

## 3 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

### 3.1 Мета заняття

Засвоїти фізичні величини та рівняння, що характеризують електромагнітні коливання (вільні, загасаючі, вимушені) та хвилі. Оволодіти методами розв'язання задач.

### 3.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Під час підготовки до практичного заняття вивчити теоретичний матеріал за конспектом або підручником [1, розд. 9, 10; 3, § 88-92, 104-109; 5, розд. 7]. Засвоїти фізичні принципи утворення вільних незгасаючих, загасаючих та вимушених коливань, а також випромінювання, розповсюдження та прийому електромагнітних хвиль. Відповісти на контрольні запитання, ретельно розібрати розв'язування задач, що наведені у прикладах.

### 3.3 Основні закони і формули

#### 1. Вільні незгасаючі електромагнітні коливання:

– диференціальне рівняння вільних незгасаючих коливань заряду в електромагнітному контурі

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0;$$

– розв'язок диференціального рівняння  $q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ ,

де  $q_0$  – амплітуда заряду;  $\varphi_0$  – початкова фаза коливань;

–  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  – власна частота коливань контуру,  $L$  – індуктивність контуру;  $C$  – його електроємність;

– період власних коливань, формула Томсона

$$T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC};$$

– сила струму у коливальному контурі

$$I = dq/dt = -q_0\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = q_0\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2) = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2);$$

– напруга на обкладках конденсатора

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де  $U_0 = q_0/C$  – амплітуда напруги на конденсаторі.

#### 2. Загасаючі електромагнітні коливання:

– диференціальне рівняння загасаючих коливань

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0;$$

де  $\beta = \frac{R}{2L}$  – коефіцієнт загасання,  $\omega_0$  – власна частота коливань контуру,  $R$  – активний опір.

– розв’язок диференціального рівняння

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_1);$$

– частота загасаючих коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2};$$

– період загасаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

3. Величини, що характеризують загасання:

– час релаксації  $\tau$  – час, за який амплітуда зменшується в  $e$  разів;

– коефіцієнт загасання  $\beta = 1/\tau$ ;

– логарифмічний декремент загасання

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{1}{N_e},$$

де  $A$  – амплітуда коливань,  $N_e$  – кількість коливань за час, протягом якого амплітуда зменшиться в  $e$  разів;

– добротність коливального контуру

$$Q \approx 2\pi \frac{W}{\delta W},$$

де  $W$  – енергія, яку має контур у визначений час,  $\delta W$  – зменшення енергії за період коливань.

$$Q = \pi/\lambda = \pi N_e.$$

4. Вимушені коливання:

– диференціальне рівняння коливань заряду у контурі

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t,$$

де  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$  – змінна ЕРС;

– розв’язок диференціального рівняння  $q = q_0 \cos(\omega t - \psi)$ ,

$$\text{де } q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}, \quad \text{tg } \psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}.$$

5. Резонансна частота для заряду та напруги

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}};$$

для сили струму

$$\omega_p = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}.$$

6. Змінний струм  $I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$ ,

де  $I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$  – амплітуда сили струму,  $\varphi$  – фазовий зсув між

напругою і струмом,  $\operatorname{tg}\varphi = (\omega L - 1/\omega C)/R$ .

7. Повний опір або імпеданс

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

8. Індуктивний опір  $X_L = \omega L$ , ємнісний опір  $X_C = 1/\omega C$ , реактивний опір

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

9. Потужність, що виділяється у колі змінного струму  $P = I_\partial U_\partial \cos \varphi$ , де

$I_\partial = I_0/\sqrt{2}$ ,  $U_\partial = U_0/\sqrt{2}$  – діючі значення сили струму та напруги,  $\varphi$  – фазовий зсув між напругою і струмом.

10. Зв'язок довжини електромагнітної хвилі  $\lambda$  з періодом  $T$  і частотою  $\nu$  коливань

$$\lambda = cT \quad \text{або} \quad \lambda = c/\nu,$$

де  $c$  – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі.

11. Фазова швидкість (швидкість поширення у середовищі фази монохроматичної хвилі)

$$\nu = c/n = c/\sqrt{\epsilon\mu},$$

де  $n$  – абсолютний показник заломлення,  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища,  $\mu$  – магнітна проникність.

