$R_{e2}/R_{e1} = \lambda_1^4/\lambda_2^4 = 81 \text{ раз.}$$

Максимальну спектральну випромінювальну здатність знаходимо з формули:

$$r_{\max}(\lambda, T) = CT^5,$$

тоді

$$r_{\max 2}(\lambda, T)/r_{\max 1}(\lambda, T) = T_2^5/T_1^5 = \lambda_1^5/\lambda_2^5 = 243 \text{ рази.}$$

5.6 Задачі для самостійної роботи

Задача 1. Визначити температуру T , за якої випромінювальність (енерге-тична світність) R_e абсолютно чорного тіла дорівнює 10 кВт/м^2 .

Відповідь: 648 К .

Задача 2. Потік енергії Φ , що випромінюється з оглядового віконця плавильної печі, дорівнює 34 Вт . Визначити температуру T печі, якщо площа отвору $S = 6 \text{ см}^2$.

Відповідь: 1 кК .

Задача 3. Визначити енергію W , що випромінюється за час $t = 1 \text{ хв}$. з оглядового віконця площею $S = 8 \text{ см}^2$ плавильної печі, якщо її температура $T = 1,2 \text{ кК}$.

Відповідь: $5,65 \text{ кДж}$.

Задача 4. Вважаючи, що муфельна піч випромінює як абсолютно чорне тіло і розсіює стінками 70% потужності, визначити температуру її внутрішньої поверхні при відкритому оглядовому отворі площею $S = 20 \text{ см}^2$, якщо потужність, яка споживається піччю, дорівнює $P = 1,4 \text{ кВт}$.

Відповідь: $T = 1386 \text{ К}$.

Задача 5. Термодинамічна температура абсолютно чорного тіла зросла у 3 рази. Визначити, у скільки разів збільшилась при цьому його інтегральна енергетична світність? У скільки разів і як змінилась довжина хвилі, яка відповідає максимуму його випромінювальної здатності?

Відповідь: 1) 81 раз; 2) зменшилась у 3 рази.

Задача 6. Енергія, що випромінюється за час $t = 2 \text{ хв}$. з оглядового віконця площею $S = 10 \text{ см}^2$ плавильної печі, дорівнює $W = 8 \text{ кДж}$. Визначити температура печі.

Відповідь: $T = 1041 \text{ К}$.

Задача 7. Температура T верхніх шарів зірки Сіріус дорівнює 10 кК. Визначити потік енергії Φ , що випромінюється з поверхні площею $S = 1 \text{ км}^2$ цієї зірки.

Відповідь: 56,7 ГВт.

Задача 8. У скільки разів потрібно збільшити термодинамічну температуру абсолютно чорного тіла, щоб його інтегральна випромінювальна здатність зросла у два рази?

Відповідь: В 1,19 разів.

Задача 9. Визначити відносну зміну інтегральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $\Delta R_e/R_e$ при збільшенні його температури на 1%.

Відповідь: 4%.

Задача 10. Визначити температуру T зачерненої металеві пластинки, розташованої перпендикулярно сонячним променям поза земною атмосферою на середній відстані від Землі до Сонця ($1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$). Сонячна стала $C = 1,4 \text{ кДж/м}^2 \cdot \text{с}$.

Відповідь: 396 К.

Задача 11. Вважаючи, що коефіцієнт чорноти вугілля при температурі $T = 600 \text{ К}$ дорівнює 0,8, визначити випромінювальну здатність вугілля R_e ; енергію W , яка випромінюється з поверхні вугілля площею $S = 5 \text{ см}^2$ за $t = 10$ хв.

Відповідь: $R_e = 5,88 \text{ кДж/м}^2 \cdot \text{с}$; $W = 1,76 \text{ кДж}$.

Задача 12. З поверхні сажі площею $S = 2 \text{ см}^2$ при температурі $T = 400 \text{ К}$ за час $t = 5$ хвилин випромінюється енергія $W = 83 \text{ Дж}$. Визначити коефіцієнт чорноти сажі.

Відповідь: 0,953.

Задача 13. Можна умовно вважати, що Земля випромінює, як сіре тіло, що має температуру $T = 280 \text{ К}$. Визначити коефіцієнт чорноти Землі, якщо випромінювальна здатність R_e її поверхні дорівнює $325 \text{ кДж/м}^2 \cdot \text{с}$.

Відповідь: 0,26.

Задача 14. Потужність P випромінювання кулі радіусом $R = 10 \text{ см}$ при деякій сталій температурі T дорівнює 1 кВт. Знайти цю температуру, вважаючи кулю сірим тілом з коефіцієнтом чорноти 0,25.

Відповідь: $T = \left(\frac{P}{4\pi\alpha R^2 \sigma} \right)^{1/4} = 866 \text{ К}$.

Задача 15. Муфельна піч споживає потужність $P = 1$ кВт. Температура її внутрішньої поверхні при відкритому отворі площею $S = 25 \text{ см}^2$ дорівнює $1,2$ кК. Вважаючи, що отвір печі випромінює, як абсолютно чорне тіло, визначити, яка частка n потужності розсіюється.

Відповідь: $n = 1 - \sigma T^4 S / P \approx 0,71$.

Задача 16. Максимум спектральної густини випромінювальності $r_{\text{max}}(\lambda, T)$ зірки Арктур припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 580$ нм. Вважаючи, що зірка випромінює, як абсолютно чорне тіло, визначити температуру T поверхні зірки.