12. Хвильові рівняння електромагнітної хвилі

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0,$$

де  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа.

13. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_1),$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_2),$$

де  $\omega$  – частота хвилі,  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число,  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – початкові фази коливань.

14. Зв'язок між миттєвими значеннями напруженостей електричного  $\vec{E}$  і магнітного  $\vec{H}$  полів в електромагнітній хвилі

$$E\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H\sqrt{\mu_0\mu}.$$

15. Зв'язок між амплітудними значеннями векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$

$$E_0\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H_0\sqrt{\mu_0\mu}.$$

16. Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі

$$w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \varepsilon_0\varepsilon E^2 = \mu_0\mu H^2 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu} EH.$$

17. Вектор Умова-Пойнтінга (вектор густини потоку енергії хвилі)

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}].$$

18. Модуль густини потоку енергії

$$S = wv = EH.$$

### 3.4 Контрольні запитання та завдання

1. Запишіть рівняння вільних незгасаючих коливань у коливальному контурі. Який розв'язок воно має?

2. Чому дорівнюють період й частота вільних незгасаючих коливань?

3. Запишіть рівняння загасаючих коливань у коливальному контурі. Який розв'язок воно має?

4. За яких умов електричні коливання у коливальному контурі є незгасаючими, а за яких загасаючими?

5. Чому дорівнюють період та частота загасаючих коливань?

6. Назвіть величини, що характеризують загасання електромагнітних коливань.

7. Що таке логарифмічний декремент загасання та добротність?

8. Запишіть рівняння вимушених коливань в електричному контурі. Який розв'язок воно має?

9. Чому дорівнюють індуктивний, ємнісний, реактивний та повний опори кола?

10. Сформулюйте закон Ома для електричного кола змінного струму.

11. Що таке діючі значення сили струму та напруги? Чому вони дорівнюють?

12. Що таке електромагнітна хвиля? Яка швидкість її поширення у вакуумі та у середовищі?

13. Запишіть хвильові рівняння для  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  електромагнітної хвилі.

14. Запишіть рівняння плоскої електромагнітної хвилі.

15. Чому дорівнює густина енергії електромагнітної хвилі?

16. Чому дорівнює і який фізичний зміст вектора Умова-Пойнтінга?

### 3.4 Приклади розв'язання задач

**Задача 1.** Коливальний контур складається з конденсатора з двома пластинами площею  $S = 10 \text{ см}^2$  кожна, які знаходяться на відстані  $d = 0,7 \text{ мм}$  одна від одної, і котушки індуктивністю  $L = 1 \text{ мкГн}$ . Простір між пластинами конденсатора заповнений діелектриком. Коливальний контур має резонанс на довжині хвилі  $\lambda = 17,73 \text{ м}$ . Визначити діелектричну проникність  $\epsilon$  середовища, яке заповнює конденсатор.

**Дані:**  $S = 10 \text{ см}^2$ ,  $d = 0,7 \text{ мм}$ ,  $L = 1 \text{ мкГн}$ ,  $\lambda = 17,73 \text{ м}$ .

$\epsilon - ?$

#### Аналіз і розв'язання

Електроємність плоского конденсатора дорівнює:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d},$$

Тоді діелектрична проникність середовища, яке заповнює конденсатор:

$$\epsilon = \frac{Cd}{\epsilon_0 S}. \quad (3.1)$$

Електроємність  $C$  конденсатора знайдемо з формули для резонансної частоти коливального контуру:

$$\begin{aligned} \omega_p &= 1/\sqrt{LC}, \\ C &= \frac{1}{\omega_p^2 L}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Щоб знайти резонансну частоту, скористаємось співвідношенням  $v = c/\lambda$ , яке пов'язує довжину хвилі  $\lambda$ , на якій резонує контур, з частотою;  $c$  – швидкість світла.

$$\omega_p = 2\pi \cdot c/\lambda. \quad (3.3)$$

Підставивши (3.3) у (3.2), а потім електроємність  $C$  у формулу (3.1), отримаємо

$$\varepsilon = \frac{\lambda^2 d}{4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 L S}. \quad (3.4)$$

Виконавши обчислення, знаходимо  $\varepsilon = 7$ .

**Задача 2.** Визначити час  $t_0$ , за який амплітуда коливань сили струму у контурі з добротністю  $Q$  зменшиться у  $\eta$  разів, якщо частота загасаючих коливань дорівнює  $\omega$ .

**Дані:**  $Q$ ,  $\omega$ ,  $A_0/A_1 = \eta$ .

$t_0 - ?$

**Аналіз розв'язання**

Для загасаючих коливань сила струму змінюється з часом за законом:

$$I = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Тобто амплітуда зменшується з часом за законом  $A = I_0 e^{-\beta t}$ . У початковий момент часу  $t=0$  амплітуда  $A_0 = I_0$ , у момент часу  $t_0$  амплітуда  $A_1 = I_0 e^{-\beta t_0}$ . Тоді час, за який амплітуда зменшиться у  $\eta$  разів, можна визначити з рівняння:

$$A_0/A_1 = \eta = e^{-\beta t_0},$$

звідки

$$t_0 = \frac{\ln \eta}{\beta} \quad (3.5)$$

Добротність  $Q$  пов'язана з коефіцієнтом загасання  $\beta$ :

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega}{2\beta}, \quad (3.6)$$

беручи до уваги, що  $T = 2\pi/\omega$ .

З (3.5) та (3.6) одержимо

$$\beta = \frac{\omega}{2Q}, \quad t_0 = \frac{2Q}{\omega} \ln \eta.$$

**Задача 3.** Контур, який складається з резистора опором 100 Ом, конденсатора ємністю 35,4 мкФ і котушки індуктивністю 0,7 Гн, підключений до кола змінного струму з діючою напругою  $U_0 = 220$  В і частотою 50 Гц. Напишіть рівняння залежності від часу струму  $I(t)$  і напруги  $U(t)$ . Знайдіть падіння напруги на резисторі, конденсаторі і котушці. Визначте частоту змінного струму, за якої у даному контурі спостерігатиметься резонанс, і потужність, що споживає контур.

**Дані:**  $R = 100$  Ом,  $C = 35,4$  мкФ,  $L = 0,7$  Гн,  $U_0 = 220$  В,  $\nu = 50$  Гц.

$I(t) - ?$   $U(t) - ?$   $U_R - ?$   $U_C - ?$   $U_L - ?$   $\nu_p - ?$   $P - ?$

**Аналіз і розв'язання**

Струм і напруга у колі змінюються за законом

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad U = U_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.7)$$

де  $\varphi$  – зсув фаз між струмом і напругою.

Амплітуду  $U_0$  напруги знайдемо зі співвідношенням

$$U_0 = \sqrt{2}U_\partial, \quad \omega = 2\pi\nu. \quad (3.8)$$

Амплітуди струму і напруги пов'язані законом Ома:

$$I_0 = U_0/Z, \quad (3.9)$$

де  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  – повний опір кола змінного струму,  $X_L = \omega L$ ,

$X_C = \frac{1}{\omega C}$  – індуктивний та ємнісний опори кола відповідно.

Зі співвідношень (3.8), (3.9) знайдемо:

$$I_0 = \frac{\sqrt{2}U_\partial}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}}.$$

Розрахунки дають:

$$U_0 = 311 \text{ (В)}, \quad I_0 = 1,9 \text{ (А)}, \quad \omega = 100\pi \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Зсув фаз між коливаннями сили струму і зовнішньою напругою визначимо так:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = 0,61; \quad \varphi = 54^\circ = 0,3\pi.$$

Рівняння (3.7) з урахуванням розрахунків:

$$I(t) = 1,9 \sin 100\pi t;$$

$$U(t) = 311 \sin(100\pi t + 0,3\pi).$$

Падіння напруги на елементах контуру дорівнює

$$U_R = I_\partial R; \quad U_C = I_\partial X_C; \quad U_L = I_\partial X_L,$$

де  $I_\partial = I_0/\sqrt{2}$  – діюче значення сили струму.