Відповідь: $4,98$ кК.

Задача 17. Температура T верхніх шарів Сонця дорівнює $5,3$ кК. Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити довжину хвилі λ_m , якій відповідає максимальна спектральна випромінювальна здатність $r_{\text{max}}(\lambda, T)$ Сонця.

Відповідь: 547 нм.

Задача 18. При збільшенні термодинамічної температури T абсолютно чорного тіла у два рази довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності $r_{\text{max}}(\lambda, T)$, зменшилась на $\Delta\lambda = 400$ нм. Визначити початкову та кінцеву температури T_1 і T_2 .

Відповідь: $3,62$ кК; $7,24$ кК.

Задача 19. Визначити температуру T абсолютно чорного тіла, при якій максимум спектральної випромінювальної здатності $r_{\text{max}}(\lambda, T)$ припадає на червону границю видимого спектра $\lambda_1 = 750$ нм, на фіолетову $\lambda_2 = 380$ нм.

Відповідь: $3,8$ кК; $7,6$ кК.

Задача 20. При переході від температури T_1 до температури T_2 площа, яка обмежена графіком функції розподілу густини енергії рівноважного випромінювання по довжинах хвиль, збільшується у 16 разів. Як зміниться при цьому довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла?

Відповідь: λ_m зменшується у два рази.

Задача 21. Максимальна спектральна випромінювальна здатність $r_{\text{max}}(\lambda, T)$ абсолютно чорного тіла дорівнює $4,16 \cdot 10^{11}$ Вт/м³. На яку довжину хвилі λ_m вона припадає?

Відповідь: $1,45$ мкм.

Задача 22. Куля радіусом $r=8$ см випромінює, як сіре тіло. Потужність випромінювання при сталій температурі кулі $T=1000$ К дорівнює $P=800$ Вт. Визначити коефіцієнт чорноти кулі.

Відповідь: 0,18.

Задача 23. Довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, збільшилася на $\Delta\lambda=600$ нм при охолодженні абсолютно чорного тіла. Термодинамічна температура тіла при цьому зменшилася у три рази. Знайти початкову і кінцеву температури і довжини хвиль, на які припадають максимуми випромінювальної здатності на цих температурах. У скільки разів змінилась спектральна випромінювальна здатність?

Відповідь: 1) $T_1=9,66$ кК, $T_2=3,22$ кК; 2) $\lambda_1=300$ нм, $\lambda_2=900$ нм; 3) 243.

Задача 24. Довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, зменшилась у три рази при збільшенні його температури від T_1 до T_2 . Визначити, у скільки разів і як зміниться площа, обмежена графіком функцій спектральної випромінювальної здатності тіла від довжини хвилі.

Відповідь: збільшиться у 81 раз.

Задача 25. Куб, ребра якого $a=20$ см, нагрітий до певної сталої температури. Випромінювальна потужність куба $P=2$ кВт, коефіцієнт чорноти $\alpha=0,2$. Знайти температуру куба.

Відповідь: $T=930$ К.

Задача 26. До мідного циліндра довжиною $l=4$ см і діаметром $d=2$ см підводиться тепло потужністю $P=0,2$ Вт. У результаті температура циліндра підтримується сталою і рівною $t=17^\circ\text{C}$. Визначити температуру простору, оточуючого циліндр. Поглинальна здатність міді 0,6.

Відповідь: $t_0=-5^\circ\text{C}$.

Задача 27. По дроту діаметром $d=1$ мм протікає струм $I=5$ А. Температура дроту підтримується сталою і рівною $t=727^\circ\text{C}$. Питомий опір дроту $\rho=9,2\cdot 10^{-7}$ Ом·м. Температура оточуючого дрот середовища $t=17^\circ\text{C}$. Вважаючи поверхню дроту сірою, знайти його поглинальну здатність.

Відповідь: 0,165.

Задача 28. Зірка масою $m=1,98\cdot 10^{30}$ кг і радіусом $R=6,95\cdot 10^8$ м випромінює, як абсолютно чорне тіло. Максимум випромінювальної здатності зірки припадає на довжину хвилі $\lambda=480$ нм. Знайти її максимальну

випромінювальну здатність $r_{\max}(\lambda, T)$ і час t , за який зірка втратить свою масу внаслідок випромінювання електромагнітних хвиль.

Відповідь: 1) $r_{\max}(\lambda, T) = 1,04 \cdot 10^{24}$ Вт/м. 2) $t = 1,24 \cdot 10^{13}$ років.

Задача 29. Вважаючи, що Сонце має властивості абсолютно чорного тіла, визначити інтенсивність I сонячного випромінювання поблизу Землі за межами її атмосфери (ця інтенсивність має назву сонячної сталої). Температура сонячної поверхні $T = 5785$ К.

Відповідь: $I = \sigma T^4 (r/R)^2 = 1,37$ кВт/м² (r – радіус Сонця, R – відстань від Сонця до Землі).

Задача 30. Вважаючи, що Сонце випромінює, як абсолютно чорне тіло, обчислити інтегральну випромінювальну здатність і температуру його поверхні. Сонячний диск видно із Землі під кутом $\theta = 32'$. Сонячна стала $C = 1,4$ кДж/ м²·с (сонячною сталою називається величина, що дорівнює поверхневій густині потоку енергії випромінювання Сонця поза земною атмосферою на середній відстані від Землі до Сонця).

Відповідь: $R_e = 64,7$ МВт/м²; $T = 5,8$ кК.