Тоді

$$U_R = \frac{I_0 R}{\sqrt{2}} = 134 \text{ (В)}; \quad U_C = \frac{I_0}{\sqrt{2}\omega C} = 121 \text{ (В)}; \quad U_L = \frac{I_0 \omega L}{\sqrt{2}} = 295 \text{ (В)}.$$

Умова резонансу  $X_L = X_C$ . Зі співвідношення  $\omega L = 1/\omega C$  отримаємо резонансну частоту:

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 32 \text{ (Гц)}.$$

Потужність, що споживається контуром:

$$P = I_\partial U_\partial \cos \varphi = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi = 180 \text{ (Вт)}.$$

**Задача 4.** Розрахувати енергію, яку перенесе за час  $t = 1$  хв плоска синусоїдальна електромагнітна хвиля, що розповсюджується у вакуумі, через площину  $S_0 = 10 \text{ см}^2$ , розташовану перпендикулярно напрямку поширення хвилі. Амплітуда напруженості електричної хвилі  $E_0 = 1,0 \text{ мВ/м}$ . Період хвилі  $T \ll t$ .

**Дані:**  $t = 1$  хв,  $S_0 = 10$  см<sup>2</sup>,  $E_0 = 1,0$  мВ/м,  $T \ll t$ .

$W - ?$

### Аналіз і розв'язання

Енергія, яку перенесе електромагнітна хвиля за одиницю часу через одиницю поверхні, перпендикулярної напрямку розповсюдження хвилі, визначається вектором Пойнтинга  $\vec{S}$ . Беручи до уваги, що  $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$ , а в електромагнітній хвилі  $\vec{E} \perp \vec{H}$ , отримаємо для модуля вектора  $\vec{P}$

$$S = EH. \quad (3.10)$$

Величини  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  змінюються за гармонічним законом і мають однакову фазу, тоді з (3.10):

$$S = E_0 \sin \omega t \cdot H_0 \sin \omega t, \quad (3.11)$$

тобто  $S$  залежить від часу. Тоді вектор  $\vec{S}$  можна пов'язати з модулем густини потоку енергії:

$$S = \frac{dW}{dt} \cdot \frac{1}{S_0}.$$

Звідки енергія, яка переноситься хвилею через площу  $S$  за час  $dt$ , з урахуванням (3.11)

$$dW = SS_0 dt = E_0 H_0 S \sin^2 \omega t dt. \quad (3.12)$$

Амплітудні значення векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  пов'язані між собою виразом:

$$E_0 \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H_0 \sqrt{\mu_0 \mu}. \quad (3.13)$$

Якщо  $\mu = \epsilon = 1$ , то з (3.13) одержимо:

$$H_0 = E_0 \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0}.$$

Тоді рівняння (3.12) має вигляд:

$$dW = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0^2 S_0 \sin^2 \omega t dt.$$

Повна енергія, яка переноситься хвилею за час  $t$

$$W = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \cdot E_0^2 S_0 \int_0^t \sin^2 \omega t dt = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \cdot E_0^2 S_0 \left( \frac{t}{2} - \frac{\sin 2\omega t}{4\omega} \right). \quad (3.14)$$

Частота  $\omega$  невідома за умовою задачі, тому скористаємося умовою  $T \ll t$  для оцінки значення  $\frac{\sin 2\omega t}{4\omega}$ . Беручи до уваги, що  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , маємо:

$$\frac{\sin 2\omega t}{4\omega} = \frac{1}{8\pi} T \sin \frac{4\pi t}{T} \leq \frac{T}{8\pi}.$$

Внаслідок умови  $T \ll t$  членом  $\frac{\sin 2\omega t}{4\omega}$  у формулі (3.14) можна знехтувати.

Тоді одержимо

$$W = 1/2 \cdot \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \cdot E_0^2 S_0 t,$$

$$W = 8 \cdot 10^{-11} \text{ (Дж)}.$$



### 3.5 Задачі для самостійної роботи

**Задача 1.** Котушка з індуктивністю  $L = 3 \cdot 10^{-5}$  Гн з'єднана послідовно з плоским конденсатором, площа пластин якого  $S = 100 \text{ см}^2$ , відстань між ними  $d = 0,1$  мм. Чому дорівнює діелектрична проникність середовища між пластинами, якщо контур резонує на довжину хвилі 750 м?

**Відповідь:**  $\varepsilon = 6$ .

**Задача 2.** Період коливань контуру, який складається з котушки і конденсатора, що з'єднані паралельно, дорівнює  $T = 33,2$  нс. Повітряний конденсатор являє собою дві круглі пластини діаметром  $D = 20$  см, які знаходяться на відстані  $d = 1$  см. Визначити індуктивність котушки.

**Відповідь:**  $L = 1$  мкГн.

**Задача 3.** Коливальний контур складається з котушки індуктивністю  $L = 1$  мГн і конденсатора змінної ємності. Діапазон довжин електромагнітних хвиль, які можуть викликати резонанс у цьому контурі, складає від  $\lambda_1 = 200$  м до  $\lambda_2 = 600$  м. Визначити, в яких межах змінюється ємність конденсатора. Активним опором контуру знехтувати.

**Відповідь:** від  $C_1 = 11,3$  пФ до  $C_2 = 101,4$  пФ.

**Задача 4.** Знайти період коливань контуру, який складається з котушки довжиною  $l = 50$  см, площею поперечного перерізу  $S_1 = 2 \text{ см}^2$  і кількістю витків  $N = 1000$  та конденсатора з двома пластинами площею  $S = 50 \text{ см}^2$  кожна, розташованими на відстані  $d = 2$  мм одна від одної. Простір між пластинами конденсатора заповнений парафіном ( $\varepsilon = 2$ ).

**Відповідь:**  $T = 0,93$  мкс.

**Задача 5.** Коливальний контур складається з ємності  $C = 0,025$  мкФ та індуктивності  $L = 1,015$  Гн. Омичний опір відсутній. Конденсатор заряджений зарядом  $q = 2,5 \cdot 10^{-6}$  Кл. Написати для цього коливального контуру рівняння, яке описує залежність напруги на конденсаторі і сили струму у колі від часу. Знайти напругу на конденсаторі і силу струму у колі у моменти часу  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $T/2$  ( $T$  – період коливань).

**Відповідь:**

1)  $U = 100 \cos(2\pi \cdot 10^3 \cdot t)$  В,  $I = -15,7 \sin(2\pi \cdot 10^3 \cdot t)$  мА,

2)  $U_1 = 70,7$  В,  $I_1 = -11,1$  мА;  $U_2 = 0$ ,  $I_2 = -15,7$  мА;  $U_3 = -100$  В,  $I_3 = 0$ .

**Задача 6.** Рівняння, яке визначає залежність напруги на конденсаторі від часу у коливальному контурі, має вигляд  $U = 50 \cos(10^4 \cdot \pi \cdot t)$  В, ємність конденсатора  $C = 10^{-7}$  Ф. Визначити: 1) період коливань; 2) індуктивність

контур; 3) закон зміни сили струму в контурі від часу; 4) довжину хвилі, яка відповідає цьому контуру.

**Відповідь:** 1)  $T = 2 \cdot 10^{-4}$  с; 2)  $L = 10,15$  мГн; 3)  $I = -157 \sin(10^{-4} \pi \cdot t)$  мА; 4)  $\lambda = 6 \cdot 10^4$  м.

**Задача 7.** Сила струму у коливальному контурі, що складається з котушки індуктивністю  $L = 0,1$  Гн та конденсатора, змінюється з часом згідно з виразом  $I = -0,1 \sin(200\pi \cdot t)$  А. Визначити: 1) період коливань; 2) ємність конденсатора; 3) максимальну напругу на обкладках конденсатора; 4) максимальну енергію магнітного та електричного полів.

**Відповідь:** 1)  $T = 10$  мс; 2)  $C = 0,25 \cdot 10^{-4}$  Ф; 3)  $U_m = 6,29$  В; 4)  $W_{\max}^m = 0,5$  мДж;  $W_{\max}^e = 0,5$  мДж;.

**Задача 8.** У коливальному контурі спостерігаються вільні незгасаючі коливання з енергією 0,5 мДж. Частота власних коливань у контурі збільшилась у 2,5 рази при повільному розсуванні пластин конденсатора. Знайти роботу, здійснену проти сил електростатичного поля.

**Відповідь:**  $A = 2,63$  мДж.

**Задача 9.** Коливальний контур має конденсатор ємністю  $C = 2$  мкФ і котушку індуктивності  $L = 0,1$  мГн із загальною кількістю витків 500. Максимальна напруга на обкладках конденсатора дорівнює 300 В. Визначте максимальний магнітний потік, що пронизує котушку.

**Відповідь:**  $\Phi = 8,5$  мкВб.

**Задача 10.** Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C = 7$  мкФ, індуктивності  $L = 0,23$  Гн і опору  $R = 40$  Ом. Конденсатор заряджений зарядом  $q = 5,6 \cdot 10^{-4}$  Кл. Знайти період коливань контуру, логарифмічний декремент загасання. Написати рівняння залежності зміни напруги на конденсаторі від часу. Знайти напругу на конденсаторі у моменти часу  $T/2$ ,  $T$ ,  $3/2T$  і  $2T$  ( $T$  – період коливань).

**Відповідь:** 1)  $T = 8 \cdot 10^{-3}$  с; 2)  $\lambda = 0,7$ ; 3)  $U = 80e^{-87t} \cos(250 \cdot \pi \cdot t)$  В; 4)  $U_1 = -56,5$  В;  $U_2 = 40$  В;  $U_3 = -28$  В;  $U_4 = 20$  В.

**Задача 11.** Котушка коливального контуру має індуктивність  $L = 1$  Гн. Який активний опір має контур, якщо амплітуда вільних коливань у ньому за 0,05 с зменшується у 2,7 рази?

**Відповідь:**  $R = 40$  Ом.

**Задача 12.** Індуктивність котушки коливального контуру  $L = 5$  мГн, ємність конденсатора  $C = 0,05$  мкФ, опір  $R = 10$  Ом. Визначити кількість повних коливань, через яку амплітуда струму зменшиться в  $e$  разів.

**Відповідь:** 10.

**Задача 13.** Визначити, через скільки повних коливань енергія коливального контуру зменшиться у 16 разів, якщо логарифмічний декремент загасання  $\lambda = 0,138$ .

**Відповідь:** 10.

**Задача 14.** Добротність коливального контуру дорівнює 30, частота загасаючих коливань 600 кГц. Визначити час, за який амплітуда сили струму у цьому контурі зменшиться у 10 разів.

**Відповідь:**  $t = 37$  мс.

**Задача 15.** Індуктивність котушки коливального контуру  $L = 6$  мГн, а ємність конденсатора  $C = 0,3$  мкФ. Знайти логарифмічний декремент загасання та опір контуру, якщо за час  $t = 1$  мс різниця потенціалів на обкладках конденсатора зменшилась у 4 рази.

**Відповідь:**  $\lambda = 0,358$ ;  $R = 16,6$  Ом.

**Задача 16.** Коливальний контур має параметри:  $L = 40$  мкГн і  $R = 8$  Ом. Визначити час, протягом якого амплітуда вільних коливань зменшиться в  $e^2$  разів.

**Відповідь:**  $t = 4L/R = 20$  мкс.

**Задача 17.** Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 0,2 мкФ і котушки індуктивністю 5,07 мГн. При яких значеннях логарифмічного декременту загасання та опорі різниця потенціалів на обкладках конденсатора за 0,001 с зменшується втричі?

**Відповідь:**  $\lambda = 0,22$ ;  $R = 11$  Ом.

**Задача 18.** Індуктивність  $L = 2,26 \cdot 10^{-2}$  Гн та активний опір  $R$  увімкнуті паралельно у коло змінного струму частотою 50 Гц. Знайти величину опорі  $R$ , якщо відомо, що зсув фаз між напругою і струмом дорівнює  $60^\circ$ .

**Відповідь:**  $R = 12,3$  Ом.

**Задача 19.** Активний опір коливального контуру  $R = 0,33$  Ом. Яку потужність потрібно надавати контуру, щоб у ньому існували незгасаючі коливання з амплітудою сили струму  $I_0 = 30$  мА?

**Відповідь:**  $P = \frac{RI_0^2}{2} = 0,15$  мВт.

**Задача 20.** Параметри коливального контуру  $C = 10$  пФ,  $L = 6,0$  мкГн,  $R = 0,50$  Ом. Яку потужність потрібно надавати контуру, щоб у ньому існували незгасаючі коливання з амплітудою напруги на конденсаторі  $U_0 = 10$  В?

**Відповідь:**  $P = 42$  мкВт.

**Задача 21.** Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $4$  мкФ і котушки індуктивністю  $2$  мГн та активним опором  $10$  Ом. Визначити відношення енергії магнітного поля котушки до енергії електричного поля конденсатора у момент часу, що відповідає максимуму сили струму у контурі.

**Відповідь:**  $W_m/W_e = 5$ .

**Задача 22.** Коливальний контур радіоприймача настроєний на довжину хвилі  $1,5$  м. У скільки разів потрібно змінити ємність конденсатора контуру, щоб настроїтися на частоту  $100$  МГц?

**Відповідь:** збільшити у  $4$  рази.

**Задача 23.** Визначити модуль напруженості електричного поля  $E$  плоскої хвилі через модуль вектора Умова-Пойтинга  $\vec{S}$  і діелектричну проникність середовища  $\epsilon$ . Припустити  $\mu = 1$ .

**Відповідь:**  $E = \left( S / c\epsilon_0\sqrt{\epsilon} \right)^{1/2}$ .

**Задача 24.** Електромагнітна хвиля з частотою  $3,0$  МГц переходить з вакууму у немагнітне середовище з відносною діелектричною проникністю  $\epsilon = 4$ . Визначити зміну довжини хвилі.

**Відповідь:**  $\Delta\lambda = \left( \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} - 1 \right) \frac{c}{\nu} = 50$  м.

**Задача 25.** Амплітуда напруженості магнітного поля плоскої електромагнітної хвилі, що розповсюджується у немагнітному середовищі, діелектрична проникність якого  $\epsilon = 81$ , дорівнює  $H_0 = 0,05$  А/м. Визначити амплітуду напруженості електричного поля  $E_0$  і швидкість розповсюдження хвилі у середовищі.

**Відповідь:**  $E_0 = 2,09$  В/м;  $v = 1,1 \cdot 10^7$  м/с.

**Задача 26.** Плоска монохроматична електромагнітна хвиля поширюється вздовж осі  $x$ . Амплітуда напруженості електричного поля хвилі  $E_0 = 5$  мВ/м, амплітуда напруженості магнітного поля хвилі  $H_0 = 1$  мА/м. Визначити енергію, перенесену хвилею за час  $t = 10$  хв через поверхню, розташовану перпендикулярно осі  $x$ , площа поверхні  $S = 15$  см<sup>2</sup>. Період хвилі  $T \ll t$ .

**Відповідь:**  $W = \frac{1}{2} E_0 H_0 S t = 2,25$  мкДж.

**Задача 27.** Змінну напругу, діюче значення якої  $U_{\partial} = 220$  В, а частота  $\nu = 50$  Гц, увімкнули послідовно з індуктивністю  $L = 31,8$  мГн з активним опором  $R = 10$  Ом. Знайти кількість тепла  $Q$ , що виділилося на активному опорі за 1 с. Як зміниться  $Q$ , якщо послідовно з індуктивністю і активним опором увімкнули конденсатор ємністю  $C = 219$  мкФ?

**Відповідь:**  $Q = 2,4$  кДж; збільшиться у два рази.

**Задача 28.** Власна частота коливань контуру  $\nu_0 = 8$  кГц, добротність  $Q = 72$ , у контурі виникають загасаючі коливання. Знайти закон зменшення енергії в опорі від часу. Яка частина початкової енергії збережеться у контурі за 1 мс?

**Відповідь:**  $W = W_0 \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{Q}\right)$ , 50%.

**Задача 29.** На скільки процентів відрізняється частота вільних коливань реального контуру з добротністю  $Q = 5$  від частоти вільних коливань такого самого ідеального контуру?

**Відповідь:** 5%.

**Задача 30.** Коло змінного струму складається з послідовно з'єднаних котушки, конденсатора та резистора. Амплітудне значення сумарної напруги на котушці та конденсаторі  $U_{LC_0} = 173$  В, а амплітудне значення напруги на резисторі  $U_{R_0} = 100$  В. Визначте зсув фаз між струмом та зовнішньою напругою.

**Відповідь:**  $60^\circ$ .